

# **Wärme- und Stoffübertragung in Strömungen**

## **Formel- und Aufgabensammlung**

### **Teil 2 - Aufgabensammlung-**

Lehrmaterial der Professur  
Thermofluidodynamik und Angewandte Aerodynamik  
am Institut für Luft- und Raumfahrttechnik der  
Technische Universität Dresden  
Tel.:(0351) 4633 8086

Zusammengestellt und überarbeitet von Erwin Richter

Inhaltsverzeichnis	Seite
1. Grundlagen (Bilanzen, Vorgänge in Grenzschichten, laminarer und turbulenter Wärme- und Stoffübergang).....	2
2. Grundgleichungen, Ähnlichkeit, Analogie, mathematische Lösungen.....	11
3. Kennzahlgleichungen für den Wärmeübergang.....	16
4. Stoffübergang.....	22
5. Kondensation und Verdampfung.....	26
6. Komplexaufgaben.....	29
7. Ableitungen und Lösungen	
7.1. Stoffübergang in einem Rohr bei annähernd konstantem Stoffübergangskoeffizienten.....	31
7.2. Bilanz in der Plattengrenzschicht.....	32
7.3. Laminare Plattengrenzschicht inkompressibel, $T_w = \text{const.}$ ...	34
7.4. Nusseltsche Wasserhauttheorie.....	37
7.5 Erste Durchrechnung eines Kondensators.....	46
7.6 Näherungsweise Berechnung einer Siedekurve für Behältersieden.....	51
7.7 Übertragungsvorgänge in ausgebildeten laminaren Rohrströmungen.....	54
7.8 Lüftungskanal.....	58
7.8 Überfluteter Verdampfer.....	60

# 1. Grundlagen (Bilanzen, Vorgänge in Grenzschichten. laminarer und turbulenter Wärme- und Stoffübergang)

1.1. Wie lautet das Grundgesetz für die Wärmeleitung in Fluiden bzw. für die Diffusion in Fluiden?

1.2. Wie lautet die Gleichung zur Berechnung der Stromdichte infolge Konvektion für einen Stoff bzw. für die Enthalpie?

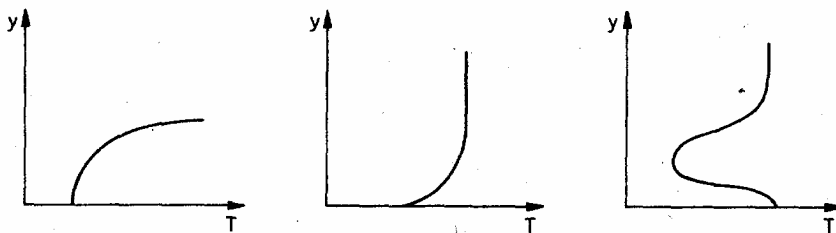
1.3. Wie lautet die Gleichung zur Berechnung der Stoffstromdichte für die Konvektion bzw. die Diffusion?

1.4. Welche Schritte müssen Sie beim Aufstellen einer Bilanz durchführen?

1.5. Nennen Sie turbulente Transportkoeffizienten!

1.6. Welche Gesetze spiegeln die physikalischen Grundlagen des Wärme- und Stoffüberganges wider? Wozu benötigt man die Kenntnis der physikalischen Grundlagen bei der Berechnung des Wärme- und Stoffübergangs mit Hilfe fertiger Formeln oder Vorschriften?

1.7. Zeichnen Sie die Temperaturgradienten an der Wand und die Richtung des Wärmestroms in die Darstellung ein!



1.8. Was bedeutet "Konvektion im engeren Sinn"?

1.9. Erläutern Sie die Begriffe "Strömungs-, Temperatur- und Konzentrationsgrenzschicht" anhand technischer Beispiele!

1.10. Nennen Sie den wesentlichen Unterschied zwischen extensiven und intensiven Größen der Thermodynamik! Geben Sie je ein Beispiel für diese Größen an!

1.11. Wie kommen die Erscheinungen der turbulenten Wärmeleitung und der turbulenten Diffusion zustande (qualitative Beschreibung des physikalischen Mechanismus)? Wie sind die Koeffizienten der turbulenten Wärmeleitung und der turbulenten Diffusion definiert?

1.12. Beschreiben Sie anhand einer Skizze den Verlauf der turbulenten kinematischen Viskosität im Querschnitt eines Rohres!

1.13. Wodurch ist grundsätzlich die Einheit einer physikalischen Größe festgelegt? Geben Sie als Beispiele die Herleitung der Einheiten der Viskosität  $\eta$ , der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ , der Stoffstromdichte  $\dot{m}_j$  und des Diffusionskoeffizienten  $D$  an! Wie kann man die Einheit einer Größe außerdem noch feststellen?

1.14. Erläutern Sie die physikalischen Größen "Wärmestromdichte" und Stoffstromdichte"! Wie berechnet man die Wärme- und Stoffströme durch beliebige vorgegebene Flächen aus den Wärme- oder Stoffstromdichten?

1.15. Erklären Sie formal und anschaulich den Begriff „Gradient“! Geben Sie an, welche Arten des Wärme- und Stofftransportes durch Gradienten bestimmt werden und erläutern Sie die eindimensionalen Gleichungen für diese Vorgänge!

1.16. Erläutern Sie das Newtonsche Reibungsgesetz für Strömungen und den Begriff des Spannungstensors! Welche physikalische Größe wird durch das Newtonsche Reibungsgesetz definiert? Gibt es dazu beim Stoffübergang ein analoges Gesetz?

1.17. Welche Rolle spielt die Wärmeleitung beim konvektiven Wärmeübergang in laminar durchströmten Rohren und an laminar umströmten Körpern? An welcher Stelle ermöglicht das Fouriersche Gesetz der Wärmeleitung die Berechnung einer praktisch interessierenden Größe aus dem Temperaturfeld?

1.18. Zeichnen Sie die Geschwindigkeits- und Temperaturprofile sowie die Isotachen für die laminare ebene Plattengrenzschicht!

1.19. Für welche Stoffe ist die Prandtl-Zahl wesentlich größer und für welche Stoffe ist sie wesentlich kleiner als 1? Wie groß etwa ist die Prandtl-Zahl für Wasser bzw. Luft?

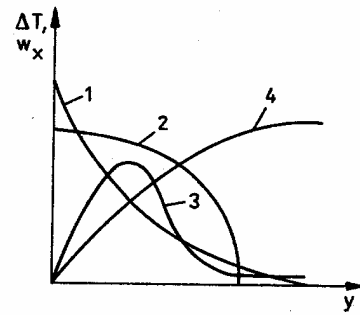
1.20. Stellen Sie die Massebilanz in der ebenen Grenzschicht an einem infinitesimalen Volumenelement auf! Diskutieren Sie das Ergebnis!

1.21. Stellen Sie die Impulsbilanz in einem Rohrabschnitt infinitesimaler Länge auf. und erklären Sie dabei auftretende Besonderheiten!

1.22. Skizzieren Sie das Temperatur- und Geschwindigkeitsprofil in einem Querschnitt der Grenzschicht bei laminarer freier Konvektion an einer senkrechten Wand  $T_W > T_F$  ! Wie ändern sich die Profile, wenn  $T_W < T_F$  gilt?

1.23. welchem der dargestellten Funktionsverläufe (1 bis 4) entspricht qualitativ

- a) das Geschwindigkeitsprofil bei freier Konvektion an einer senkrechten Platte,  
 b) das Geschwindigkeitsprofil in einer laminaren Grenzschicht bei erzwungener Konvektion und  
 c) der Verlauf der Übertemperatur  $\Delta T$  bei freier Konvektion an einer senkrechten Platte?



1.24. Eine ebene dünne Platte der Länge  $l$  und der Breite  $b$  wird von überhitztem Ammoniak-Dampf längs umströmt und gekühlt. Die Anströmtemperatur ist  $T_\infty$ . Die Profile der Strömungs- und Temperaturgrenzschicht werden im Bereich  $0 \leq y \leq \delta$  bzw.  $0 \leq y \leq \delta_T$  durch die analytischen Beziehungen

$$w_x(y) = w_\infty \left[ \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta} \right)^3 \right];$$

$$T(y) - T_W = (T_\infty - T_W) \left[ \frac{3}{2} \frac{y}{\delta_T} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^3 \right]$$

dargestellt. Am Ende der Platte betragen die Grenzschichtdicken  $\delta \approx \delta_T = 0,017 \text{ m}$ .

Gegeben:  $w_\infty = 1 \text{ m/s}$ ,  $T_\infty = -20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $l = 1 \text{ m}$ ,  $b = 0,5 \text{ m}$ ,  $T_W = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $p = 0,1 \text{ MPa}$ .

a) Stellen Sie die Profile graphisch dar, ermitteln Sie die Gradienten an der Wand und berechnen sie die örtliche Wärmestromdichte bei  $x = l$ !

b) Bilanzieren Sie den beiderseitig von der Platte abgegebenen Wärmestrom!

Ergebnis: a)  $\left. \frac{\partial w_x}{\partial y} \right|_{y=0} = 88,2 \text{ s}^{-1}$ ,  $\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = -1764,7 \text{ K/m}$ ,  $\dot{q}_W = 39,5 \text{ W/m}^2$ .

b)  $\dot{Q} = 80,8 \text{ W}$

1.25. Geben Sie für die folgenden Ausdrücke die äquivalente Form in kurzer indizierter Schreibweise bzw. unter Verwendung von Operatoren an:

a)  $\frac{\partial \rho w_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho w_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho w_z}{\partial z}$

b)  $w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_y \frac{\partial T}{\partial y} + w_z \frac{\partial T}{\partial z}$

$$c) \quad a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad !$$

1.26. Geben Sie für die nachfolgenden Gleichungen die äquivalenten Gleichungen in ausführlicher Komponentenschreibweise an!

Ersetzen Sie dabei  $x_1, x_2, x_3$  durch  $x, y, z$  sowie  $w_1, w_2, w_3$  durch  $w_x, w_y, w_z$  und  $a_1, a_2, a_3$  durch  $a_x$ ,

$$a) \quad a_k = w_i \frac{\partial w_k}{\partial x_i} \qquad b) \quad a_k = \frac{\partial^2 \rho_{\beta,k}}{\partial x_i \cdot \partial x_i}$$

1.27.

a) Geben Sie die ausführliche Darstellung für die Beziehung

$$\frac{\partial w_i}{\partial t} + w_j \frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x_i} = \nu \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_j \cdot \partial x_j} + g_i \quad \text{an!}$$

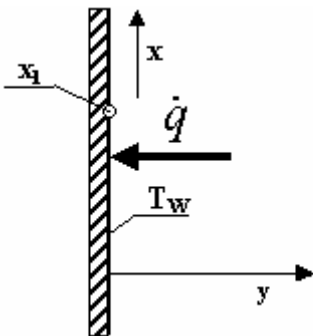
b) Stellen Sie die Beziehung

$$w_x \frac{\partial \rho_\beta}{\partial x} + w_y \frac{\partial \rho_\beta}{\partial y} = D \left( \frac{\partial^2 \rho_\beta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho_\beta}{\partial y^2} \right)$$

in indizierter Schreibweise dar!

1.28. Schreiben Sie alle Komponenten des Produktes  $p_{ij} \cdot t_{ij}$  auf!

1.29. Bei der freien Konvektionsströmung an einer senkrechten Wand ist die Richtung des Wärmestromes vorgegeben (Bild). Zeichnen Sie qualitativ das Temperaturprofil  $T(y)$  und das Geschwindigkeitsprofil  $w_x(y)$  an der Stelle  $x = x_1$  !



1.30. Für eine laminare ausgebildete Rohrströmung ist das Temperaturprofil in der Form

$$\frac{T(r) - T_W}{T_0 - T_W} = 1 - \frac{16}{3} \left( \frac{r}{d} \right)^2 + \frac{16}{3} \left( \frac{r}{d} \right)^4 \quad \text{gegeben.} \quad \text{Außerdem sind bekannt:}$$

$T_0 - T_W = 10 \text{ K}, \quad d = 0,1 \text{ m}, \quad \lambda = 0,5 \text{ W/(m.K)}$ . Die Rohrlänge beträgt  $l = 2 \text{ m}$ .

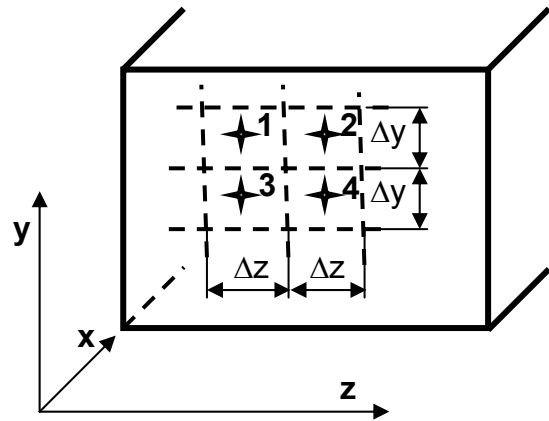
Stellen Sie das Temperaturprofil graphisch dar und berechnen Sie den Wärmestrom, der an die Rohrwand abgegeben wird!

Ergebnis:  $\dot{Q}(r = d/2) = 83,8 \text{ W}$ .

1.31. Berechnen Sie näherungsweise den Luftmassenstrom  $\dot{m}_x$  und den Enthalpiestrom  $\dot{H}_x$  durch die im Bild dargestellten 4 Teilflächen eines Kanalquerschnittes (Ausschnitt aus Lüftungskanal)! Die zu den Meßpunkten 1 bis 4 gehörenden Werte für die Temperaturen und die Geschwindigkeiten sind der Tabelle zu entnehmen! Die Bezugstemperatur für  $\dot{H}_x$  ist  $T_0 = 0 \text{ °C}$ .

Messpunkt *	1	2	3	4
T in °C	22	25	23	30
w in m/s	2,4	2,0	2,1	1,5

$$\Delta y = \Delta z = 0,05 \text{ m}$$



Ergebnis:  $\dot{m}_x = 0.024 \text{ kg/s}$ ,  $\dot{H}_x = 0,58 \text{ kJ/s}$

1.32. Bestimmen Sie anhand der gegebenen Meßwerte die mittlere Strömungsgeschwindigkeit und die mittlere Temperatur im Strömungsquerschnitt einer Rohrströmung

- graphisch
- rechnerisch (u. u. mit Hilfe eines Computerprogrammes)

Meßwerte der rotationssymmetrischen Strömung :

Messpunkt	r in mm	T( r ) in °C	w( r ) in m/s
1	0	30	16,1
2	12	33	15,9
3	25	41,5	15,3
4	32,5	50	14,5
5	40	63,5	13,2
6	47	86	10,8
7	48,5	93	9,8
8	50	100	0

Ergebnis:  $w_{x,m} \approx 14 \text{ m/s}$ ;  $T_m \approx 55 \text{ °C}$

1.33. Berechnen Sie das Temperaturprofil und den Maximalwert der Temperatur in einen ebenen Spalt (Coette-Strömung) für  $T_{W,u} = 293 \text{ K}$ ,  $T_{W,o} = 333 \text{ K}$ .

$w_{x,W,o} = 10,5 \text{ m/s}$  (Stoffwerte bei  $\frac{T_{W,u} + T_{W,o}}{2}$  für Transformatorenöl,  $Pr = 2750$ ;

$c_p = 1,92 \text{ kJ/(kg K)}$ .

Ergebnis:  $\frac{T_{\max} - T_{W,u}}{T_{W,o} - T_{W,u}} = 1,125$ ,  $\frac{T(y) - T_{W,u}}{T_{W,o} - T_{W,u}} = \frac{y}{h} + Ec \cdot Pr \cdot \frac{1}{2} \left[ \frac{y}{h} - \left( \frac{y}{h} \right)^2 \right]$

1.34. Durch einen ebenen Kanal der Höhe  $h = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  (vgl. Bild) strömt Wasser mit der mittleren Geschwindigkeit  $w_{x,m} = 0,2 \text{ m/s}$ .

Das Geschwindigkeitsprofil  $w_x(y)$  und das Temperaturprofil  $T(y)$  sind gegeben:

$$w_x(y) = 6w_{x,m} \left( \frac{y}{h} - \frac{y^2}{h^2} \right)$$

$$T(y) = 10 + 5 \left( -\frac{y^4}{2h^4} + \frac{y^3}{h^3} - \frac{1}{2} \right) \text{ T in } ^\circ\text{C}$$

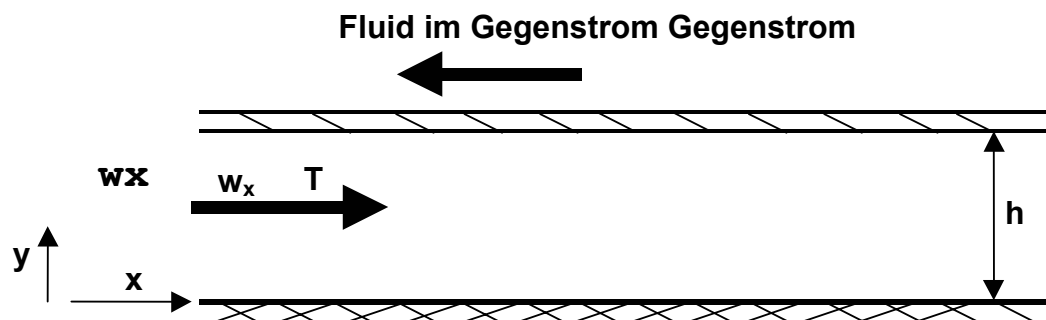
Berechnen Sie die örtlichen Stromdichten in einem durchströmten Querschnitt bei  $x = \text{const}$

a) für die Wärmeleitung  $\dot{q}_y$

b) für konvektiven Enthalpietransport  $\dot{h}_x'' = \dot{q}_x$  (Bezugstemperatur  $T_0 = 0^\circ\text{C}$ );

Stellen Sie die Verteilungen  $w_x(y)$ ,  $T(y)$ ,  $\dot{q}_y(y)$  und  $\dot{q}_x(y)$  graphisch dar!

Stoffwerte auch für  $\dot{q}(y)$  bei  $T_F$ .



Ergebnis:

$$\dot{q}_y(y) = -584 \text{ J/(m}^2 \cdot \text{s)} \left[ 3 \left( \frac{y}{h} \right)^2 - 2 \left( \frac{y}{h} \right)^3 \right]$$

$$\dot{q}_x(y) = 37763,4 \text{ kJ/(m}^2 \cdot \text{s)} \left[ \frac{y}{h} - \left( \frac{y}{h} \right)^2 + \frac{2}{3} \left( \frac{y}{h} \right)^4 - \left( \frac{y}{h} \right)^5 + \frac{1}{3} \left( \frac{y}{h} \right)^6 \right]$$



1.35. In einem Rohr (Innendurchmesser  $d_i = 2 R = 0,2 \text{ m}$ ) strömt Wasser mit der mittleren Geschwindigkeit  $w_{x,m} = 0,5 \text{ m/s}$  und der mittleren Temperatur  $T_m = 20 \text{ °C}$ . Die Strömung ist ausgebildet.

Berechnen Sie den turbulenten Temperaturleitkoeffizienten aus der empirischen Gleichung

$$\frac{v_t}{d_i} \sqrt{\frac{\rho}{\tau_w}} = \frac{1}{30} \left[ 1 - \frac{(2r)^2}{d_i^2} \right] \left[ 1 + 2 \frac{(2r)^2}{d_i^2} \right]$$

mit dem Ansatz für die Wandschubspannung

$$\frac{\tau_w}{\rho} = \frac{\xi}{8} w_m^2$$

und den hydraulischen Widerstandsbeiwert für glatte Rohre

$$\zeta = (1,82 \lg \text{Re}_{di} - 1,64)^{-2}$$

Die turbulente Prandtl-Zahl beträgt  $\text{Pr}_t = 0.9$ . Stellen Sie die Funktion

$$\frac{a_t}{2R} \sqrt{\frac{\rho}{\tau_w}} = f\left(\frac{r}{R}\right)$$

graphisch dar, bilden Sie in Wandnähe bei  $r/R = 0,99$  sowie in der Rohrmitte das Verhältnis  $a_t/a$  und diskutieren Sie das Ergebnis !

1.36. Die örtlichen Wärmeübergangskoeffizienten in einer laminaren Plattengrenzschicht lassen sich für konstante Wandtemperatur mit folgender Näherungsformel berechnen

$$\alpha_x = K \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad K = 100 \text{ W}/(\text{m}^{1,5} \text{ K}).$$

Berechnen Sie den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_l$ ,

sowie das Verhältnis  $\alpha_l/\alpha_x$  an der Stelle  $x = 1 \text{ m}$  !

Skizzieren Sie die Verläufe von  $\alpha_x$  und  $\alpha_l$  im Bereich  $0 < x < 1 \text{ m}$  !

Ergebnis:  $\alpha_l = 200 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ;  $\alpha_l/\alpha_x = 2$

1.37. Beim Wärmedurchgang durch eine ebene Stahlwand von 5 mm Dicke [Wärmeleitfähigkeit

$\lambda = 50 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ] wurden folgende Temperaturen gemessen:

Innenseite der Wand	$T_{w,i}$	42 °C
Außenseite der Wand	$T_{w,a}$	40 °C
Flüssigkeit im Außenraum	$T_a$	20 °C.

Gesucht sind die Wärmestromdichte  $\dot{q}$  und der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_a$  an der äußeren Oberfläche der Wand !

Ergebnis:  $\dot{q} = 20 \text{ kW}/\text{m}^2$   $\alpha_a = 1000 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

1.38. Berechnen sie die radiale Wärmestromdichte an der inneren Rohrwand ( $r = R$ ), wenn das Temperaturprofil

$$T(r) = 300 - 4\left(\frac{r}{R}\right)^2 + \left(\frac{r}{R}\right)^4, \quad T(r) \text{ in K}$$

im Rohrquerschnitt bekannt ist. Welchen Wert hat die Wandtemperatur bei  $r = R$ ?

Gegeben:  $R = 0.01 \text{ m}$       Rohrrinnenradius

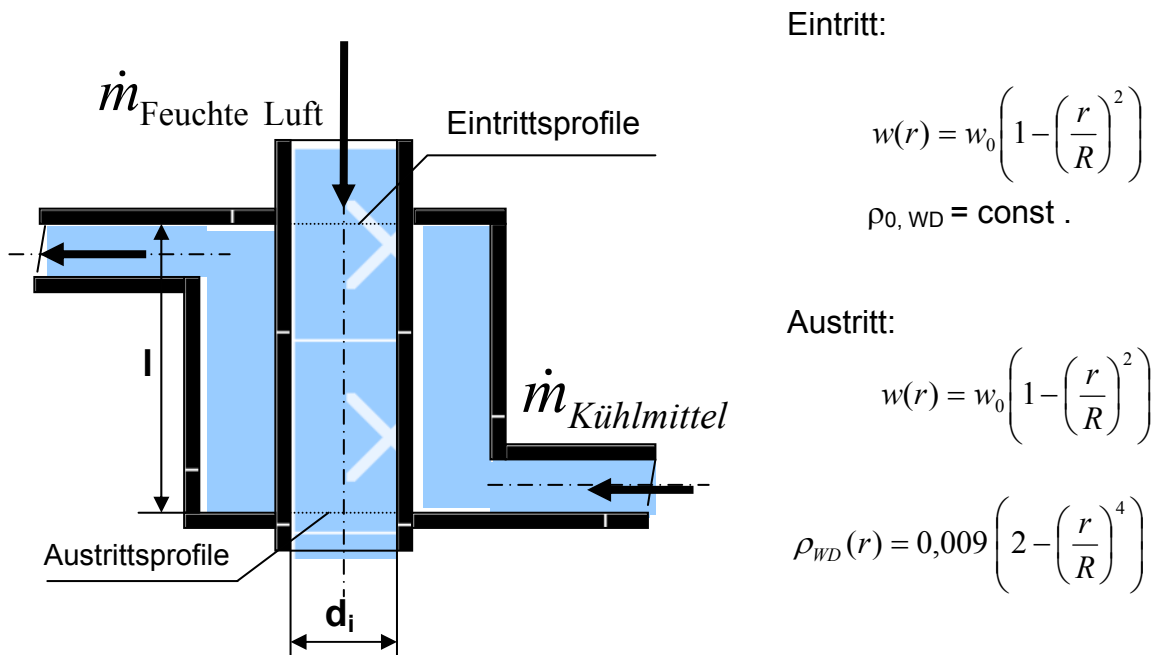
$\lambda = 0,6 \text{ W/(m K)}$       Wärmeleitfähigkeit des Fluids

Ergebnis:  $\dot{q}_W = 240 \text{ W/m}^2$ ,  $T(r=R) = 297 \text{ K}$

1.39. Durch Kühlung feuchter Luft, die in einem Rohr ( $d_i=2R$ ) strömt, wird Tauwasser an der Rohrwand abgeschieden. Die über der Rohrlänge  $l$  anfallende Wassermenge ist zu bestimmen. Folgende Größen sind gegeben:

$d_i = 0,02 \text{ m}$ ,  $l = 1 \text{ m}$ ,  $w_0 = 2 \text{ m/s}$ ,  $\rho_{0,WD} = 0,03 \text{ kg/m}^3$

( $\rho_{WD}$  = Massekonzentration des Wasserdampfes in  $\text{kg/m}^3$ )



Eintritt:

$$w(r) = w_0 \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right)$$

$$\rho_{0,WD} = \text{const.}$$

Austritt:

$$w(r) = w_0 \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right)$$

$$\rho_{WD}(r) = 0,009 \left( 2 - \left( \frac{r}{R} \right)^4 \right)$$

Für die Bestimmung des Bilanzraumes ist die Kondensatfilmdicke zu vernachlässigen, außerdem wird angenommen, daß der Vorgang stationär ist.

Ergebnis:  $\dot{m}_K = 15,3 \text{ g/h}$

1.40. Eine Glasschmelze strömt durch einen oben offenen Kanal (Schmelzwanne) und wird dabei durch Strahlung und Konvektion aufgeheizt. Die Länge des Kanals beträgt  $l = 10 \text{ m}$  und die Breite  $b = 1 \text{ m}$ . Die Geschwindigkeits- und Temperaturprofile am Eintritt und Austritt sind gegeben. Die Wandungen und der Boden des Kanals sind wärmeundurchlässig. Es gelten für die Profile die Ansätze

$$w_x(y) = w_i \left[ 1 - \left( \frac{y}{h} - 1 \right)^2 \right] \text{ und } T(y) = \text{const.},$$

wobei am Eintritt ( $i = e$ ):

$w_e = 0,1 \text{ m/s.}$ ,  $h_e = 0,15 \text{ m}$  und  $T_e = 1000 \text{ °C}$   
 und am Austritt ( $i = a$ ):  
 $w_a = 0,15 \text{ m/s}$ ,  $h_a = 0,1 \text{ m}$  und  $T_a = 1100 \text{ °C}$  sind.

Folgende Stoffwerte für Glas sind zu verwenden:

$\rho = 2000 \text{ kg/m}^3$  und  $c_p = 0,5 \text{ kJ/(kg.K)}$ .

Berechnen Sie den von der Schmelze aufgenommenen Wärmestrom  $\dot{Q}$ !

Ergebnis:  $\dot{Q} = 1000 \text{ kW}$ .

1.41. In einer Druckluftleitung ( $p = 1 \text{ MPa}$ ) der Länge  $l = 10 \text{ m}$  haben sich folgende Geschwindigkeits- und Temperaturverteilungen eingestellt:

$$\text{Eintrittsquerschnitt: } w_x(r) = w_x(0) \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right],$$

$$T(r) = T'_F,$$

$$\text{Austrittsquerschnitt: } w_x(r) = w_x(0) \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right],$$

$$T(r) = T_W + [T''_F(0 - T_W)] \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^4 \right]$$

Berechnen Sie den übertragenen Wärmestrom  $\dot{Q}$  und die mittlere Wärmestromdichte  $\dot{q}$ , an der inneren Rohrwand !

Gegeben:  $T'_F(0) = 30 \text{ °C}$ ,  $T''_F(0) = 20 \text{ °C}$ ,  $T_W = 9 \text{ °C}$

$$w_x(0) = 2 \text{ m/s}, R = 0,01 \text{ m}$$

Beachten Sie die Veränderung der Stoffwerte bei hohen Druck!

Ergebnis:  $\dot{Q} = 50 \text{ W}$ ;  $\dot{q}_1 = 79,4 \text{ W/m}^2$

1.42. Durch die Wand eines heißen Nickelrohres ( $d_i = 8 \text{ mm}$ ,  $d_a = 12 \text{ mm}$ ) diffundiert Wasserstoff. Die Konzentration an der Rohrinneenseite beträgt  $c_{H_2} = 10 \text{ mol/m}^3$ . Wie groß ist der pro Meter Rohrlänge diffundierende Wasserstoffstrom  $\dot{n}_{H_2} / l$  ?

Der Diffusionskoeffizient  $D_{H_2-Ni}$  ist  $10^{-13} \text{ m}^2 / \text{s}$ .

Ergebnis:  $\dot{n}_{H_2} / l = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol/(m.s)}$

## 2. Grundgleichungen, Ähnlichkeit, Analogie, mathematische Lösungen

2.1. Welche Bezugslänge ( $l$  - Länge,  $d$  - Durchmesser,  $x$  – Abstand von Vorderkante,  $h$  - Höhe) verwendet man für die Bildung der Ähnlichkeitskennzahlen  $Nu$ ,  $Re$  und  $Gr$  in folgenden Fällen:

- mittlerer Wärmeübergang am quer angeströmten Rohr,
- mittlerer Wärmeübergang in hydrodynamisch und thermisch sich entwickelnder Rohrströmung.
- örtlicher Wärmeübergang an senkrecht stehenden Platten bei freier Konvektion und
- mittlerer Wärmeübergang an längs angeströmten Platten?

2.2. Welche der Kennzahlen  $Nu$ ,  $Re$ ,  $Gr$ ,  $Pr$ ,  $Sc$  und  $St$  enthalten in ihrer Definition:

- die Erdbeschleunigung,
- die Viskosität,
- die Geschwindigkeit,
- die Länge oder
- den Diffusionskoeffizienten?

2.3. Geben Sie die Definitionsgleichungen für  $Nu_x$ ,  $Sc$ ,  $\beta$ ,  $\alpha$ ,  $Pr$ ,  $Sh_d$ ,  $Nu_l$ ,  $Ar$ ,  $Re_l$ ,  $Gr_l$  und  $Gr_x$  an!

2.4. Wie lautet die Grundform der Kennzahlgleichung für den Wärmeübergang bei erzwungener bzw. freier Konvektion?

2.5. Welche dimensionslosen Kennzahlen für den Stoffübergang bei kleinen Stoffstromdichten kennen Sie?

2.6. Wie berücksichtigt man bei der Anwendung der Kennzahlgleichungen für die konvektive Wärme- und Stoffübertragung die Tatsache, daß die Stoffwerte temperatur- und konzentrationsabhängig sind?

2.7. Viele empirische Kennzahlgleichungen für die konvektive Wärme- und Stoffübertragung enthalten eine Grundform und verschiedene Zusätze. Für welche Bedingungen gelten die Grundformen (Beispiele nennen !)? Welche Rolle spielen die Zusätze?

2.8. Welchen Einfluß hat die Temperaturabhängigkeit der Viskosität des strömenden Fluids auf den Wärmeübergang an einer laminar umströmten Platte? Beschreiben Sie den physikalischen Zusammenhang

2.9. Was versteht man unter der Analogie zwischen Wärme- und Stoffübergang, und wie kann man diese Analogie zur Lösung praktischer Aufgaben nutzen?

2.10. Erläutern Sie die Bedingungen, unter denen die Vorgänge in zwei Anordnungen mit konvektivem Wärmeübergang einander physikalisch ähnlich sind, und geben Sie an, welche praktischen Schlußfolgerungen aus der physikalischen Ähnlichkeit gezogen werden können

2.11. Durch welche Größen wird der örtliche Wärmeübergangskoeffizient bei der laminaren Umströmung eines Körpers beeinflusst?

2.12. Welche Modellvorstellungen müssen in die Impuls-, Wärme- und Stofftransportgleichungen eingeführt werden, um aus diesen Gleichungen die Reynolds-Gleichungen zu erhalten?

2.13. Wodurch unterscheiden sich die Reynolds-Gleichungen von den Transportgleichungen für Impuls, Wärme und Stoff?

2.14. Benennen Sie die Terme der Wärmetransportgleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} + w_i \frac{\partial T}{\partial x_i} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} + \frac{\dot{q}^V}{\rho c_p} \quad !$$

2.15. Erklären Sie die Bedeutung der einzelnen Glieder der Gleichung

$$\frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} w_x \frac{\partial \rho_\alpha}{\partial x} + w_y \frac{\partial \rho_\alpha}{\partial y} = D \left( \frac{\partial^2 \rho_\alpha}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho_\alpha}{\partial y^2} \right) !$$

Um welche Gleichung handelt es sich, und welche Vorgänge sind damit berechenbar? Wann darf der Ausdruck

$\frac{\partial^2 \rho_\alpha}{\partial x^2}$  vernachlässigt werden? Was bedeutet dieser Ausdruck physikalisch?

2.16. Diskutieren Sie die Glieder der Wärme- und der Stofftransportgleichung! Gibt es Unterschiede zwischen den Gleichungen bzw. zu den Navier-Stokes-Gleichungen und welche?

2.17. Wie können die Impuls-, Wärme- und Stofftransportgleichungen hergeleitet werden? Führen Sie als Beispiel die Herleitung der Kontinuitätsgleichung durch!

2.18. Welche zusätzlichen Bedingungen müssen erfüllt sein, damit die folgenden Gleichungen einander entsprechen?

$$w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_y \frac{\partial T}{\partial y} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right);$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (w_x \cdot T) + \frac{\partial}{\partial y} (w_y \cdot T) = \frac{\partial}{\partial x} \left( a \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( a \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

2.19. Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf des örtlichen Wärmeübergangskoeffizienten an einer längs angeströmten ebenen Platte in Abhängigkeit von der Lauflänge x!

2.20. Skizzieren Sie den Verlauf der Strömungsgrenzschichtdicke und der Temperaturgrenzschichtdicke in Abhängigkeit von der Lauflänge x an einer ebenen Platte, die von einem flüssigen Metall lange angeströmt wird!

2.21. Geben Sie eine Differenzenschreibweise für die folgenden Ausdrücke an!

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}; \quad D \frac{\partial^2 \rho_\alpha}{\partial y^2}; \quad \frac{\partial}{\partial x} \left( a_t \frac{\partial T}{\partial x} \right); \quad w_y \frac{\partial \rho_\alpha}{\partial y}; \quad \frac{\partial w_x}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x}; \quad w_x \frac{\partial T}{\partial x}; \quad \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2}$$

2.22. Erläutern Sie die wichtigsten Schritte zur Berechnung der Wärme- und Stoffstromdichten, wenn die Differentialgleichungen zugrunde gelegt werden ("Ablaufplan")!

2.23. Erläutern Sie die wichtigsten Schritte zur Berechnung des örtlichen Wärmeübergangskoeffizienten in der laminaren Grenzschicht an dünnen Platten mit Hilfe des Integralverfahrens!

2.24. Warum ist die Temperaturgrenzschicht bei sehr großen Prandtl-Zahlen wesentlich dünner als die Strömungsgrenzschicht?

2.25. Geben Sie die Differentialgleichungen und die Randbedingungen zur Berechnung der Geschwindigkeits- und Temperaturfelder in stationären, ausgebildeten, inkompressiblen, laminaren Rohrströmungen an! Welche Vereinfachungen enthalten diese Gleichungen gegenüber den allgemeinen Bewegungsgleichungen- und Transportgleichungen?

2.26. Nähern Sie das Geschwindigkeits- bzw. Temperaturprofil einer laminaren Plattengrenzschicht durch einen Polynomansatz 3. Ordnung

$$f = a + b\eta + c\eta^2 + d\eta^3$$

an, wobei

$$\eta = \frac{y}{\delta} \quad \text{und} \quad f = \frac{w_x(y)}{w_\infty} \quad \text{bzw.} \quad f = \frac{T(y) - T_W}{T_\infty - T_W} !$$

a) Berechnen Sie die Konstanten a bis d und stellen Sie das Profil graphisch dar! (Hinweis: Es gibt je zwei Randbedingungen für  $\eta = 0$  und  $\eta = 1$ . In Wandnähe kann eine lineare Abhängigkeit angenommen werden!)

b) Verwenden Sie dieses Profil zur Lösung der Impulsgleichung und der Wärmetransportgleichung der Plattengrenzschicht!

Ergebnis:

a)  $a = 0$  ;  $b = 3/2$  ;  $c = 0$  ;  $d = -0,5$

b)  $\frac{\delta}{x} = 4,64 \text{Re}_x^{-1/2}$  ;  $\frac{\delta_T}{x} = 4,64 \text{Re}_x^{-1/2} \cdot \text{Pr}^{-1/3}$

2.27. Wandeln Sie die stationäre ebene Stofftransportgleichung in eine Differenzengleichung um! Verwenden Sie dabei zentrale Differenzenapproximationen in einem äquidistanten Gittersystem von  $10 \times 10$  inneren Punkten! Entwickeln Sie eine Gleichung für die Berechnung von  $(\rho_\alpha)_{i,j}$ . Erarbeiten Sie einen Algorithmus für ein Unterprogramm zur Lösung der Differenzengleichungen und setzen Sie diesen in eine beliebige Programmiersprache um. Die Lösung des algebraischen Gleichungssystems soll mit Hilfe des expliziten Lösungsverfahrens nach Jacobi (Iteration in Gesamtschritten) erfolgen!

Hinweis: Die unbekanntenen Schrittweiten, Geschwindigkeiten und der Diffusionskoeffizient können als bekannt vorausgesetzt und in einer Parameterliste übergeben werden! Die Namen der Parameter sind frei wählbar. Auf die Probleme der Startwertbelegung ist nicht einzugehen.

2.28. Ein ebener Kanal der Höhe  $2h$  wird laminar durchströmt. Die Temperatur ist in  $x$ -Richtung (auch an den Wänden) linear veränderlich. Die Strömungs- und Temperaturprofile quer zur Hauptströmungsrichtung sind ausgebildet. Die Temperatur der unteren Wand hat bei  $x = 0$  den Wert  $T_0$ . Die obere Wand ist ideal isoliert. Das Geschwindigkeitsprofil der ausgebildeten laminaren Kanalströmung wird durch die Funktion

$$w_x(y) = \frac{3}{2} w_{x,m} \left( 1 - \frac{y^2}{h^2} \right)$$

beschrieben.

Berechnen Sie mit Hilfe der vereinfachten Wärmetransportgleichung :

a) den Temperaturverlauf  $T = f(x, y)$ .

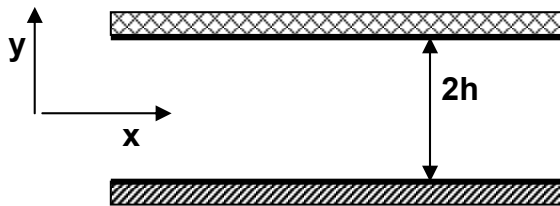
b) den Temperaturverlauf entlang der isolierten Wand und

c) die Wärmestromdichte durch die nichtisolierte Wand!

Gegeben:

$$T_0 = 50 \text{ °C}, h = 0.005 \text{ m}, w_{x,m} = 0,15 \text{ m/s}, \frac{\partial T}{\partial x} = 10 \text{ K/m}$$

Stoffwerte für Wasser bei  $T_0$  verwenden!



Ergebnis :  $\dot{q}_w \approx 62 \text{ kW/m}^2$

2.29. Die Näherungsbeziehung von Stephan für den Wärmeübergang bei gleichzeitig hydrodynamisch und thermisch sich entwickelnder laminarer Rohrströmung lautet

$$Nu_d = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda} = 3,66 + \frac{0,0677 \left( Re_d \cdot Pr \cdot \frac{d}{l} \right)^{1,33}}{1 + 0,1 \cdot Pr \left( Re_d \cdot \frac{d}{l} \right)^{0,83}} .$$

Ermitteln Sie die Gleichung für  $Nu_l = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}$ , die man aus der Beziehung für sehr kurze

Rohre als Grenzbeziehung ( $l/d \rightarrow 0$ ) erhält! Diskutieren Sie das Ergebnis!

Ergebnis:  $Nu_l \approx 0,677 Re^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$

2.30. Lösen Sie die Differentialgleichung

$$-A = \frac{\nu}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dw_x}{dr} \right), A = \text{const}$$

mit den Randbedingungen  $w_x = 0$  für  $r = r_0$  und  $dw/dr = 0$  für  $r = 0$ !

Ergebnis: 
$$w_x(r) = \frac{A \cdot r_0^2}{4\nu} \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right]$$

2.31. Entwickeln Sie die Impuls- und Wärmetransportgleichung bei stationärer freier Konvektion in dimensionsloser Form! Beziehen Sie die Geschwindigkeiten auf  $a/x_0$  und die Längen auf  $x_0$ ; die Temperatur wird in der Form

$$\vartheta = \frac{T - T_W}{T_W - T_F}$$

dimensionslos verwendet! Nehmen Sie  $\eta$  und  $\lambda$  als konstante mittlere Stoffwerte an! Benutzen Sie in den Gleichungen die in der Vorlesung verwendeten Ähnlichkeitskennzahlen!

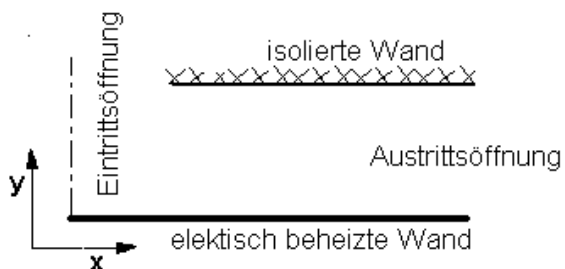
2.32. Welche Ähnlichkeitskennzahlen enthält die Stofftransportgleichung bei laminarer Strömung in dimensionsloser Form, wenn folgende Beziehungen für die dimensionslosen Größen gelten?

$$w_j^* = \frac{w_j}{w_0}; x_j^* = \frac{x_j}{x_0}; t^* = \frac{t}{t_0}; \rho^* = \frac{\rho}{\rho_0}; \xi_\alpha^* = \frac{\xi_\alpha}{\xi_{\alpha,0}}; D^* = \frac{D}{D_0}$$

2.33. Leiten Sie eine Kennzahlgleichung für den Stoffübergang unter Verwendung der Reynoldsanalogie her!

2.34. Ein Gewerberaum wird über eine Luftöffnung mit den Abmessungen  $l \times b = 0,3 \text{ m} \times 0,4 \text{ m}$  mit Frischluft versorgt. Die Zuströmbedingungen sind  $\bar{w}_{zu} = 1 \text{ m/s}$  und  $T_{zu} = 15 \text{ °C}$ . Die Ablufttemperatur  $T_{ab}$  beträgt  $20 \text{ °C}$ . Um die Strömung in diesem Raum besser studieren und messen zu können, soll ein Modell im Maßstab  $1 : 5$  gebaut werden. Geben Sie dazu die einzuhaltenden Ähnlichkeitsbedingungen an und bestimmen Sie die Abmessungen des Modellraumes, die Zuströmgeschwindigkeit  $\bar{w}_{zu,M}$  und die Ablufttemperatur  $T_{ab,M}$ , wenn die Zuströmtemperatur  $T_{zu,M}$  ebenfalls  $15 \text{ °C}$  betragen soll! Diskutieren Sie das Ergebnis! Als Bezugstemperatur für die Stoffwerte ist die Zulufttemperatur zu verwenden!

2.35. Bei der Kühlung elektronischer Bauelemente werden laminare nichtisotherme Freistrahlen eingesetzt, die auf der zu kühlenden Oberfläche auftreffen. Das Problem läßt sich vereinfacht, zweidimensional folgendermaßen angeben:



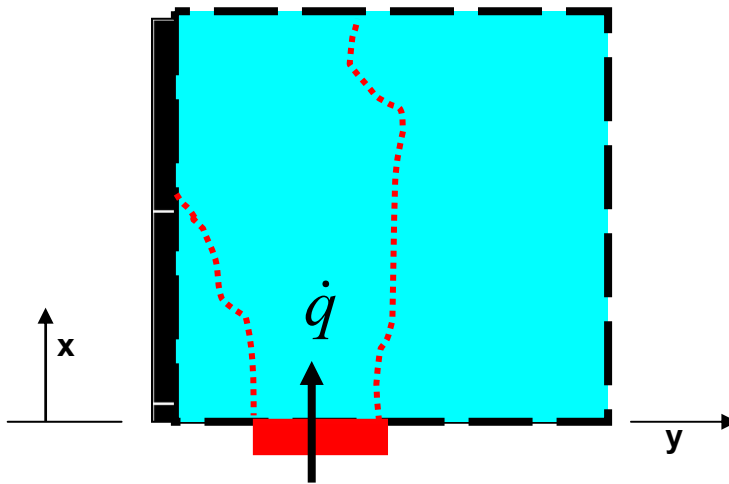
Das Integrationsgebiet soll hinreichend groß sein.

Geben Sie

- Randbedingungen zur Berechnung der Geschwindigkeitskomponenten  $u, v$ ,
- Randbedingungen zur Berechnung der alternativen Variablen  $\omega, \psi$ ,
- Randbedingungen zur Berechnung der Temperatur jeweils in kontinuierlicher und diskreter Form an!

2.36. Geben Sie die Randbedingungen für einen ebenen thermischen Auftriebsstrahl an, der sich in dem im Bild angegebenen Strömungsgebiet ausbreitet!





### 3. Kennzahlgleichungen für den Wärmeübergang

3.1. Nennen Sie Korrekturkoeffizienten für die Grundform der Kennzahlgleichungen!

3.2. Skizzieren Sie das Temperaturprofil mit  $T_W > T_F$  in einer thermisch sich entwickelnden und das Geschwindigkeitsprofil in einer hydrodynamisch sich entwickelnden laminaren Rohrströmung!

3.3. Welcher physikalische Zusammenhang wird durch den Korrekturfaktor

$$K_T = \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_W} \right)^a$$

bei Heizung und Kühlung der Wand berücksichtigt?

3.4. Beschreiben Sie den Einfluß der Rohrkrümmung auf den Wärmeübergangskoeffizienten in durchströmten Rohrbögen bei erzwungener Konvektion!

3.5. Weshalb ist in laminaren Rohrströmungen der örtliche Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_x$  im thermisch sich entwickelnden Gebiet größer als im thermisch ausgebildeten Bereich?

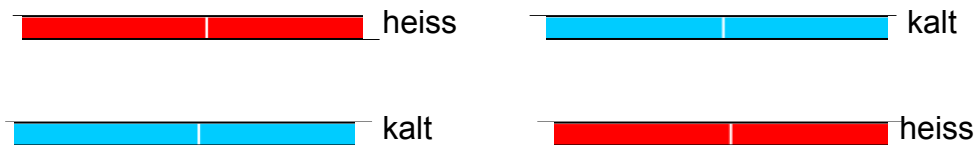
3.6. Weshalb ist der örtliche Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_x$  in einer ausgebildeten turbulenten Rohrströmung größer als in einer ausgebildeten laminaren Rohrströmung (Voraussetzung: gleiche Geometrie, gleiches Fluid)?

3.7. Nennen Sie mindestens 4 Möglichkeiten zur Intensivierung des Wärmeübergangs bei erzwungener Konvektion!

3.8. Nennen Sie ein Grundprinzip der Intensivierung des Wärmeübergangs! Auf welcher Seite des Wärmeübertragers ist eine Intensivierung des Wärmeübergangs sinnvoll?

3.9. Bei welchen Wärmeübertragungsvorgängen rechnet man zweckmäßigerweise mit der scheinbaren Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_s$ ? Wodurch unterscheidet diese sich von der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ ?

3.10. Vergleichen Sie den Wärmetransport in einem horizontalen Spalt für folgende Fälle:



Was ist bei der Berechnung der Wärmestromdichte zu beachten?

3.11. In welchem der Reynoldszahlbereiche

$$Re < 1000$$

$$1000 \leq Re \leq 4000$$

$$Re > 4000$$

wird das Verhältnis der hydrodynamischen Einlaufänge zum Rohrdurchmesser am größten?

3.12. Welche für den konvektiven Wärmeübergang wichtige dimensionslose Stoffwertkombination (Kennzahl) ist bei flüssigen Metallen wesentlich kleiner als bei anderen Flüssigkeiten oder bei Gasen?

3.13. Ist der Wärmeübergangskoeffizient an einer festen Oberfläche in einer Flüssigkeitsströmung bei gleichbleibender geometrischer Form, gleichbleibender mittlerer Geschwindigkeit, gleichem Fluid und gleichbleibender Fluidtemperatur  $T_F$ , für eine kalte Oberfläche ( $T_W < T_F$ ) größer oder kleiner als für eine heiße Oberfläche ( $T_W > T_F$ )?

3.14. Leiten Sie mit den Definitionsgleichungen

$$St' = \beta / w; \quad Re_x = \frac{w \cdot x}{\nu}; \quad Sh_x = \beta \frac{x}{D}; \quad Sc = \frac{\nu}{D}$$

einen Zusammenhang zwischen diesen Ähnlichkeitskennzahlen ab. Orientieren Sie sich an der analogen Gleichung für den Wärmeübergang  $St = \frac{Nu}{Re \cdot Pr}$ !

3.15. Die Kennzahlgleichung für den örtlichen Wärmeübergang bei der laminaren parallelen Umströmung ebener Platten lautet

$$Nu_x = 0.332 \cdot Re_x^{1/2} \cdot Pr^{1/3} \cdot K_T^*$$

Berechnen Sie für

a)  $T = \text{const}$  und b)  $\dot{q} = \text{const}$

die entsprechende Kennzahlgleichung für den mittleren Wärmeübergang! Die Stoffwerte können als konstant angenommen werden.

Ergebnis: a)  $Nu_l = 2 Nu_x$ , b)  $Nu_l = 2,04 Nu_x$

3.16. Vergl. Aufgabenstellung 1.1.

Berechnen Sie die örtliche Wärmestromdichte an der Stelle  $x = 1$  anhand der entsprechenden Kennzahlgleichung! Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem der Aufgabe 1.1a! Ermitteln Sie den beidseitig übertragenen Wärmestrom!

Ergebnis:  $\dot{q} (x = 1) = 40,4 \text{ W/m}^2$ ;  $\dot{Q} = 80,8 \text{ W}$

3.17. Eine dünne Platte wird von einem Luftstrom längs angeströmt. Die Platte hat eine Länge  $l = 0.1 \text{ m}$  und eine Breite  $b = 0.5 \text{ m}$ . Lufttemperatur bzw. Luftgeschwindigkeit betragen  $T_\infty = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  bzw.  $w_\infty = 2 \text{ m/s}$ . Durch die strömende Luft wird die Platte gleichmäßig beheizt und ihr eine Leistung von  $0,1 \text{ kW}$  zugeführt.

Berechnen Sie den Temperaturverlauf auf der Plattenoberfläche  $T_W(x)$  mit den Stoffwerten der Luft bei 20 °C!

Ergebnis:  $T_W(x) - T_\infty = 263,9 x^{1/2}$

3.18. Einem elektrisch beheizten und von Luft umströmten Draht von 0,0001 m Durchmesser und 0,01 m Länge (sog. Hitzdraht) wird eine Leistung von 0,6 W zugeführt. Mit welcher Mindestgeschwindigkeit muß der Draht senkrecht angeblasen werden, damit die mittlere Oberflächentemperatur von 180 °C nicht überschritten wird? Die Lufttemperatur beträgt 20 °C, der Umgebungsdruck ist  $10^5$  Pa.

Ergebnis:  $w_\infty = 10,3$  m/s

3.19. Einem elektrisch beheizten Draht von 0,001 m Durchmesser und 0,01 m Länge wird eine Leistung von 2 W zugeführt. Welche mittlere Oberflächentemperatur stellt sich ein, wenn der Draht von Luft (Lufttemperatur beträgt 20 °C, Umgebungsdruck  $p_\infty = 10^5$  Pa) mit einer Geschwindigkeit von 15 m/s senkrecht angeblasen wird? (Hinweis: Im ersten Rechenschritt ist die Annahme  $T_B = T_\infty$ , zu verwenden! Die Rechnung ist in einem zweiten Schritt zu korrigieren!)

Ergebnis:  $T_W = 171,5$  °C

3.20. Berechnen Sie den Wärmestrom  $\dot{Q}$  der von einem beheizten zylindrischen Rohr abgegeben wird, das in einem offenen Wasserbehälter horizontal angeordnet ist!

Gegeben: Rohraußendurchmesser  $d = 0,05$  m.

Rohrlänge  $l = 10$  m,

Wassertemperatur  $T_\infty = 20$  °C.

äußere Rohrwandtemperatur  $T_W = 50$  °C

Ergebnis:  $\dot{Q} = 28,9$  kW

3.21. Berechnen Sie den Wärmestrom  $\dot{Q}$ , der beim Wärmeübergang durch den Spalt zwischen zwei vertikalen Glasscheiben (Doppelfenster) auftritt! Zwischen den Glasscheiben befindet sich Luft.

Gegeben:

Glasscheibenbreite  $b = 2$  m

Glasscheibenhöhe  $h = 0,75$  m

Spaltbreite  $\delta = 0,05$  m

Wandtemperatur (Innenfenster)  $T_{Wi} = 20$  °C

Wandtemperatur (Außenfenster)  $T_{Wa} = 0$  °C

Ergebnis:  $64,2$  W

3.22. Eine ebene beheizte Platte wird von Luft längs angeströmt. Die Anströmtemperatur ist  $T_\infty = 40$  °C, der Luftdruck beträgt  $p = 10^5$  Pa. Die Wandtemperatur wird näherungsweise durch folgenden Verlauf dargestellt:

$$T_W(x) = T_4 \text{ für } 0 < x < 0,2 \text{ m. } T_W(x) - T_{W,1} \text{ für } 0,2 \text{ m} < x < 1 \text{ m.}$$

An der Stelle  $x_1 = 0,5$  m soll über die Wand die örtliche Wärmestromdichte  $\dot{q}_{W,x1} = 0,2$  kW/m<sup>2</sup> übertragen werden.

Berechnen Sie

- a) für die Anströmgeschwindigkeit  $w_4 = 1,0 \text{ m/s}$  die notwendige Wandtemperatur  $T_{W,1}$  und den örtlichen Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_{x,1}$  und  
 b) für die Wandtemperatur  $T_{W,1} = 100^\circ\text{C}$  die erforderliche Anströmgeschwindigkeit  $w_4$  und den örtlichen Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_{x,1}$ !

Ergebnis: a)  $T_{W,1} = 97,1 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\alpha_{x,1} = 3,5 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$

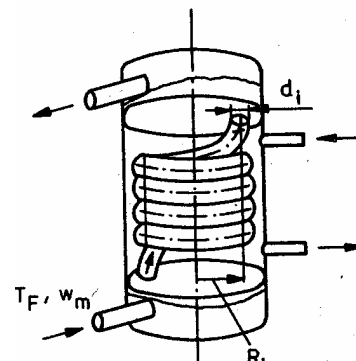
b)  $w_4 = 0,9 \text{ m/s}$ ,  $\alpha_{x,1} = 3,3 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$

3.23. Durch ein horizontales Rohr mit dem Innendurchmesser  $d_i = 0.003 \text{ m}$  und der Länge  $l = 1,5 \text{ m}$  strömt trockene Luft mit einer mittleren Geschwindigkeit  $w_m = 3 \text{ m/s}$  ( $P = 0,1 \text{ MPa}$ ). Berechnen Sie den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_i$  und den von der Rohrwand abgegebenen Wärmestrom  $\dot{Q}$  für die mittlere Temperatur der strömenden Luft von  $T_F = 30^\circ\text{C}$  und die Rohrintemperatur  $T_{W,i} = 50^\circ\text{C}$ ! Führen Sie anschließend die Rechnung für strömendes Wasser mit den gleichen Zahlenwerten durch und vergleichen Sie die Ergebnisse beider Rechnungen!

Ergebnis: für Luft:  $\alpha_i = 15,5 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ ,  $\dot{Q} = 43,9 \text{ W}$   
 für Wasser:  $\alpha_i = 13600 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ ,  $\dot{Q} = 38500 \text{ W}$

3.24. Berechnen Sie den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten an der Innenwand einer Rohrschlange, die von Wasser durchströmt wird! Folgende Werte sind gegeben:

Rohrintendurchmesser	$d_i = 0.025 \text{ m}$
Krümmungsradius	$R_k = 0,3 \text{ m}$
beheizte Länge der Rohrschlange	$l = 5,25 \text{ m}$
mittlere Geschwindigkeit	$w_m = 1,2 \text{ m/s}$
innere Wandtemperatur	$T_{W,i} = 40 \text{ }^\circ\text{C}$
mittlere Fluidtemperatur	$T_F = 75 \text{ }^\circ\text{C}$ .



Ergebnis:  $\alpha = 8532 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$

3.25. Berechnen Sie den konvektiven Wärmestrom (d. h. ohne Berücksichtigung des Strahlungsanteils) von einer horizontalen, nicht isolierten Dampfleitung an die umgebende Raumluft, wenn folgende Werte gegeben sind:

Außendurchmesser der Dampfleitung  $d_a = 0,07 \text{ m}$ , Länge der Dampfleitung

$l = 4,0 \text{ m}$ , äußere Wandtemperatur der Dampfleitung  $T_{W,a} = 125 \text{ }^\circ\text{C}$  Temperatur der Raumluft  $T_\infty = 35 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Berechnen Sie weiterhin den anfallenden Kondensatmassenstrom, wenn der Dampf im Sättigungszustand ( $p_s = 0,476 \text{ MPa}$ ) in die Rohrleitung strömt!

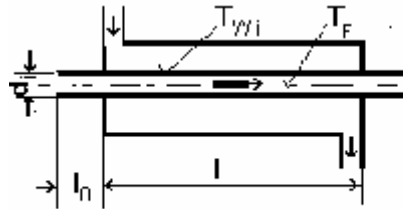
Ergebnis:  $\dot{Q} = 609,6 \text{ W}$ ;  $\dot{m}_K = 1,04 \text{ kg/h}$

3.26. Berechnen Sie den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten auf der Innenseite eines von Wasser durchströmten glatten Rohres!

Gegeben sind:

Gesamtlänge des Rohres  $l = 2,5 \text{ m}$ , Länge des ungeheizten Rohrabschnittes  $l_0 = 1,0 \text{ m}$ , Innendurchmesser des Rohres  $d_i = 0,03 \text{ m}$ , mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $w_m = 3 \text{ m/s}$ , Temperatur an der Rohrwand  $T_{w,i} = 50 \text{ °C}$ , Fluidtemperatur  $T_F = 30 \text{ °C}$ .

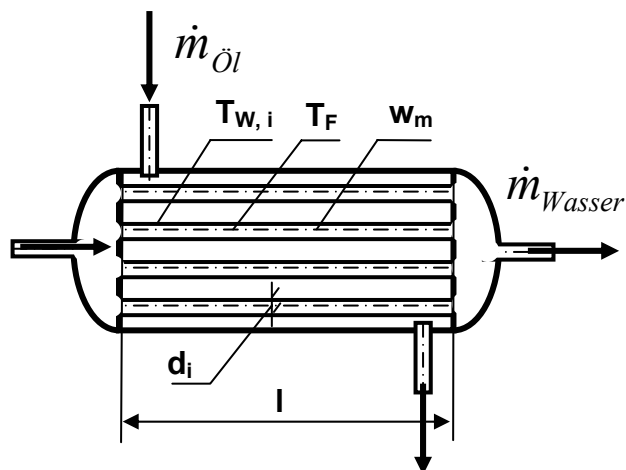
Prüfen Sie zunächst, ob die Strömung hydrodynamisch ausgebildet ist!



Ergebnis:  $\alpha = 12,7 \text{ kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

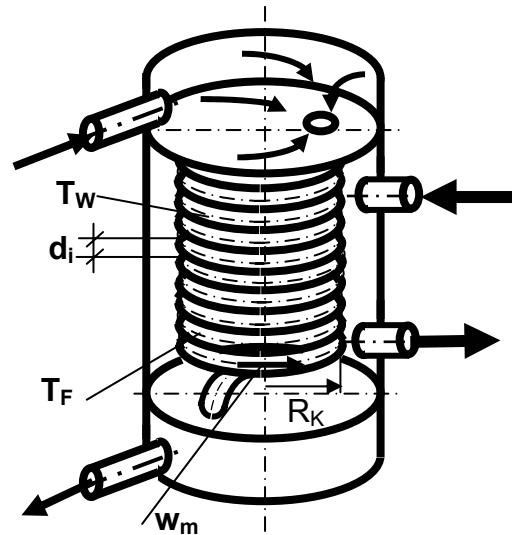
3.27. Durch die Rohre (Innendurchmesser  $d_i = 0,01 \text{ m}$ , Länge  $l = 0,4 \text{ m}$  und Innenwandtemperatur  $T_{w,i} = 50 \text{ °C}$ ) eines Rohrbündelwärmeübertragers strömt Transformatoröl mit der mittleren Geschwindigkeit  $w_m = 0,5 \text{ m/s}$ . Die mittlere Temperatur des Öls ist  $T_F = 90 \text{ °C}$ .

Berechnen Sie den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten auf der Innenseite der Rohre!



Ergebnis:  $\alpha_i = 167 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

3.28. Durch eine Rohrschlange (Rohrinnendurchmesser  $d_i = 0,01$  m, gestreckte Länge  $l = 0,8$  m, Krümmungsradius  $R_k = 0,15$  m, Innenwandtemperatur  $T_{w,i} = 40$  °C) strömt Transformatoröl mit der mittleren Geschwindigkeit  $w_m = 0,35$  m/s und der Fluidtemperatur  $T_F = 70$  °C. Berechnen Sie den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten auf der Innenseite des Rohres!



Ergebnis:  $\alpha_i = 315$  W/(m<sup>2</sup> K)

3.29. Eine ebene dünne beheizte Platte wird längs von Luft mit der Geschwindigkeit  $w_\infty = 2$  m/s ( $T_\infty = 20$  °C) angeströmt. Berechnen Sie die örtlichen Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_x$  und die örtlichen Wärmestromdichten  $\dot{q}_w(x)$  bei  $x_1 = 0,4$  m und  $x_2 = 1,6$  m, und berechnen Sie die entsprechenden mittleren Wärmeübergangskoeffizienten und Wärmestromdichten über diese Lauflängen! Die Wandtemperatur der Platte ist konstant und beträgt  $T_w = 40$  °C.

Ergebnis:

$x_1$ :  $Nu_x = 66$ ;  $\dot{q}_{w,x} = 88$  W/m<sup>2</sup>;  $Nu_l = 131$ ;  $\dot{q}_{w,l} = 176$  W/m<sup>2</sup>

$x_2$ :  $Nu_x = 440$ ;  $\dot{q}_{w,x} = 147$  W/m<sup>2</sup>;  $Nu_l = 497$ ;  $\dot{q}_{w,l} = 166$  W/m<sup>2</sup>

3.30. Eine ebene beheizte Platte wird von Luft längs angeströmt

(Anströmgeschwindigkeit

$w_\infty = 1$  m/s.  $T_\infty = 20$  °C). Die Wandtemperatur steigt linear von  $T_w(x = 0) = T_\infty$  auf  $T_w(x = 1$  m) = 60 °C an.

Berechnen Sie die örtlichen Wärmeübergangskoeffizienten bei  $x = 0,3$  m und  $x = 0,7$  m!

Hinweis: Die Bezugstemperatur  $T_B$  zur Bestimmung der Stoffwerte ist bei variabler Wandtemperatur gleich der Anströmtemperatur zu setzen (Sonderfall)!

Ergebnis:  $\alpha_{x,1} = 3,6$  W/(m<sup>2</sup>·K);  $\alpha_{x,2} = 2,4$  W/(m<sup>2</sup>·K)

3.31. Stellen Sie die folgenden Kennzahlgleichungen in einem Nomogramm

$Nu_d = f(Re_d)$  im Bereich  $2300 < Re_d < 10^6$  für die Parameter  $Pr = 0,7$  und  $10$  bzw.  $1$  und  $10$  dar! Verwenden Sie dabei das doppeltlogarithmische Papier Nr. 490!

a)  $Nu = 0,0235(Re^{0,8} - 230)(1,8 Pr^{1/3} - 0,8) K_l$

b)  $Nu_d = \frac{\frac{\xi}{8} (Re_d - 1000) \cdot Pr}{1 + 12,7 \sqrt{\frac{\xi}{8}} (Pr^{2/3} - 1)} \cdot K_l$  mit  $\xi = (1,82 \lg Re_d - 1,64)^{-2}$

- c)  $Nu_d = C \cdot Re_d^{0,8} \cdot Pr^n \cdot K_l$ , für Gase  $C = 0,023$ ;  $n = 0,43$   
für zähe Fluide :  $C = 0,027$ ;  $n = 0,33$ .

In allen Gleichungen ist  $K_l = 1 + (d/l)^{2/3}$  zu verwenden!

#### 4. Stoffübergang

4.1. Welchen Einfluß hat die Sc Zahl auf die Dicke der Konzentrationsgrenzschicht an einer längs angeströmten ebenen Platte?

4.2. Weshalb gilt die formale Analogie zwischen Wärme- und Stoffübergang nur bei geringen Stoffstromdichten?

4.3. Wandeln Sie die Kennzahlgleichung für die Berechnung des Wärmeübergangs bei erzwungener Konvektion in thermisch sich entwickelnden Gebiet durchströmter Rohre in eine Kennzahlgleichung für den Stoffübergang bei kleinen Stoffstromdichten um!

$$Nu_d = 3,66 + \frac{0,0677 \left( Re_d \cdot Pr \cdot \frac{d}{l} \right)^{1,33}}{1 + 0,1 \left( Re_d \frac{d}{l} \right)^{0,83} \cdot Pr},$$

Gültigkeit für:  $T_w = \text{const}$ ,  $Re_d < 2300$ ;  $0,5 < Pr < 500$ ;  $10^{-4} < \frac{l}{(d \cdot Re_d \cdot Pr)} < 1$ ;

4.4. Nennen Sie zwei Beispiele für den konvektiven Stoffübergang, und schreiben Sie die Grundform der Kennzahlgleichung für den Stoffübergang (bei kleinen Stoffstromdichten) bei erzwungener Konvektion auf!

4.5. Was versteht man unter dem Begriff „gekoppelter Wärme- und Stofftransport“?

4.6. Skizzieren Sie qualitativ das h-x Diagramm für feuchte Luft!

4.7. Durch welche Kennzahlen müssen Nu, Re und Pr ersetzt werden, wenn man eine Kennzahlgleichung für den Wärmeübergang zur Berechnung des Stoffüberganges verwenden will?

4.8. Welche der Kennzahlen Sh, Sc und Ra enthalten in ihrer Definition

- die Geschwindigkeit w,
- eine Länge l oder d,
- den Diffusionskoeffizienten D oder
- den Stoffübergangskoeffizienten  $\beta$ ?

4.9. Eine Stahlplatte, deren Oberfläche mit dem Korrosionsprodukt Magnetit ( $Fe_3O_4$ ) überzogen ist, wird von Wasser mit einer Geschwindigkeit von  $w = 0,1$  m/s längs angeströmt. Die Temperatur des Wassers beträgt  $T_\infty = 300$  °C. Die Stoffkonzentration des Magnetits wird mit  $\rho_M (= \rho_\alpha)$  bezeichnet. Das an der Stelle  $x_1 = 0,1$  dargestellte Konzentrationsprofil kann näherungsweise durch

$$\rho_M(y) = \rho_{M,W} \cdot \left( 1 - \sin \frac{\pi y}{2 \delta} \right)$$

beschrieben werden. An dieser Stelle beträgt die Dicke der Strömungsgrenzschicht  $\delta \approx 0,0018\text{m}$ . Außerhalb der Grenzschicht ist die Magnetitkonzentration gleich null ( $\rho_M = 0\text{ kg/m}^3$ ), die maximale Konzentration von Magnetit in Wasser bei  $T_\infty$  tritt an der Wand auf und beträgt  $\rho_{M,W} = 3,9 \cdot 10^{-6}\text{ kg/m}^3$ . Der Diffusionskoeffizient der Stoffpaarung Magnetit-Wasser ist  $D = 3,26 \cdot 10^{-8}\text{ m}^2/\text{s}$ .

Berechnen Sie die Stoffstromdichte der Stoffkomponente Magnetit von der Wand in das Wasser!

Ergebnis:  $\dot{m}''_{M,W} = 1,11 \cdot 10^{-10}\text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$

4.10. Einer Wasserströmung (Fluidtemperatur  $T_F = 20\text{ }^\circ\text{C}$ ) wurde Methylblau mit der Konzentration  $\rho_{MB} = 2,5\text{ g/m}^3$  zugegeben. Eine einseitig angeströmte ebene Wand ist mit Kieselgel bestrichener Aluminiumfolie belegt, wodurch die Konzentration des Methylblaus

an der Wand verschwindet. Der Diffusionskoeffizient der Stoffpaarung Methylblau - Wasser beträgt  $D = 0,537 \cdot 10^{-9}\text{ m}^2/\text{s}$ .

Berechnen Sie

a) den mittleren Stoffübergangskoeffizienten  $\beta_{MB,l}$  und die mittlere Massestromdichte  $\dot{m}''_{M,W,l}$  an der Wand zwischen  $x = 0$  und  $x = l = 0,2\text{ m}$  bei einer mittleren

Strömungsgeschwindigkeit von

$w_m = 0,25\text{ m/s}$

b) den örtlichen Stoffübergangskoeffizienten  $\beta_{MB,x}$  und die örtliche Massestromdichte  $\dot{m}''_{M,W,x}$  an der Stelle  $x_1 = 0,1\text{ m}$  bei einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $w_m = 15\text{ m/s}$ !

Ergebnis: a)  $\beta_{MB,l} = 4,9 \cdot 10^{-6}\text{ m/s}$ ;  $\dot{m}''_{M,W,l} = 1,23 \cdot 10^{-5}\text{ g}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$

b)  $\beta_{MB,x_1} = 1,7 \cdot 10^{-4}\text{ m/s}$ ;  $\dot{m}''_{M,W,x_1} = 4,25 \cdot 10^{-4}\text{ g}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$

4.11. Eine ebene Platte wird von einem  $\text{CO}_2$ -Luft-Gemisch längs angeströmt. Durch die Benetzung der Plattenoberfläche mit verdünnter Natronlauge verschwindet die Massekonzentration des  $\text{CO}_2$  an der Wand.

Berechnen Sie die örtliche Stoffstromdichte  $\dot{m}_x$  im Abstand  $x_1$  von der Vorderkante der Platte!

Gegeben.  $x_1 = 0,4\text{ m}$ ;  $w_\infty = 1,5\text{ m/s}$ ;  $\nu_{\text{Gem}} = 15 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$ ;

$a_{\text{Gem}} = 2,18 \cdot 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$  ;  $\rho_{\text{CO}_2} = 0,04\text{ kg/m}^3$   
 $D_{\text{Gem}} = 1,6 \cdot 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$

Ergebnis.  $\dot{m}''_x = 1,04 \cdot 10^{-4}\text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$

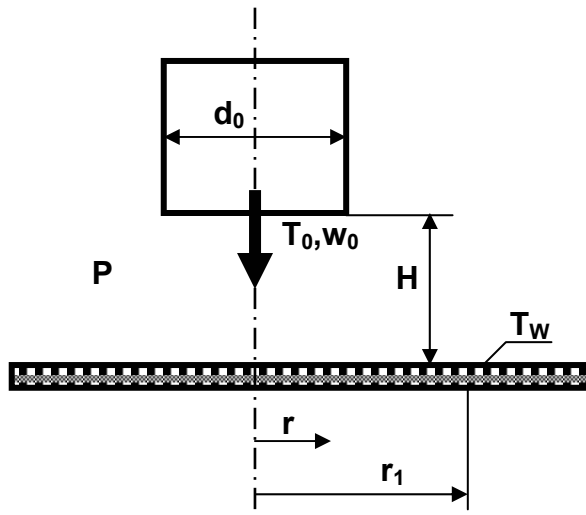
4.12. In einer Wasserströmung befindet sich eine dünne, längs umströmte Gipsplatte von einer Länge  $l = 0,1\text{ m}$  und einer Breite  $b = 0,2\text{ m}$ . Es lösen sich maximal  $2,02\text{ g}$  Gips in einem Kilogramm Wasser. Welche Menge Gips wird pro Sekunde von der umströmten Platte abgegeben?



(Weitere Angaben: Wassertemperatur  $T = 18 \text{ }^\circ\text{C}$ , Strömungsgeschwindigkeit  $w_\infty = 0,5 \text{ m/s}$ , Diffusionskoeffizient für Gips in Wasser  $D = 1,4 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$ . Die Zähigkeit der Wasser-Gips-Lösung ist mit  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  anzunehmen.)

Ergebnis:  $\dot{m}_{\text{Gips}} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ g/s}$

4.13. Eine feuchte Textilbahn hat die Kühlgrenztemperatur  $T_W = 70 \text{ }^\circ\text{C}$  und wird mit heißer Luft ( $\varphi = 0$ ) getrocknet. Die Anblasung erfolgt senkrecht über eine Düse mit dem Durchmesser  $d_0$  (Bild). Die Temperatur der ausströmenden Luft beträgt  $T_0 = 120 \text{ }^\circ\text{C}$ , die Austrittsgeschwindigkeit ist  $w_0 = 10 \text{ m/s}$ . Der Dampfdruck des Wasserdampfes an der Oberfläche der Textilbahn ist  $p_s = 3,12 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ .



Berechnen Sie für eine symmetrisch angeströmte Kreisfläche mit dem Radius  $r_1 = 0,14 \text{ m}$  den mittleren Stoffübergangskoeffizienten  $\beta$  und den Wasserdampf-Massestrom  $\dot{m}_{\text{WD}}$ !

Gegeben:  $H = 0,8 \text{ m}$ ,  $d_0 = 0,02 \text{ m}$ ,  $p = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Pa}$

Beachten Sie, daß die zu verwendende Sherwood-Beziehung durch folgende Gleichung

$$\frac{Nu_d}{Pr^{0,42}} = \left(1 - \frac{p_s}{p}\right) \frac{Sh_d}{Sc^{0,42}}$$

mit der Nusselt-Zahl zusammenhängt!

Ergebnis:  $\beta = 0,07 \text{ m/s}$ ,  $\dot{m}_{\text{WD}} = 2,7 \text{ kg/h}$

4.14. Eine Platte, deren Oberfläche mit Wasser befeuchtet ist (Wasserdampfkonzentration an der Oberfläche  $\rho_{\text{WD,W}} = 0,03 \text{ kg/m}^3$  wird von trockener Luft der Temperatur  $T_\infty = 25 \text{ }^\circ\text{C}$  beim Druck

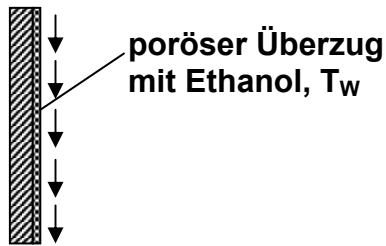
$p_\infty = 0,1 \text{ MPa}$ , mit einer Geschwindigkeit  $w_\infty = 1 \text{ m/s}$  längs umströmt.

Berechnen Sie bei einer Plattenbreite  $b = 1 \text{ m}$  und einer Länge der Platte von  $l = 1,5 \text{ m}$  den abgegebenen Wasserdampfmassestrom!

Ergebnis:  $\dot{m}_{\text{WD}} = 0,97 \text{ kg/h}$

4.15. In ruhender trockener Luft ( $T_\infty = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ ) befindet sich eine senkrechte Fläche von einer Höhe  $h = 0,3 \text{ m}$  und einer Breite  $b = 0,3 \text{ m}$ , deren Oberfläche einen porösen Überzug (Fließpapier) trägt, der mit reinem Ethanol getränkt ist (Bild). Die

Oberflächentemperatur  $T_w$  ist gleich der Umgebungstemperatur  $T_\infty$ . Der Luftdruck  $p_\infty = 0,1 \text{ MPa}$ , der Sättigungsdruck des Ethanol's beträgt  $p_{s,\text{Eth}} = 0,0079 \text{ MPa}$ .  
Wieviel Ethanol verdunstet aus der Oberfläche pro Sekunde?



Ergebnis:  $\dot{m}_{\text{Eth}} = 3,06 \cdot 10^{-5} \text{ kg/s}$

4.16. Ein Bohrloch in einer Saline (NaCl) wird von Wasser ( $p = 0,1 \text{ MPa}$ ,  $T = 18 \text{ °C}$ ) mit einer Geschwindigkeit von  $w_0 = 0,01 \text{ m/s}$  durchströmt. Welchen Durchmesser muß das Bohrloch (Rohr:  $d \ll l$ ) haben, um gerade noch laminar bzw. gerade schon turbulent durchströmt zu werden? Berechnen Sie die Stoffübergangskoeffizienten für beide Fälle, wenn die Strömungen jeweils als ausgebildet betrachtet werden! Der Diffusionskoeffizient von Kochsalz in Wasser beträgt bei geringer NaCl-Konzentration  $D_{\text{NaCl-H}_2\text{O}} = 1,26 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$ .

Ergebnis:  $d = 0,24 \text{ m}$ ,  $\beta_{\text{lam}} = 1,9 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$ ,  $\beta_{\text{turb}} = 3,9 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$

4.17. In einem mit Wasser ( $p = 0,1 \text{ MPa}$ ,  $T = 18 \text{ °C}$ ) gefüllten Gefäß mit dem Durchmesser  $D = 0,5 \text{ m}$  hängt eine Kochsalzkugel ( $d = 10 \text{ mm}$ ). Die Dichte der gesättigten Kochsalzlösung beträgt  $\rho_0 = 1015 \text{ kg/m}^3$ , der Diffusionskoeffizient von Kochsalz in Wasser ist  $1,26 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$ . Berechnen Sie den Stoffübergangskoeffizienten  $\beta$  und den Stoffstrom des übergehenden Kochsalzes mit den Annahmen, daß der Vorgang stationär abläuft und der Kugeldurchmesser konstant bleibt!

Ergebnis:  $\beta = 8,4 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$ .  $\dot{m}_{\text{NaCl}} = 4,3 \cdot 10^{-8} \text{ kg/s}$

4.18. An der Innenwand eines senkrechten Rohres (Innendurchmesser  $d$ , Rohrlänge  $l = 0,5 \text{ m}$ ) fließt ein sehr dünner Film verdünnter Natronlauge herab. Durch das Rohr strömt mit einer mittleren Geschwindigkeit  $w_m$  ein  $\text{CO}_2$ -Luft-Gemisch, das am Rohreintritt die  $\text{CO}_2$ -Konzentration  $\rho'_{\text{CO}_2,m} = 0,02 \text{ kg/m}^3$  hat. Berechnen Sie die  $\text{CO}_2$  Konzentration  $\rho''_{\text{CO}_2,m}$  am Rohraustritt und den absorbierten  $\text{CO}_2$ -Massestrom, wenn sich die mittlere  $\text{CO}_2$  Konzentration nach der Gesetzmäßigkeit

$\rho''_{\text{CO}_2,m} = \rho'_{\text{CO}_2,m} \cdot e^{-(4(l/d) \cdot \text{St}^t)}$  längs des Rohres ändert, für

a)  $d = 15 \text{ mm}$ ,  $w_m = 1 \text{ m/s}$

b)  $d = 30 \text{ mm}$ ,  $w_m = 5 \text{ m/s}$

Folgende Stoffwerte sind gegeben:

$v_{\text{Gem}} = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ .  $D_{\text{CO}_2\text{-Luft}} = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ,

$\rho_{\text{Gem}} = 1,19 \text{ kg/m}^3$  !

Hinweis: Die Stoffstromdichte soll klein sein!

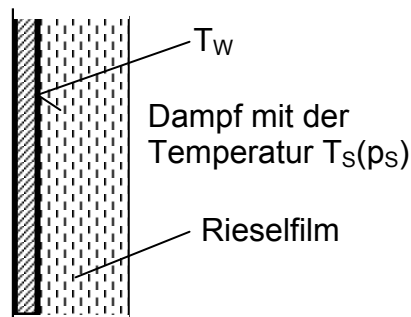
Ergebnis: a)  $\rho''_{CO_2,m} = 8,7\}10^{-3} \text{ kg/m}^3$ ,  $\dot{m}_{CO_2} = 3,7\}10^{-6} \text{ kg/s}$   
 b)  $\rho''_{CO_2,m} = 1,5\}10^{-2} \text{ kg/m}^3$ ,  $\dot{m}_{CO_2} = 1,6\}10^{-5} \text{ kg/s}$

## 5. Kondensation und Verdampfung

5.1. Skizzieren Sie das Temperatur- und Geschwindigkeitsprofil in einem Querschnitt des Kondensatfilms bei laminarer Filmkondensation an einer senkrechten Wand und ruhendem Sattedampf im Außenraum!

5.2. Beschreiben Sie die Versuchsanlage des Vorlesungsversuches Verdampfung an einem elektrisch beheizten Draht! Schildern Sie die Vorgänge bei dieser Verdampfung anhand der Verdampfungskurve für Wasser bei Normaldruck!

5.3. Welche Form des Wärmeübergangs liegt vor, wenn folgende Anordnung gegeben und  $T_w > T_\infty$  ist?



5.4. Skizzieren Sie qualitativ die Verdampfungskurve von Wasser bei Normaldruck! Kennzeichnen Sie darin die einzelnen Verdampfungsformen und wichtige charakteristische Punkte! Wie verläuft die Verdampfungskurve eines Kältemittels (schematisch)?

5.5. Welche Unterschiede bestehen zwischen Blasen- und Filmverdampfung? An welchem Punkt geht Blasenverdampfung in Filmverdampfung über? Erläutern Sie den Vorgang anhand der Verdampfungskurve!

5.6. Welche Formen der Verdampfung treten bei kleinen, mittleren und großen, Temperaturdifferenzen zwischen der Temperatur der Heizfläche und der Siedetemperatur auf?

5.7. Nennen Sie die technisch wichtigste Form der Verdampfung! Was versteht man unter kritischer Heizflächenbelastung?

5.8. Welchen Einfluß hat die Dampfgeschwindigkeit auf den Wärmeübergang bei der Kondensation?

5.9. Warum verringert sich der kondensatseitige Wärmeübergangskoeffizient erheblich, wenn statt reinem Dampf ein Gemisch aus Dampf und geringen Inertgasanteilen in einen Kondensator strömt? Erklären Sie das anhand des Temperatur- und Konzentrationsverlaufes (bzw. der Partialdrücke.) quer zur Kühlfläche!

5.10. Beschreiben Sie die wesentlichen physikalischen Vorgänge der Kondensation eines reinen gesättigten Dampfes an einer senkrechten Kondensatorfläche! Wo kondensiert der Dampf?

5.11. Weshalb müssen zur Berechnung des Wärmeüberganges bei der Kondensation die Stoffwerte des Kondensates verwendet werden?

5.12. Weshalb liegt die mittlere Temperatur des Kondensatfilms unterhalb der Sättigungstemperatur?

5.13. Was kann bei der Verdampfung als Blasenkeim wirksam werden?

5.14. Erläutern Sie die physikalischen Teilvorgänge des "unterkühlten Siedens"! Wodurch unterscheidet sich diese Form der Verdampfung von den anderen Verdampfungsformen?

5.15. Handelt es sich bei dem Film der der Filmverdampfung den Namen gab, um einen Dampffilm oder um einen Flüssigkeitsfilm?

5.16. Berechnen Sie den Massestrom  $\dot{m}_{NH_3}$  der an einer senkrecht stehenden, von Ammoniakdampf umgebenen Platte bei dem Druck  $p_S = 0,6158 \text{ MPa}$  an beiden Seiten kondensiert! Gegeben sind:

Plattenhöhe  $h = 0,4 \text{ m}$ , Plattenbreite  $b = 0,2 \text{ m}$ , Wandtemperatur  $T_W = 80 \text{ °C}$ !

Ergebnis:  $\dot{m}_{NH_3} = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$

5.17. An der äußeren Oberfläche eines Rohres kondensiert gesättigter Wasserdampf. Bestimmen Sie für

a) die horizontale Rohranordnung und

b) die vertikale Rohranordnung

den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten und den Kondensatmassenstrom! Welche praktischen Schlußfolgerungen ziehen Sie aus den Ergebnissen?

Gegeben: äußerer Rohrdurchmesser  $d_a = 20 \text{ mm}$ , Rohrlänge  $l = 2 \text{ m}$ , Rohrwandtemperatur  $T_W = 94,5 \text{ °C}$ , Sättigungsdruck  $p_S = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

Ergebnis: a)  $\alpha = 15398 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$ ,  $\dot{m}_K = 17 \text{ kg/h}$

b)  $\alpha = 6333 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$ ,  $\dot{m}_K = 7 \text{ kg/h}$

5.18. Wasser wird bei einem Druck von 1 MPa in einem Kernreaktor verdampft. Die vertikal angeordnete Heizfläche hat eine Wärmestromdichte von  $\dot{q} = 110 \text{ W/cm}^2$ . Berechnen Sie die Temperatur, die die Heizfläche annimmt und die Wärmestromdichte, bei der mit dem Durchbrennen der Heizfläche gerechnet werden muß!

Ergebnis:  $T_W = 195,5 \text{ °C}$ ,  $\dot{q}_{\text{krit}} = 2,8 \cdot 10^6 \text{ W/m}^2$ .

5.19. In einem Kondensator, bestehend aus 1000 senkrecht angeordneten Rohren (Rohraußendurchmesser  $d_a = 16 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ , Rohrlänge  $l = 2 \text{ m}$ ), kondensiert an der

äußeren Rohroberfläche der Wasserdampfmassestrom  $\dot{m}_{ges} = 2 \text{ kg/s}$  bei einer Sättigungstemperatur

$T_S = 100 \text{ °C}$ . Berechnen Sie

- die äußere Wandtemperatur  $T_W$  und die örtliche Filmdicke  $\delta_K(x = l)$  sowie
- den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_l$  und den örtlichen Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_x(x = l)$ !

Ergebnis: a)  $T_W = 92,4 \text{ °C}$ ,  $\delta_K(x = l) = 1,55 \cdot 10^{-4} \text{ m}$   
b)  $\alpha_l = 5874 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ ,  $\alpha_x(x = l) = 4404 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$

5.20. In einer Kälteanlage wird Ammoniak als Kühlmittel benutzt. Die Verdampfung des  $\text{NH}_3$  erfolgt beim Druck  $p = 2,914 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Die Wandtemperatur des Verdampfers beträgt  $T = -6 \text{ °C}$ .

Berechnen Sie

- den Wärmeübergangskoeffizienten (Blasenverdampfung),
- die kritische Heizflächenbelastung und überprüfen Sie, ob die auftretende Wärmestromdichte kleiner als  $\dot{q}_{W,krit,1}$  ist!

Ergebnis: a)  $\alpha = 4243 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ ,  
b)  $\dot{q}_W = 21 \text{ W/m}^2$ ,  $\dot{q}_{W,krit,1} = 9702 \text{ W/m}^2$

5.21. Für einen senkrecht stehenden unisolierten Rohrbündelwärmeübertrager (Mantelrohrinnendurchmesser  $d_i = 2 \text{ m}$ , Länge des zylindrischen Mantels  $l = 5 \text{ m}$ ), dessen Mantelraum mit kondensierendem, gesättigtem Wasserdampf (Satttdampfdruck  $p_S = 0,1013 \text{ MPa}$ ) beheizt wird, wurde ein Verlustwärmestrom  $\dot{Q}_V = 20 \text{ kW}$  ermittelt. Berechnen Sie den anfallenden Kondensatmassestrom  $\dot{m}_K$  infolge des Verlustwärmestroms durch des Mantelrohr und die Innenwandtemperatur  $T_{W,i}$  des Mantelrohres!

Ergebnis:  $\dot{m}_K = 31,9 \text{ kg/h}$ ,  $T_{W,i} = 100 \text{ °C}$

5.22. In einem Kessel verdampft Wasser bei einem Druck von  $250 \text{ kPa}$  (Blasenverdampfung). Die Zuführung der Wärme erfolgt durch Abkühlung eines flüssigen Reaktionsproduktes in einer Rohrschlange (vgl. Bild zu Nr. 3.28) von  $200 \text{ °C}$  auf  $155 \text{ °C}$ . Der heizmittelseitige Wärmeübergangskoeffizient beträgt  $1050 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ .

Der Wärmeleitwiderstand der Rohrwand soll vernachlässigt werden, (Kupferrohr). Berechnen Sie die sich einstellende Heizflächenbelastung! Verwenden Sie zur Berechnung der Siedetemperatur die Interpolationsformel ( $p$  in MPa,  $T$  in K):

$$\ln \frac{p_S}{p_0} = A - \frac{B}{T_S - C} \quad \text{mit} \quad A = 9,483; B = 3886 \text{ K};$$

$$C = 43 \text{ K}; p_0 = 1 \text{ MPa!}$$

Ergebnis:  $40751 \text{ W/m}^2$

5.23. An einen senkrechten gekühlten Rohr von  $18 \text{ mm}$  Außendurchmesser und  $400 \text{ mm}$  Länge sollen stündlich  $35 \text{ kg}$  trocken gesättigter Wasserdampf von  $100 \text{ °C}$  kondensieren.

- Wie groß ist der örtliche Wärmeübergangskoeffizient für die Kondensation am unteren Ende des Rohres?

b) Wie groß ist der mittlere Wärmeübergangskoeffizient für die Kondensation am gesamten Rohr?

Ergebnis: a)  $\alpha_x = 5826 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ , b)  $\alpha_l = 7768 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$

## 6. Komplexaufgaben

### KOMPLEXAUFGABE 1: Kondensation

a) Erstellen Sie für die laminare Filmkondensation an einem vertikalen unberippten Rohrbündel bekannter Übertragungsfläche  $A = f(d, l, n)$  einen Algorithmus, welcher die Lösung der Berechnungsaufgaben

A1)  $\dot{Q} = f(T_s, T_w, A)$

A2)  $T_w = f(T_s, \dot{Q}, A)$

A3)  $T_s = f(\dot{Q}, T_w, A)$

ermöglicht! Den Parametern  $T_s$  (Sättigungstemperatur),  $T_w$  (Wandtemperatur) und  $\dot{Q}$  (Übertragungsleistung) werden die folgenden Zahlenwerte zugeordnet:

A1)  $T_s = 50 \text{ °C}$ ,  $T_w = 46 \text{ °C}$

A2)  $T_s = 200 \text{ °C}$ ,  $\dot{Q} = 250 \text{ kW}$

A3)  $\dot{Q} = 440 \text{ kW}$ ,  $T_w = 94,5 \text{ °C}$

Die Parameter  $d$  (Rohraußendurchmesser),  $l$  (Länge eines Rohres) und  $n$  (Gesamtzahl der Rohre im Bündel) sind mit  $d = 20 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ,  $l = 2,0 \text{ m}$ ,  $n = 100$  für alle 3 Aufgaben gleich.

b) Berechnen Sie die in den Aufgaben A1) bis A3) gesuchten Größen für die Kondensation von gesättigtem Wasserdampf aus den zugeordneten Zahlenwerten! Gestalten Sie den Programmablaufplan und setzen Sie diesen in ein Rechenprogramm zur Berechnung der gesuchten Größen um! Zur Berechnung der Stoffeigenschaften können Sie folgende Näherungsgleichungen verwenden:

$$\phi = C_1 + C_2 T + C_3 T^2 + C_4 T^3 + C_5 T^4 + C_6 T^5$$

T in °C

$\phi$  in m, kg, s, K, W, J, Nm, Pa

Koeffizienten des Approximationspolynoms  $\phi = c_1 + T \cdot c_2 + T^2 \cdot c_3 + T^3 \cdot c_4 + T^4 \cdot c_5 + T^5 \cdot c_6$  zur Berechnung der Stoffwerte  $\phi$  von Wasser (gesättigte Flüssigkeit) für  $10 \text{ °C} < T_s < 200 \text{ °C}$

l	$\phi$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$
1	$\rho$	0,1001732E+4	-0,1067044E+0	-0,3642600E-2	0,3801508E-5	0	0
2	$1/\nu$	0,5665106E+6	0,1865269E+5	0,1582564E+3	-0,6391859E+0	0,5892047E-3	
3	$\lambda$	0,5689315E+0	0,1880918E-2	-0,8213357E-5	0,6046781E-8	0	0
4	$1/\text{Pr}$	0,7757005E-1	0,2668024E-2	0,3443288E-4	-0,1104122E-6	0	0
5	$c_p$	0,4199754E+4	-0,1078476E+1	0,1645602E-1	-0,6215015E-4	0,2201094E-6	0
6	$\epsilon$	-0,6748746E-4	0,1659254E-4	-0,1745574E-6	0,1356436E-8	-0,5396149E-11	0,90233E-14
7	$\sigma$	0,7573013E-1	-0,1418297E-3	-0,3107958E-6	0,3629747E-9	0	0
8	$r_s$	0,2501752E+7	-0,2716770E+4	0,1456949E+1	-0,1717166E-1	0	0
9	$\ln p_s$	0,6423034E+1	0,7172243E-1	-0,2688428E-3	0,7086463E-6	-0,8921895E-9	0

KOMPLEXAUFGABE 2: Herleitungen, Transformationen und Konzentrationsmaßberechnungen

- a) Leiten Sie am infinitesimalen Volumenelement die Kontinuitätsgleichung in kartesischen Koordinaten und Zylinderkoordinaten her!
- b) Die Kontinuitätsgleichung in Zylinderkoordinaten kann man auch durch Koordinatentransformation aus der Schreibweise in kartesischen Koordinaten gewinnen. Beweisen Sie das!
- c) Überführen Sie die Impulstransportgleichungen (eben, stationär, inkompressibel, vollständiges Reibungsglied) in der Formulierung mit Geschwindigkeitskomponenten und Druck in die alternative Form mit Stromfunktion und Wirbelstärke!  
Leiten Sie mit diesen Variablen eine Gleichung für den Druck her!
- d) Wandeln Sie die Gleichung für  $\dot{m}''_{\alpha,j}$  von der Darstellung mit Molanteilen, in die Darstellung mit Masseanteilen um!
- 9) In 1 kg Seewasser ( $\rho = 1030 \text{ kg/m}^3$ ) befinden sich 0,05 mg Jodidionen. Wie groß ist die Molkonzentration  $c_J$ ?

Ergebnis:  $c_J = 4,18 \cdot 10^{-7} \text{ mol/l}$

- f) Wie groß ist der Masseanteil von 1 l Salzsäure mit der Molkonzentration  $c_{HCl} = 8 \text{ mol/l}$ ? Die Dichte der Salzsäure beträgt  $1129 \text{ kg/m}^3$ .  
Ergebnis:  $\xi_{HCl} = 0,258$

KOMPLEXAUFGABE 3: Berechnung der Geschwindigkeits- und Temperaturverteilung in laminaren Grenzschichten

- a) Wiederholen Sie anhand von Literatur (z. B. Schlichting, 1965; Hanel, 1989), die Überführung der Grenzschichtgleichungen für die Strömungsgrenzschicht in die gewöhnliche Differentialgleichung  $f \cdot f'' + 2 f''' = 0$ !
- b) Führen Sie eine analoge Transformation für die Gleichungen der Temperaturgrenzschicht durch!
- c) Im Seminar wurde eine numerische Methode zur Lösung der gewöhnlichen Differentialgleichung für die Strömungsgrenzschicht nach Piercy und Preston vorgestellt, vgl. Mascheck, 1983; Hanel, 1989. Wenden Sie diese Methode zur Lösung der für die Temperaturgrenzschicht hergeleiteten Differentialgleichung an! Schreiben Sie dazu ein Unterprogramm in beliebiger Programmiersprache!
- d) Übertragen Sie die Teilaufgaben a) bis c) sinngemäß auf das Problem der laminaren freien Konvektion an einer senkrecht stehenden, ebenen Fläche! Lösen Sie das System gewöhnlicher Differentialgleichungen

$$f''' + 3f \cdot f'' - 2f'^2 + \vartheta = 0$$

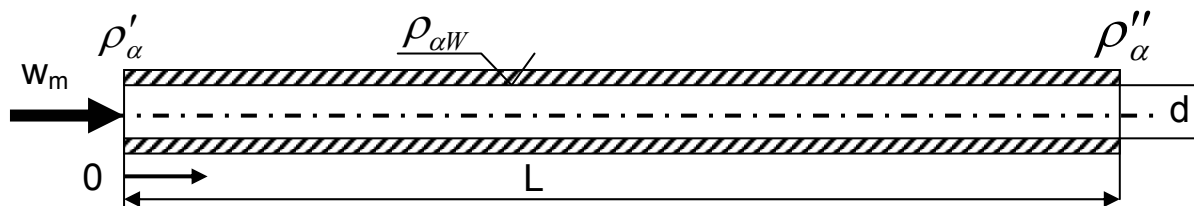
$$\vartheta'' + 3Pr \cdot f \cdot \vartheta' = 0$$

mit den Randbedingungen  $f(0) = 0$ ,  $f'(0) = 0$ ,  $g(0) = 1$ ,  $f'(C) = 0$ ,  $g(\infty) = 0$  unter Verwendung der Hinweise von Mascheck, 1983; Eckert, 1959; Schlichting, 1965. Berechnen Sie den übergehenden Wärmestrom  $\dot{Q}$  für eine Platte der Fläche

$A = b \cdot l = 0,1 \text{ m} \cdot 0,1 \text{ m}$ , wenn  $Pr = 0,73$  (Luft),  $T_\infty = 293 \text{ K}$  und  $T_W - T_\infty = 50 \text{ K}$ , und geben Sie eine mittlere Nusselt-Zahl an! Diskutieren Sie das Ergebnis unter Verwendung des Buches von Schlichting (1965)!

## 7. Ableitungen und Lösungen

### 7.1. Stoffübergang in einem Rohr bei annähernd konstantem Stoffübergangskoeffizienten



Änderung des Stoffstroms in x-Richtung infolge Stoffübergangs

$$\frac{d\dot{m}_\alpha}{dx} - \dot{m}''_\alpha \cdot U = 0, \quad U = d \cdot \pi$$

$$\frac{d\dot{m}_\alpha}{dx} = \dot{V} \cdot \frac{d\rho_{\alpha F}}{dx}, \quad \sum \dot{m}_\alpha = 0, \quad \frac{d\dot{m}_\alpha}{dx} dx - \dot{m}''_\alpha \cdot U \cdot dx = 0$$

$$\dot{m}''_\alpha = \beta \cdot \Delta\rho_\alpha, \quad \Delta\rho_\alpha = \rho_{\alpha W} - \rho_{\alpha F}$$

$$\dot{m}_\alpha = w_m \cdot \rho_{\alpha F} \cdot d^2 \pi / 4$$

$$\frac{d(\rho_{\alpha F} \cdot w_m \cdot d^2 \cdot \pi / 4)}{dx} - d \cdot \pi \cdot (\rho_{\alpha W} - \rho_{\alpha F}) \cdot \beta = 0,$$

$$\frac{d(\rho_{\alpha F})}{(\rho_{\alpha W} - \rho_{\alpha F})} - \frac{4}{w_m \cdot d} \cdot \beta \cdot dx = 0,$$

$$\int \frac{d(\rho_{\alpha F})}{(\rho_{\alpha W} - \rho_{\alpha F})} = \int \frac{4}{w_m \cdot d} \cdot \beta \cdot dx,$$

$$-\int_{\rho'_{\alpha F} - \rho_{\alpha W}}^{\rho''_{\alpha F} - \rho_{\alpha W}} \frac{d(\rho_{\alpha F})}{(\rho_{\alpha F} - \rho_{\alpha W})} = \int_0^L \frac{4}{w_m \cdot d} \cdot \beta \cdot dx,$$

$$\left( \frac{\rho''_{\alpha F} - \rho_{\alpha W}}{\rho'_{\alpha F} - \rho_{\alpha W}} \right) = e^{-\frac{4 \cdot L}{d} \frac{\beta}{w_m}}, \quad \rho''_{\alpha F} - \rho_{\alpha W} = (\rho'_{\alpha F} - \rho_{\alpha W}) \cdot e^{-\frac{4 \cdot L}{d} \frac{\beta}{w_m}}$$

$$\beta = Sh \cdot \frac{D}{d}, \quad w = Re \cdot \frac{v}{d}, \quad Sc = \frac{v}{D},$$

$$\rho''_{\alpha F} - \rho_{\alpha W} = (\rho'_{\alpha F} - \rho_{\alpha W}) \cdot e^{-\frac{4 \cdot L}{d} \frac{Sh}{Re \cdot Sc}}$$

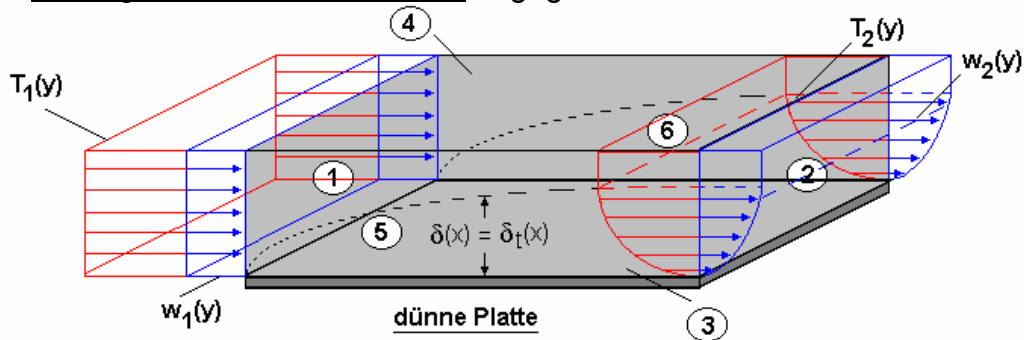


## 7.2. Bilanz in der Plattengrenzschicht

Bilanzieren Sie den beiderseitig von der Platte abgegebenen Wärmestrom !

1. Bilanzgröße bzw.  $\dot{H}$

2. Bilanzgrenzen am Bilanzraum: abgegrenzt durch Flächen siehe Bild



- ① Zuströmquerschnitt des Bilanzraumes
- ② Abströmquerschnitt des Bilanzraumes
- ③ Bodenfläche,
- ④ Deckfläche,
- ⑤ Seitenfläche,
- ⑥ Seitenfläche des Bilanzraumes

Bilanzraumabmessungen : Länge l , Breite b , Höhe h

3. Bilanzgleichung:  $\sum_{i=1}^6 \dot{H}_i$

mit 
$$\dot{H} = \int_A \dot{h}'' dA = b \cdot \int_0^{\delta} \rho \cdot c_p \cdot w(y) \cdot \Delta T(y) dy$$

mit mittl. Größen 
$$\dot{H} = \rho \cdot c_p \cdot \bar{w} \cdot (\bar{T} - T_B), \text{ (mittlere Stoffwerte berücks.)}$$

$$\begin{aligned} \Delta T(y) &= T(y) - T_0 \\ &= T(y) \quad \text{mit } T_0 = 0^\circ\text{C gew\ddot{a}hlt} \end{aligned}$$

4. Bezugstemperatur: Wahl der Bezugstemperatur beliebig aber günstige Wahl  $T_0 = T_B = 0^\circ\text{C}$

5. Bilanzieren der Enthalpieströme:

$$\dot{H}_1 = b \cdot h \cdot \rho \cdot c_p \cdot w_\infty \cdot T_\infty$$

$$\dot{H}_2 = b \cdot \rho \cdot c_p \cdot \int_0^h w(y) \cdot T_\infty dy$$

$$\dot{H}_3 = \dot{Q}$$

$$\dot{H}_4 = b \cdot l \cdot \rho \cdot c_p \cdot \bar{w}_y \cdot T_\infty$$

$$\dot{H}_5 = 0 \quad \text{wegen} \quad \bar{w}_5 = 0$$

$$\dot{H}_6 = 0 \quad \text{wegen} \quad \bar{w}_6 = 0$$

$$\text{-->} \quad \dot{Q} = \dot{H}_1 - \dot{H}_2 - \dot{H}_4$$

$$= b \cdot h \cdot \rho \cdot c_p \cdot w_\infty \cdot T_\infty$$

$$\text{--} \quad b \cdot \rho \cdot c_p \cdot \left\{ \int_0^h w(y) \cdot T_\infty dy + (h - \delta) \cdot w_\infty \cdot T_\infty \right\}$$

$$\text{--} \quad b \cdot \rho \cdot c_p \cdot T_\infty \cdot \int_0^l w_y(x) dx$$

$$\dot{Q} = b \cdot \rho \cdot c_p \cdot \left[ h \cdot w_\infty \cdot T_\infty - \left\{ \int_0^\delta w(y) \cdot T(y) dy + (h - \delta) \cdot w_\infty \cdot T_\infty \right\} - l \cdot T_\infty \cdot \int_0^l w_y(x) dx \right]$$

Da über  $w_y(x)$  keine Information (w- Profil) vorhanden, muß der Volumenstrom durch die Teilfläche 4 über eine Volumenstrombilanz bestimmt werden.

## 6. vereinfachte Betrachtungsweise:

### Vereinfachung für dieses Beispiel:

Bezugstemperatur für den Enthalpiestrom  $T_B = T_\infty$

$$\text{-->} \quad \dot{H}_1 = 0 \quad \text{wegen} \quad \Delta T = T_\infty - T_\infty = 0$$

$$\dot{H}_2 = b \cdot \rho \cdot c_p \cdot \int_0^h w(y) \cdot \{T(y) - T_\infty\} dy$$

$$\dot{H}_3 = \dot{Q}$$

$$\dot{H}_4 = 0 \quad \text{wegen} \quad \Delta T = T_\infty - T_\infty = 0$$

$$\dot{H}_5 = 0 \quad \text{wegen} \quad \bar{w}_5 = 0$$

$$\dot{H}_6 = 0 \quad \text{wegen} \quad \bar{w}_6 = 0$$

$$\text{-->} \quad \dot{Q} = -\dot{H}_2 = \rho \cdot c_p \cdot \int_0^h w(y) \cdot \{T(y) - T_\infty\} dy$$

$$\begin{aligned}
\text{mit} \quad T(y) - T_\infty &= T_w - T_\infty + (T_\infty - T_w) \cdot \left\{ \frac{3}{2} \cdot \frac{y}{\delta_T} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^3 \right\} \\
&= (T_w - T_\infty) \cdot \left[ 1 - \left\{ \frac{3}{2} \cdot \frac{y}{\delta_T} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^3 \right\} \right] \\
w(y) &= w_\infty \cdot \left\{ \frac{3}{2} \cdot \frac{y}{\delta_T} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^3 \right\} \\
\dot{Q} &= \rho \cdot c_p \cdot b \cdot w_\infty \cdot (T_w - T_\infty) \cdot \left[ \int_0^\delta \left\{ \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{y}{\delta} \right)^2 \right\} - \int_0^\delta \left\{ \frac{9}{4} \cdot \left( \frac{y}{\delta} \right)^2 - \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{y}{\delta} \right)^4 + \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{y}{\delta} \right)^6 \right\} dy \right] \\
\dot{Q} &= \rho \cdot c_p \cdot b \cdot w_\infty \cdot (T_w - T_\infty) \cdot \int_0^\delta \left\{ \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{y}{\delta} \right) - \frac{9}{4} \cdot \left( \frac{y}{\delta} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{y}{\delta} \right)^3 + \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{y}{\delta} \right)^4 - \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{y}{\delta} \right)^6 \right\} dy \\
\dot{Q} &= \rho \cdot c_p \cdot b \cdot w_\infty \cdot (T_w - T_\infty) \cdot \delta \cdot \left\{ \frac{3}{4} - \frac{9}{12} - \frac{1}{8} + \frac{3}{10} - \frac{1}{28} \right\}
\end{aligned}$$

für zwei Plattenseiten gilt dann :

$$\begin{aligned}
\text{mit den Stoffwerten bei } T_B = \frac{T_w + T_\infty}{2} = -10^\circ\text{C} \quad , \quad \rho_{\text{NH}_3}(T_B) = 0.794 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\text{cp}_{\text{NH}_3}(T_B) = 2150 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}
\end{aligned}$$

$$\dot{Q} = -2 \cdot 80.84 \text{ W} = \underline{\underline{-161.69 \text{ W}}}$$

(neg. Vorzeichen, weil Strömung den Wärmestrom an die Platte abgibt)

### 7.3. Laminare Plattengrenzschicht inkompressibel, $T_w = \text{const}$

Ableitung des Wärmeübergangskoeffizienten bei vorgegebenem Geschwindigkeitsprofil

$$\begin{aligned}
\text{für } y = 0 \quad \text{gilt} \quad w_x(0) &= 0 \\
\text{für } y = \delta \quad \text{gilt} \quad w_x(\delta) &= w_{x\infty} \\
\frac{\partial w_x(\delta)}{\partial y} &= 0
\end{aligned}$$

**Ansatz:**

$$\begin{aligned}
w_x(y) &= w_{x\infty} \left( \frac{3y}{2\delta} - \frac{y^3}{2\delta^3} \right) \\
T - T_w &= (T_\infty - T_w) \left( \frac{3y}{2\delta_T} - \frac{y^3}{2\delta_T^3} \right) \\
\frac{\partial w_i}{\partial t} + w_j \frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} &= \nu \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_j \partial x_j} + g_i
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial w_i}{\partial x_j} = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + w_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j}$$

$$\frac{\partial \rho_\beta}{\partial t} + w_j \frac{\partial \rho_\beta}{\partial x_j} = D \frac{\partial^2 \rho_\beta}{\partial x_j \partial x_j}$$

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + g_x$$

$$w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_y \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

$$w_x \frac{\partial \rho_\beta}{\partial x} + w_y \frac{\partial \rho_\beta}{\partial y} = D \frac{\partial^2 \rho_\beta}{\partial y^2}$$

$$\int_0^\infty (w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y}) dy = \int_0^\infty \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} dy$$

$$\int_0^\infty (w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} - \frac{\partial w_x}{\partial y} \int_0^\infty \frac{\partial w_x}{\partial x} dy) dy = \int_0^\infty \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} dy$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^\infty w_x (w_x - w_{x\infty}) dy = -\nu \left( \frac{\partial w_x}{\partial y} \right)_{y=0}$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^\infty w_x (T - T_\infty) dy = -a \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}$$

$$\int_0^\delta w_x (w_x - w_{x\infty}) dy = w_{x\infty}^2 \int_0^\delta \left( \frac{3y}{2\delta} - \frac{1}{2} \frac{y^3}{\delta^3} \right) \left( \frac{3y}{2\delta} - \frac{1}{2} \frac{y^3}{\delta^3} - 1 \right) dy$$

$$= -\frac{39}{280} w_{x\infty}^2 \cdot \delta$$

$$\frac{\partial w_x}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{3 w_{x\infty}}{2 \delta}$$

$$-\frac{39}{280} w_{x\infty}^2 \cdot \frac{d\delta}{dx} = -\frac{3 w_{x\infty} \nu}{2 \delta}$$

$$\delta^2 = \frac{280}{13} \frac{\nu \cdot x}{w_{x\infty}}$$

$$\frac{\delta(x)}{x} = 4,64 \sqrt{\frac{\nu}{w_{x\infty} \cdot x}} = 4,64 \text{Re}_x^{-1/2}$$

$$\int_0^{\delta_T} w_x (T - T_\infty) dy =$$

$$w_{x\infty} (T - T_\infty) \frac{\delta_T^2}{\delta} \left( \frac{42}{280} - \frac{3}{280} \frac{\delta_T^2}{\delta^2} \right)$$

$$\approx w_{x\infty} (T - T_\infty) \frac{39}{280} \frac{\delta_T^2}{\delta} \quad \text{für} \quad \frac{\delta - \delta_T}{\delta} \ll 1$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{3}{2} \frac{T_\infty - T_W}{\delta_T}$$

$$\frac{39}{280} w_{x\infty} (T_W - T_\infty) \frac{d \delta_T^2}{dx} = \frac{3}{2} a \frac{T_W - T_\infty}{\delta_T}$$

$$\frac{\delta}{\delta_T} = \text{const} = \gamma_T$$

$$\delta^2 = \frac{280}{13} \frac{a \cdot x}{\gamma_T^3 w_{x\infty}}$$

$$\frac{a}{\gamma_T^3} = \nu, \quad \frac{1}{\gamma_T^3} = \frac{\delta^3}{\delta_T^3} = \frac{\nu}{a} = \text{Pr}$$

$$\frac{\delta}{\delta_T} = \text{Pr}^{1/3}, \quad \frac{\delta_T}{x} = 4,64 \text{Re}_x^{-1/2} \text{Pr}^{-1/3}$$

$$\alpha = \frac{q_W}{T_W - T_\infty}$$

$$\dot{q}_W = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{3}{2} \lambda \frac{T_W - T_\infty}{\delta_T}$$

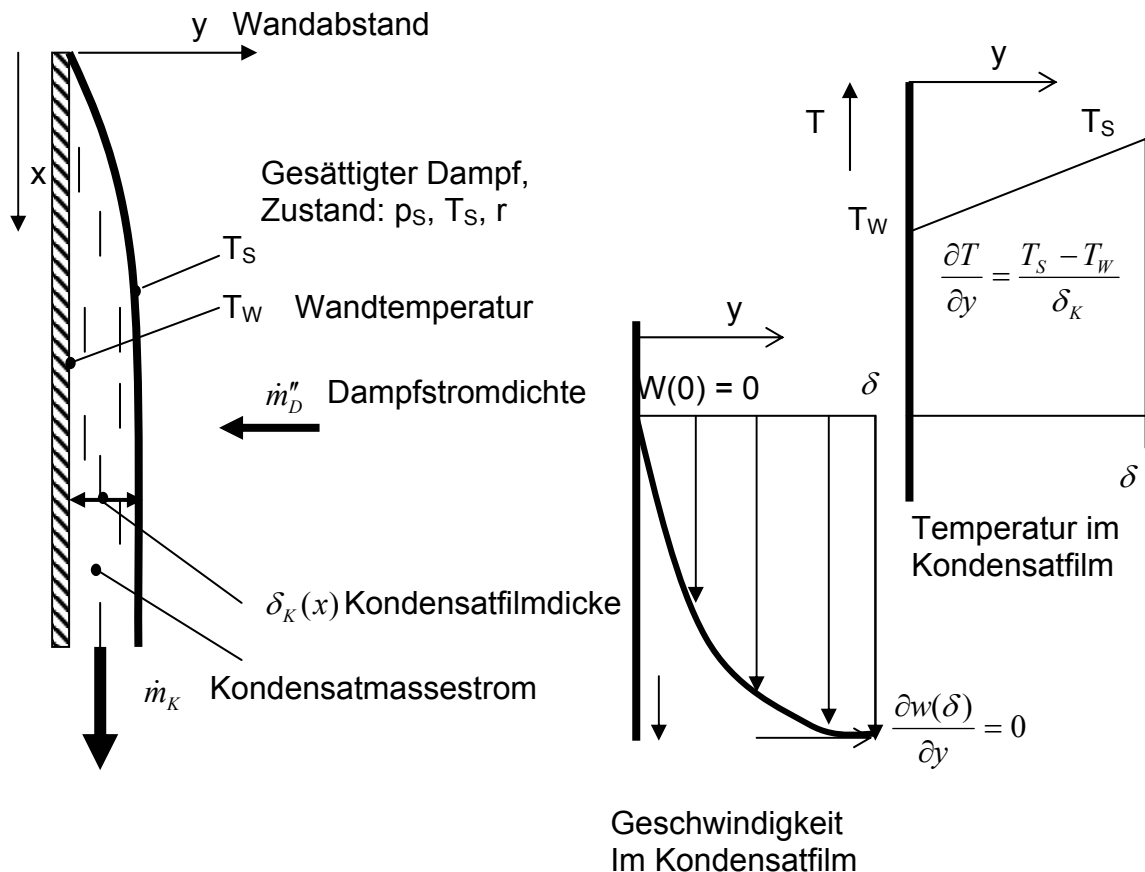
$$\alpha = \frac{3}{2} \frac{\lambda}{\delta_T}, \quad Nu_x = \frac{\alpha \cdot x}{\lambda} = \frac{3}{2} \frac{x}{\delta_T} = \frac{3}{2 \cdot 4,64 \text{Re}_x^{-1/2} \text{Pr}^{-1/3}}$$

$$Nu_x = 0,323 \text{Re}_x^{1/2} \text{Pr}^{1/3}, \quad \text{genaue Lösung: } \boxed{Nu_x = 0,332 \text{Re}_x^{1/2} \text{Pr}^{1/3}}$$

## 7.4. Nusseltsche Wasserhauttheorie

Gesucht sind der örtliche und der mittlere Wärmeübergangskoeffizient an einem laminar fließenden Kondensatfilm, der durch Kondensation reinen gesättigten Dampfes an einer senkrecht stehenden Wand in einem großen Raum entsteht. Bekannt sind

- der Druck  $p_s$  im Behälter und damit die Sättigungstemperatur  $T_s$ ,
- die Stoffwerte des Kondensats  $\lambda_K$ ,  $\rho_K$  und  $\eta_K$  bei Sättigungstemperatur
- die Dampfdichte  $\rho_D$ ,
- die Plattenlänge  $L$



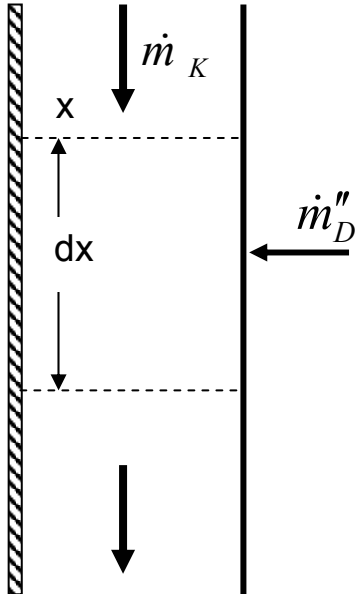
Für den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten gilt

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{L} \int_0^L \alpha(x) dx, \text{ da } T_s - T_w = \text{const mit } \alpha(x) = \frac{\lambda_K}{\delta_K(x)} \text{ wegen } \alpha = \frac{\dot{q}}{\Delta T} = \frac{\lambda_K \cdot \Delta T}{\delta} \cdot \frac{1}{\Delta T}$$

$$\delta_K(x) \text{ ist eine Funktion der Einflußgrößen } \eta_K, \lambda_K, g, \rho_K - \rho_D. \quad (1)$$

Die Kondensatfilmdicke wird aus einer Massebilanz des Kondensatstroms an der Stelle  $x$  bestimmt:

Die Breite des betrachteten Abschnitts in  $z$ -Richtung sei  $b$ . In dieser Richtung fließt kein Kondensat.



Bilanzgröße :  $\dot{m}_K$

Bilanzraum:  $\delta_k(x) \cdot dx \cdot b$

Bilanzgrenzen: Kondensatfilmquerschnitt bei x

$$\delta_k(x) \cdot b$$

Kondensatfilmquerschnitt bei x + dx

$$\delta_k(x + dx) \cdot b$$

Kondensatoberfläche

$$dx \cdot b$$

Durch die Wandfläche  $dx \cdot b$  und durch die Seitenflächen  $dx \cdot \delta$  fließt kein Kondensat

Bilanzgleichung:  $\sum \dot{m}_{Ki} = 0$ ; wegen

$$\dot{m}_{K4} = \dot{m}_{K5} = \dot{m}_{K6} = 0 \text{ erhält man die}$$

Beziehung  $\dot{m}_{K3} - \dot{m}_{K2} - \dot{m}_{K1} = 0$ , mit

$$\dot{m}_{K3} = \dot{m}_{K1} + \frac{d\dot{m}_{K1}}{dx} \cdot dx \text{ wird daraus}$$

$$\dot{m}_{K2} = \frac{d\dot{m}_{K1}}{dx} \cdot dx \quad (2)$$

Der Kondensatmassenstrom an der Stelle x kann bestimmt werden durch die mittlere Kondensatgeschwindigkeit, die Kondensatdichte und den durchströmten Querschnitt:

$$\dot{m}_{K1}(x) = \bar{w}(x) \cdot \delta_k(x) \cdot b \cdot \rho_K \quad (3)$$

Die mittlere Geschwindigkeit berechnet sich durch Integration des Geschwindigkeitsprofils  $w_x(y)$  über die Kondensatfilmdicke:

$$\bar{w}(x) = \frac{1}{\delta(x)} \int_0^{\delta(x)} w_x(y) dy \cdot \text{Mit } w_x(y) = \frac{g_x(\rho_K - \rho_D) \cdot \delta_K^2}{\eta_K} \left( \frac{y}{\delta_K} - \frac{1}{2} \cdot \frac{y^2}{\delta_K^2} \right) \quad (4)$$

ergibt sich

$$\bar{w}(x) = \frac{1}{\delta(x)} \int_0^{\delta(x)} \frac{g_x(\rho_K - \rho_D) \cdot \delta_K^2}{\eta_K} \left( \frac{y}{\delta_K} - \frac{1}{2} \cdot \frac{y^2}{\delta_K^2} \right) dy \cdot$$

$$\bar{w}(x) = \frac{g_x(\rho_K - \rho_D) \cdot \delta_K^2}{\eta_K} \int_0^1 \left( \frac{y}{\delta_K} - \frac{1}{2} \cdot \frac{y^2}{\delta_K^2} \right) d\left(\frac{y}{\delta_K}\right) = \frac{g_x(\rho_K - \rho_D) \cdot \delta_K^2}{\eta_K} \left( \frac{1}{2} \frac{y^2}{\delta_K^2} - \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{y}{\delta_K}\right)^3 \right)_0^1$$

$$\boxed{\bar{w}(x) = \frac{1}{3} \frac{g_x(\rho_K - \rho_D) \cdot \delta_K^2}{\eta_K}} \quad (5)$$

Für den Kondensatmassenstrom erhält man damit

$$\dot{m}_{K1} = \frac{1}{3} \frac{g_x(\rho_K - \rho_D) \cdot \delta_K^2}{\eta_K} \cdot \delta_K \cdot \rho_K \cdot b \quad (3a)$$

Daraus berechnet man die Änderung des Kondensatmassenstroms an der Stelle x:

$$\frac{d\dot{m}_{K1}}{dx} = \frac{1}{3} \frac{g_x(\rho_K - \rho_D) \cdot 3 \cdot \delta_K^2}{\eta_K} \cdot \rho_K \cdot b \frac{d\delta_K}{dx} \quad (6)$$

Der dem Kondensatfilm durch Kondensation zuströmende Massenstrom  $\dot{m}_{K2}$

Errechnet sich aus der über den Abschnitt dx abgeführten Wärmemenge .

$$\dot{m}_{K2} = \frac{\dot{q}}{r_S} \cdot b \cdot dx = \frac{\lambda}{\delta_K \cdot r_S} \cdot (T_S - T_W) \cdot b \cdot dx. \quad (7)$$

Daraus ergibt sich für die Änderung des Massestroms in x-Richtung ein zweiter

Ausdruck: 
$$\frac{d\dot{m}_K}{dx} = \frac{\lambda}{\delta_K \cdot r_S} \cdot (T_S - T_W) \cdot b. \quad (8)$$

Setzt man beide Ausdrücke gleich, so hat man eine Differentialgleichung für die Bestimmung der Filmdicke.

$$\frac{d\dot{m}_{K1}}{dx} = \frac{1}{3} \frac{g_x (\rho_K - \rho_D) \cdot 3 \cdot \delta_K^2}{\eta_K} \cdot \rho_K \cdot b \frac{d\delta_K}{dx} = \frac{d\dot{m}_K}{dx} = \frac{\lambda}{\delta_K \cdot r_S} \cdot (T_S - T_W) \cdot b \quad (9)$$

$$\delta_K^3 d\delta_K = \frac{\eta_K \cdot \lambda \cdot (T_S - T_W)}{g_x \cdot r_S \cdot (\rho_K - \rho_D) \cdot \rho_K} dx. \quad (10)$$

Die Integration von ( 10 ) ergibt

$$\frac{1}{4} \delta_K^4 + C_1 = \frac{\eta_K \cdot \lambda \cdot (T_S - T_W)}{g_x \cdot r_S \cdot (\rho_K - \rho_D) \cdot \rho_K} x.$$

Für x = 0 erhält man die Randbedingung  $\delta_K = 0$ .

Die Konstante C1 wird damit Null und man erhält für die Kondensatfilmdicke die Beziehung

$$\delta_K = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot \eta_K \cdot \lambda \cdot (T_S - T_W)}{g_x \cdot r_S \cdot (\rho_K - \rho_D) \cdot \rho_K} x}. \quad (11)$$

Für den Wärmeübergangskoeffizienten gilt 
$$\alpha(x) = \frac{\lambda_K}{\delta_K(x)} \quad (12)$$

d.h. 
$$\alpha(x) = \sqrt[4]{\frac{g_x \cdot r_S \cdot (\rho_K - \rho_D) \cdot \rho_K \cdot \lambda^3}{4 \cdot \eta_K \cdot (T_S - T_W) \cdot x}} \quad (13)$$

für den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten erhält man durch Integration des örtlichen Wärmeübergangskoeffizienten über die Lauflänge von 0 bis L

$$\bar{\alpha} = \frac{4}{3} \sqrt[4]{\frac{g_x \cdot r_S \cdot (\rho_K - \rho_D) \cdot \rho_K \cdot \lambda^3}{4 \cdot \eta_K \cdot (T_S - T_W) \cdot L}}, \quad \bar{\alpha} = 0,943 \cdot \sqrt[4]{\frac{g_x \cdot r_S \cdot (\rho_K - \rho_D) \cdot \rho_K \cdot \lambda^3}{\eta_K \cdot (T_S - T_W) \cdot L}} \quad (14)$$

Den in Gl. ( 4 ) benötigten Geschwindigkeitsverlauf  $w_x(y)$  erhält man aus der NS-Gleichung

$$\underbrace{\rho \frac{\partial w_x}{\partial t}}_1 + \underbrace{\rho \cdot w_x \frac{\partial w_x}{\partial x}}_4 + \underbrace{\rho \cdot w_y \frac{\partial w_x}{\partial y}}_3 + \underbrace{\frac{\partial p}{\partial x}}_2 = \underbrace{\rho \cdot \nu \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right)}_5 + g_x (\rho_K - \rho_D). \quad (15)$$

Die Terme 1 bis 5 werden Null wegen

Term 1 : stationäre Strömung, d.h. 
$$\rho \frac{\partial w_x}{\partial t} = 0$$

Term 2 : konstanter Druck im Dampfraum, d.h. 
$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$



Term 3: Geschwindigkeit in y-Richtung annähernd Null:  $\rho \cdot w_y \cdot \frac{\partial w_x}{\partial y} = 0$

Term 4 und 5 : Geschwindigkeitsänderung in x-Richtung vernachlässigbar klein, d.h.

$$\rho \cdot w_x \cdot \frac{\partial w_x}{\partial x} \quad \text{und} \quad \rho \cdot \nu \cdot \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} \right) \Rightarrow 0.$$

Damit erhält man die Differentialgleichung  $\eta_K \frac{d^2 w_x}{dy^2} = -g_x (\rho_K - \rho_D)$  bzw.

$$\frac{d\left(\frac{dw_x}{dy}\right)}{dy} = -\frac{g_x (\rho_K - \rho_D)}{\eta_K} \quad (16)$$

und nach der 1. Integration  $\frac{dw_x}{dy} = -\frac{g_x (\rho_K - \rho_D)}{\eta_K} y + C_1$ .

Die 2. Integration ergibt  $w_x(y) = -\frac{1}{2} \frac{g_x (\rho_K - \rho_D)}{\eta_K} y^2 + C_1 \cdot y + C_2$ .

Die Konstanten werden aus den Randbedingungen berechnet. Es gilt

$y = 0 : w_x(0) = 0$  daher  $C_2 = 0$

$Y = \delta_K : \frac{dw_x}{dy} = 0$  und damit  $C_1 = + \frac{g_x (\rho_K - \rho_D)}{\eta_K} \delta_{K1}$ .

Für das Geschwindigkeitsprofil erhält man somit  $w_x(y) = \frac{g_x (\rho_K - \rho_D)}{\eta_K} \left( \delta_K \cdot y - \frac{1}{2} \cdot y^2 \right)$

Anders geschrieben 
$$w_x(y) = \frac{g_x (\rho_K - \rho_D) \cdot \delta_K^2}{\eta_K} \left( \frac{y}{\delta_K} - \frac{1}{2} \cdot \frac{y^2}{\delta_K^2} \right). \quad (4)$$

zur Berechnung des Geschwindigkeitsprofils.

### Ausführliche Erklärung zur Bestimmung von Geschwindigkeit $w(y)$ und Temperatur $T(y)$ und aus den Grundgleichungen

1. Kontinuitätsgleichung

$$\text{div } \vec{w} = \frac{\partial w_j}{\partial x_j} = 0$$

2.  $w(y)$  - NAVIER STOKES Gleichungen:

$$\frac{\partial w_i}{\partial t} + w_j \cdot \frac{\partial w_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_j^2} + g_x$$

2.  $T(y)$  - Wärmetransport Gleichung:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + w_j \cdot \frac{\partial T}{\partial x_j} = a \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2}$$

Es gelten folgende Strömungsbedingungen: laminar, stationär, eben (x,y),  
konstante Plattenbreite in z- Richtung,

Geschwindigkeit  $w_y \approx 0$

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} = 0$$

$$w_x \cdot \frac{\partial w_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \cdot \left\{ \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right\} + g_x$$

$$w_x \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = a \cdot \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right\}$$

1. Kontinuitätsgl.

2. NS - Gleichung (x)

3. Wärmetransportgl.

Da es sich um ein ebenes Problem handelt verschwinden alle Terme in z - Richtung. Somit wird  $w_y \approx 0$  und es entfallen alle mit  $w_y$  multiplizierten Terme sowie die die NAVIER STOKES Gleichung in y- Richtung

Zur Herleitung des Geschwindigkeitsprofils gelten die Randbedingungen:

Der örtliche Druck p bleibt in x- Richtung konstant -->  $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$

Die Geschwindigkeitsänderung in x-Richtung und deren 2. Ableitung sind annähernd

Null, d.h.  $\frac{\partial w_x}{\partial x} = \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} = 0$

Aus der NS-Gleichung bleibt somit übrig  $\nu \cdot \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + g_x = 0 = \nu \cdot \frac{d^2 w_x}{dy^2} + g_x$ .

In Abweichung zur Herleitung der Gl. ( 4 ) wird hier die Dampfdichte nicht berücksichtigt.

Damit läßt sich das Geschwindigkeitsprofil im Kondensatfilm  $w_{x(y)}$  aus der DG

$\frac{d^2 w_x(y)}{dy^2} = -\frac{g_x}{\nu}$  durch Integration und Berücksichtigung der Randbedingungen

bestimmen.

$$\int d^2 w_x(y) = -\frac{g_x}{\nu} \int dy^2 \quad w_x(y) = -\frac{g_x}{2\nu} y^2 + C_1 \cdot y + C_2$$

Die Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  folgen aus den Randbedingungen

$$w_x(y=0) = 0 \quad \text{-->} \quad C_2 = 0$$

$$\left[ \frac{\partial w_x}{\partial y} \right]_{y=\delta} = 0 \quad \text{-->} \quad C_1 = -\frac{g_x}{\nu} \cdot \delta$$

Geschwindigkeitsprofil im Rieselfilm :

$$w_x(y) = -\frac{g_x}{\nu} \delta^2 \cdot \left\{ \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{y}{\delta} \right]^2 \right\}$$

Zur Herleitung des Temperaturprofils gelten folgende Annahmen:

Das Temperaturprofil im Rieselfilm ist in x- Richtung unveränderlich, d.h. alle Ableitungen nach x werden zu Null

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{d^2 T}{dy^2} = 0$$

Somit erhält man aus der Wärmetransportgleichung

$$T(y) = C_1 \cdot y + C_2,$$

und mit den Randbedingungen  $T(y=0) = T_w \rightarrow C_2 = T_w$

$$T(y=\delta_t) = T_s \rightarrow C_1 = \frac{T_s - T_w}{\delta_t}$$

das Temperaturprofil im Rieselfilm :  $T(y) = (T_s - T_w) \frac{y}{\delta} + T_w$

### Bestimmung der mittleren Kondensattemperatur $T_{km}$

Die mittlere Fluidtemperatur bestimmt man aus Enthalpie- und Wärmekapazitätsstrom.

$$\Delta T_{km} = \frac{\dot{H}}{\dot{C}} = \frac{\rho \cdot c_p \cdot b \cdot \int_{y=0}^{\delta} w(y) \Delta T(y) dy}{\rho \cdot c_p \cdot b \cdot \int_{y=0}^{\delta} w(y) dy}$$

Wählt man als Bezugstemperatur für die Enthalpie  $T_0 = T_w$ , so wird

$$\Delta T_{km} = T_{km} - T_w \text{ und } \Delta T(y) = T(y) - T_w \text{ sowie } \Delta T(y) = (T_s - T_w) \frac{y}{\delta}.$$

Damit wird

$$T_{km} - T_w = \frac{\int_{y=0}^{\delta} w(y) \cdot (T(y) - T_w) dy}{\int_{y=0}^{\delta} w(y) dy}$$

Das Integral im Enthalpiestrom wird

$$\begin{aligned} \int_{y=0}^{\delta} w_x(y) \cdot (T_s - T_w) \frac{y}{\delta} dy &= \frac{g_x \cdot \delta^2}{\nu} \cdot (T_s - T_w) \cdot \int_{y=0}^{\delta} \left\{ \left[ \frac{y}{\delta} \right]^2 - \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{y}{\delta} \right]^3 \right\} dy \\ &= \frac{5}{24} \cdot \frac{g_x \cdot \delta^3}{\nu} \cdot (T_s - T_w). \end{aligned}$$

Das Integral im Wärmekapazitätsstrom

$$\int_{y=0}^{\delta} w_x(y) dy = \frac{g_x \cdot \delta^2}{\nu} \cdot \int_{y=0}^{\delta} \left\{ \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{y}{\delta} \right]^2 \right\} dy = \frac{g_x \cdot \delta^3}{3 \cdot \nu}.$$

Damit ergibt sich die mittlere Kondensattemperatur zu:

$$T_{km} = \frac{\int_{y=0}^{\delta} w(y) \cdot (T(y) - T_w) dy}{\int_{y=0}^{\delta} w(y) dy} + T_w = \frac{1}{8} \cdot (5 \cdot T_s - 3 \cdot T_w)$$

Zusammenstellung einiger Gleichungen für die Kondensation von reinen Dämpfen  
 Örtlicher Wärmeübergangskoeffizient bei der laminaren Filmkondensation nach Nußelt:

$$\alpha_x = \sqrt[4]{\frac{\rho_L g r_s \lambda_L^3}{4 \nu_L (T_S - T_W) x}}$$

$$\alpha_l = \frac{1}{l} \int_0^l \alpha_x dx$$

Der mittlere Wärmeübergangskoeffizient bei der laminaren Filmkondensation nach Nußelt:

$$\alpha_l = 0,943 \sqrt[4]{\frac{\rho_L g r_s \lambda_L^3}{\nu_L (T_S - T_W) l}}$$

Die mittlere Nußeltzahl für laminaren Filmkondensation :

$$Nu_l = 0,943 \sqrt[4]{\frac{\rho_L g r_s l^3}{\nu_L (T_S - T_W) \lambda_L^3}}$$

Grenzreynoldszahl für laminaren Filmkondensation:

$$Re_\delta = 256 Pr^{-0,47} \quad \text{für} \quad 1 \leq Pr \leq 10$$

Bildung der Kondensationszahl aus dem Wärmeübergangskoeffizienten:

Mit  $\dot{Q}_{ges} = \alpha_l A (T_S - T_W) = \dot{m} r_s$  und  $A = l b$  wird aus  $\alpha_l = 0,925 \lambda_L \sqrt[3]{\frac{\rho_L g b}{\nu_L \dot{m}_L}}$

$$Ko_l = 0,925 \sqrt[3]{\frac{\rho_L g b}{\dot{m}_L}}$$

Dafür bildet man die Bezugslänge  $\left(\frac{\nu_L^2}{g}\right)^{1/3}$  aus der Zähigkeit und der

Schwerebeschleunigung. Macht man  $\alpha_l = 0,925 \lambda_L \sqrt[3]{\frac{\rho_L g b}{\nu_L \dot{m}_L}}$  mit dieser Bezugslänge

und den Koeffizienten der Wärmeleitfähigkeit des Kondensatfilms dimensionslos,

so definiert man die Kondensationszahl  $\frac{\alpha_l}{\lambda_L} \left(\frac{\nu_L^2}{g}\right)^{1/3} = Ko_l$ .

Für die Laminare Filmkondensation an senkrecht stehenden Flächen gilt damit

$$\frac{\alpha_l}{\lambda_L} \left(\frac{\nu_L^2}{g}\right)^{1/3} = 0,925 \sqrt[3]{\frac{\rho_L g b}{\dot{m}_L}} \quad \text{d.h.,} \quad Ko_l = 0,925 \sqrt[3]{\frac{\rho_L g b}{\dot{m}_L}}$$

Führt man die Reynoldszahl, gebildet mit der Filmdicke, der mittleren Kondensatgeschwindigkeit am Plattenende und der Zähigkeit des Kondensats ein,

$$Re_\delta = \frac{w_\delta \delta_L}{\nu_L} \quad \text{mit} \quad \delta_L = \left(\frac{3 \nu_L \delta_L \dot{m}_L}{\rho_L g b}\right)^{1/3} \quad \text{wird} \quad Re_\delta = \frac{\dot{m}_L}{\rho_L \nu_L b}, \quad \text{so ergibt sich}$$

für den mittleren Wärmeübergang bei der laminare Filmkondensation die Kondensationszahl in der Form

$$Ko_l = 0,925 Re_\delta^{-1/3}$$

und für den örtlichen Wärmeübergang

$$Ko_x = 0,693 [Re_\delta(x)]^{-1/3}.$$

Weiter Kennzahlen sind

die Prandtlzahl  $Pr_L = \frac{v_L \rho_L c_{p,L}}{\lambda_L} = \frac{v_L}{a_L},$

die Galileizahl  $Ga = \left(\frac{l}{l_c}\right)^3$  mit  $l_c = \left(\frac{v_L^2}{g}\right)^{1/3}$

als charakteristische Länge eines Kondensatfilms,

der Kruzilinparameter  $Kr = \frac{r_s}{c_{p,L}(T_s - T_w)}$

die Phasenumwandlungszahl  $Ph = 1/Kr$

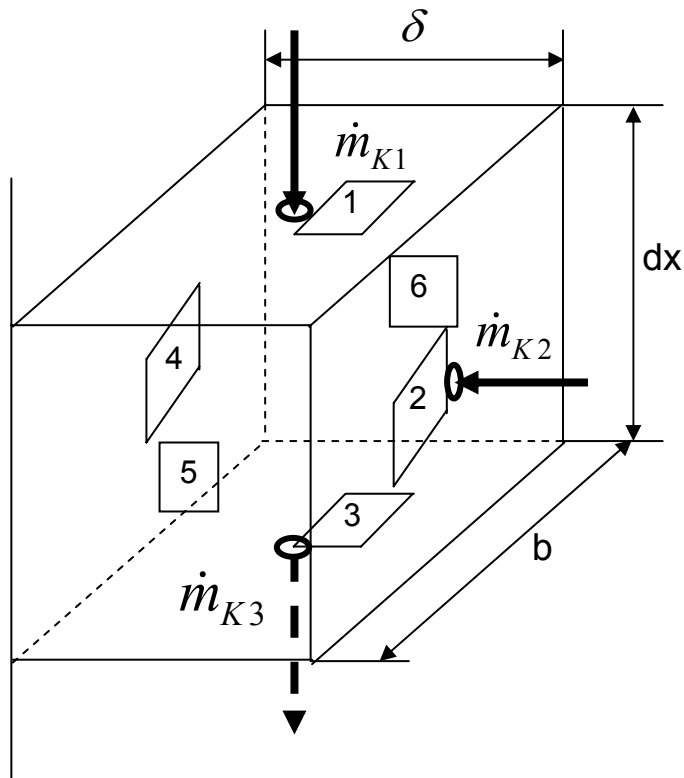
die Kapitazahl  $Ka = \left(\frac{\rho_L l_c^2 g}{\sigma}\right)^3$

Mit diesen Kennzahlen erhält man für die mittlere Kondensationszahl

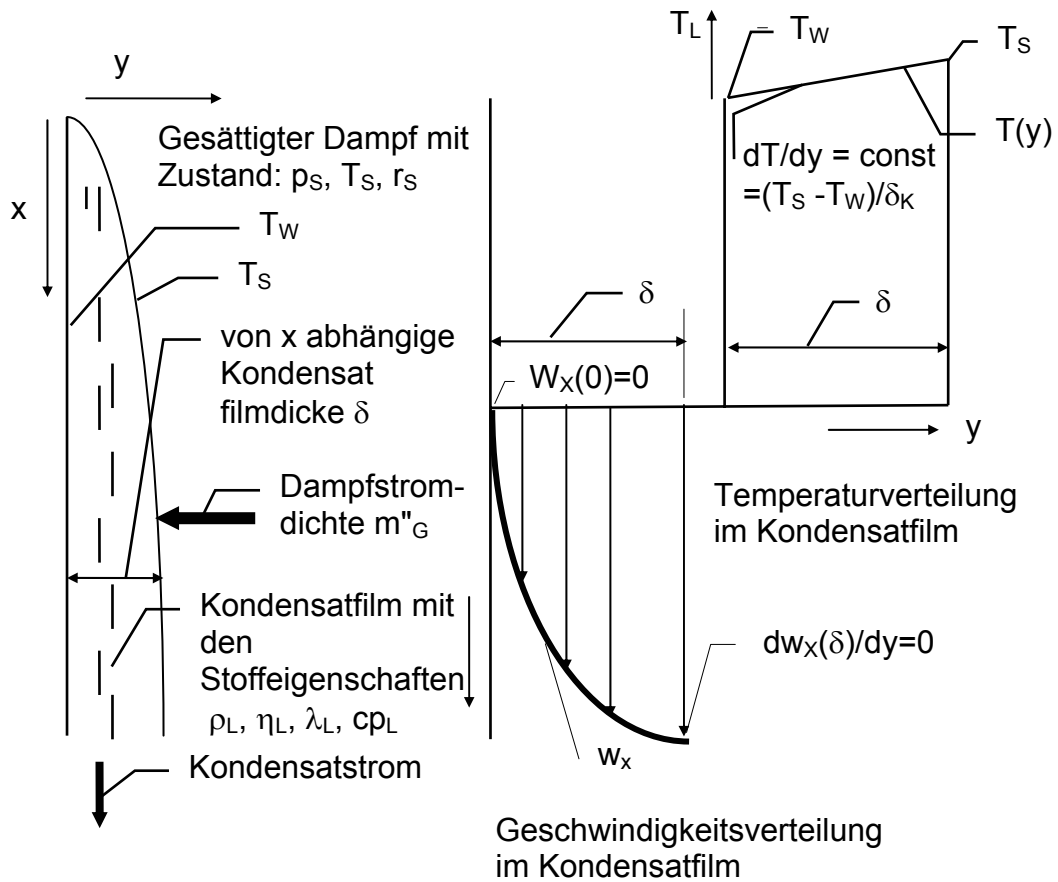
$$Ko_l = C (Pr Kr Ga^{-1/3})^{1/4}$$

Die nachfolgende Tabelle enthält die für diese Beziehung gültigen Konstanten und Bezugsängen.

Anordnung	C	l	g <sub>eff</sub>
Senkrechte Platte, senkrecht Rohr	0,943	l	g
Waagrechtes Rohr	0,728	d	g
Geneigte Platte	0,943	l	g·sinΘ
Kugel	0,785	d	g
Senkrechter Kegel	1,0	l	g·sinΘ
Obere Hälfte eines Zylinders	0,866	d	g
untere Hälfte eines Zylinders	0,592	d	g
Rotierende Scheibe	0,904	d/2	ω <sup>2</sup> d/2



**Bild: Bilanz am Kondensatfilm**



**Bild: Laminare Filmkondensation**

## 7.5. Erste Durchrechnung eines Kondensators

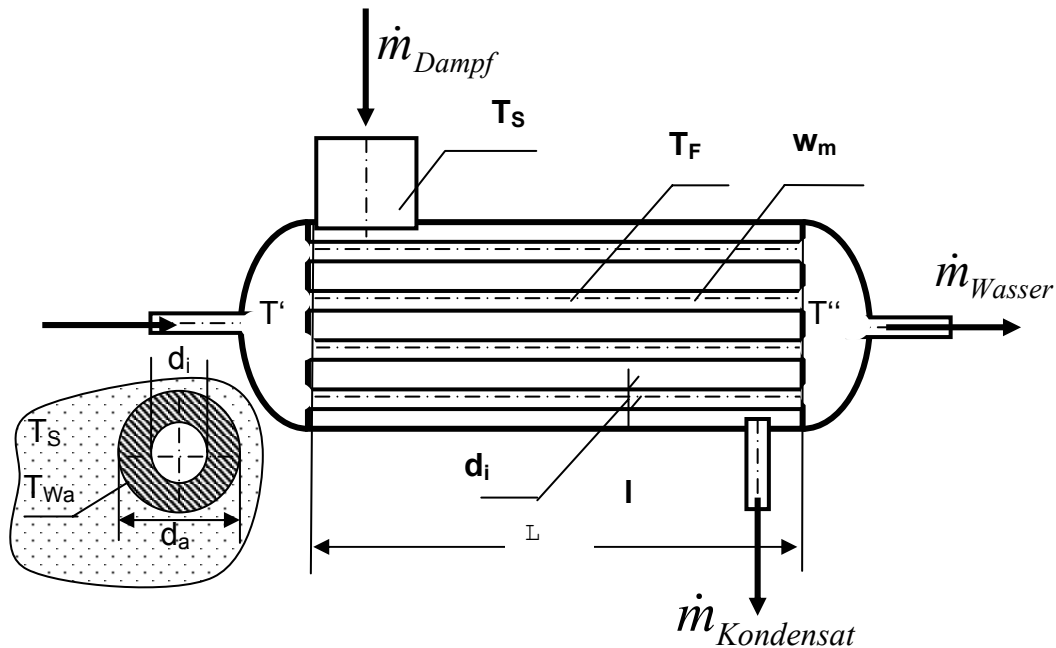
Für eine NH<sub>3</sub>-Kälteanlage ist ein Kondensator auszulegen.

Typ: Liegender Rohrbündelwärmeübertrager mit Stahlrohren  $d_a/d_i = 37\text{mm}/30\text{mm}$ .

Kondensation an der äußeren Rohrwand. Es wird Kühlwasser durch die Rohre gepumpt.

$T' = 20^\circ\text{C}$ , die Förderleistung der Pumpe liegt bei  $0,01\text{ m}^3/\text{s}$ . Das Wasser soll nicht schneller als mit  $1,5\text{ m/s}$  fließen.

Bestimmen Sie die Größe der Wärmeübertragerfläche und die Länge der Rohre!



Weitere Daten:

NH<sub>3</sub>-Sattdampfmassestrom  $\dot{m} = 0,08\text{ kg/s}$ ,  $T_S = 40^\circ\text{C}$

Stoffwerte:

$\rho = 595\text{ kg/m}^3$ ,  $\lambda = 0,473\text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ,  $\nu = 0,222 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$ ,  $r_S = 1,14 \cdot 10^6\text{ Ws/kg}$ ,  
 $c = 2120\text{ Ws/(kg}\cdot\text{K)}$

Wasservolumenstrom :  $\dot{V} = 0,01\text{ m}^3/\text{s}$ ,  $T_1 = 20^\circ\text{C}$ ,

Stoffwerte:

$\rho = 998\text{ kg/m}^3$ ,  $c_p = 4170\text{ Ws/(kg}\cdot\text{K)}$

Stahlwand:  $\lambda = 60\text{ W/(m}\cdot\text{K)}$

### Lösung der Aufgabe:

- Berechnung der im Kondensator insgesamt abzuführenden Wärme

Es wird angenommen, daß die frei werdende Verdampfungswärme

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot r_S = 0,08\text{ kg/s} \cdot 1,14 \cdot 10^6\text{ Ws/kg} = 91200\text{ W} = 91,2\text{ kW},$$

die einzige Wärme ist, die das Kühlwasser im Kondensator aufnehmen muß.

Die abzuführende Wärme von der stets auftretenden Unterkühlung des Kondensats wird zunächst vernachlässigt.

- Berechnung der Austrittstemperatur des Kühlwassers

$\dot{Q} = \dot{V} \cdot \rho \cdot c_p (T'' - T')$  daraus folgt mit  $\rho$  und  $c_p$  bei  $20^\circ\text{C}$ :

$$T'' = T' + \frac{\dot{Q}}{\dot{V} \cdot \rho \cdot c_p} = 20^\circ\text{C} + \frac{91200 \text{ W} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s} \cdot \text{kg} \cdot \text{K}}{0,01 \text{ m}^3 \cdot 998 \text{ kg} \cdot 4170 \text{ Ws}} = 20^\circ\text{C} + 2,19 \text{ K},$$

$$T'' = 22,19^\circ\text{C}$$

Das Kühlwasser erwärmt sich nur um den geringen Betrag von 2,19 K.

Eine Korrektur der Stoffwerte  $\rho$  und  $c_p$  infolge der geänderten Bezugstemperatur von

$$T_m = \frac{1}{2}(T'' + T') = 21,1^\circ\text{C} \text{ ergibt keine Änderung.}$$

- Die Stoffwerte bei der mittleren Temperatur des Kühlwassers

$$\rho = 998 \text{ kg/m}^3, c_p = 4180 \text{ Ws/(kg.K)}, \text{Pr} = 6,84, \nu = 0,984 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s},$$

$$\lambda = 0,599 \text{ W/(m.K)}$$

- Berechnung der erforderlichen Rohre, die gleichzeitig vom Wasser durchströmt werden,

Die innere Querschnittsfläche eines Rohres beträgt

$$A_{\text{Rohr}} = \frac{\pi \cdot d_i^2}{4} = 0,00071 \text{ m}^2, \text{ die Mindestzahl der Rohre beträgt damit}$$

$$n = \frac{A_{\text{min}}}{A_{\text{Rohr}}} = 9,4..$$

Es wird gewählt:  $n = 10$ .

- Berechnung der mittleren Geschwindigkeit und der Reynoldszahl der Wasserströmung im Rohr

Mit dem vorgegebenen Fördervolumen der Pumpe  $\dot{V} = 0,01 \text{ m}^3/\text{s}$  folgt als mittlere Strömungsgeschwindigkeit in jedem Rohr

$$w_m = \frac{\dot{V}}{10 \cdot A_{\text{Rohr}}} = \frac{0,01 \text{ m}^3/\text{s}}{10 \cdot 0,00071 \text{ m}^2} = 1,41 \text{ m/s}.$$

Die Reynolds-Zahl  $\text{Re} = \frac{d_i \cdot w_m}{\nu}$  hat damit den Wert  $\text{Re}_{\text{di}} = 43000 > \text{Re}_{\text{dkrit}} = 2300$ .

Das Wasser im Rohr strömt turbulent.

- Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten für die turbulente Rohrströmung

Für den mittleren Wärmeübergang einer turbulenten Rohrströmung gilt nach Hausen

$$\text{Nu}_d = \frac{\alpha_m \cdot d}{\lambda} = 0,037(\text{Re}_d^{0,75} - 180) \cdot \text{Pr}^{0,42} \left[ 1 + \left( \frac{d}{l} \right)^{2/3} \right] \cdot \left( \frac{\eta}{\eta_w} \right)^{0,14}.$$

Da die Länge  $l$  und die Rohrwandtemperatur  $T_{\text{wi}}$  nicht bekannt sind, wird für die

erste Berechnung die Gleichung verkürzt:  $\text{Nu}_d = \frac{\alpha_m \cdot d}{\lambda} = 0,037(\text{Re}_d^{0,75} - 180) \cdot \text{Pr}^{0,42}.$



Mit  $Pr^{0,42} = 6,84^{0,42} = 2,24$ ;  $Re_d^{0,75} = 43000^{0,75} = 2999$  folgt

$$Nu_d = \frac{\alpha_m d}{\lambda} = 0,037(2990 - 180) \cdot 2,24 = 233$$

$$\alpha_m = Nu_d \frac{\lambda}{d} = 233 \frac{0,599 \text{ W}}{0,03 \text{ m} \cdot \text{m} \cdot \text{K}} = 4650 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) = \alpha_i.$$

- Berechnung des kondensatseitigen Wärmeübergangskoeffizienten

Nach der Nusseltschen Wasserhauttheorie gilt für die Kondensation am horizontalen Rohr

$$\alpha_m = 0,725 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \rho^2 g \cdot r_s}{\eta \cdot (T_s - T_w) \cdot d}} \quad \text{mit } \lambda^3 = (0,473 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}))^3 = 0,106 (\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K}))^3 \text{ und}$$

$\eta = \rho \cdot \nu$  folgt

$$\alpha_m = 0,725 \cdot \sqrt[4]{\frac{0,106 \text{ W}^3 \cdot 595 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot 1,14 \cdot 10^6 \text{ Ws} \cdot 10^6 \text{ s}}{\text{m}^3 \text{ K}^3 \text{ m}^3 \text{ s}^2 \text{ kg} \cdot 0,222 \text{ m}^2 \cdot 0,037 \text{ m}}} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{T_s - T_w}}$$

$$\alpha_m = 12400 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}^{3/4}} \sqrt[4]{\frac{1}{T_s - T_w}} = \alpha_a.$$

Der Wärmeübergangskoeffizient bei der Kondensation hängt von der Wandtemperatur  $T_w$  ab, die jedoch nicht bekannt ist. Daher kann er vorerst nicht weiter berechnet werden. Die Ermittlung von  $T_w$  erfolgt über die Berechnung des örtlichen Wärmedurchgangs.

- Berechnung des Wärmedurchgangskoeffizienten  $k'$  für den Wärmetransport zwischen der kondensatseitigen Wandfläche (mit der Temperatur  $T_w$ ) und dem Kühlwasser (mit der Temperatur  $T_{KM}$ )

Für die weitere Rechnung ist es zweckmäßig, einen Wärmedurchgangskoeffizienten  $k'$  für den Wärmetransport zwischen der kondensatseitigen Wandfläche und dem Kühlwasser einzuführen.

$$\frac{1}{k' \cdot A} = \frac{1}{\alpha_i \cdot A_i} + \frac{\delta}{\lambda \cdot A_m} \quad \text{Es ist zweckmäßig, } k' \text{ auf die Fläche zu beziehen, an der}$$

der Dampf kondensiert. Das ist hier die äußere Rohrfläche. Mit  $\delta = (d_a - d_i)/2$  und

$$A_m = \frac{A_a - A_i}{\ln \frac{A_a}{A_i}} \quad \text{folgt}$$

$$\frac{1}{k'} = \frac{1}{\alpha_i} \cdot \frac{d_a}{d_i} + \frac{d_a}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_a}{d_i} = \frac{\text{m}^2 \text{ K} \cdot 0,037 \text{ m}}{4650 \text{ W} \cdot 0,03 \text{ m}} + \frac{0,037 \text{ m} \cdot \text{m} \cdot \text{K} \cdot 0,21}{2 \cdot 60 \cdot \text{W}} = 0,0003297 \text{ m}^2 \text{ K}/\text{W}.$$

$$k' = 3040 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}).$$

- Ermittlung der Temperatur  $T_w$  der kondensatseitigen Oberfläche

Der Wärmestrom, der von der Kondensatoberfläche bis ins Kühlwasser fließt, ist im stationären Fall durch alle Wärmewiderstände gleich groß. Bei dem richtigen Wert von  $T_w$  muß also gelten

$$\dot{Q}_1 = \alpha_a \cdot A_a \cdot (T_s - T_w) = A_a \cdot 12400 (T_s - T_w)^{3/4} =$$

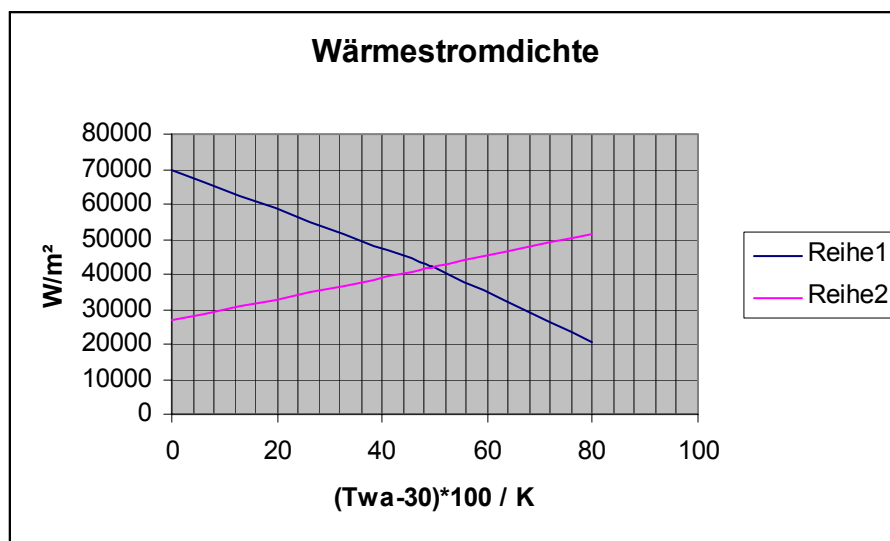
$$\dot{Q}_2 = k'_a \cdot A_a \cdot (T_w - T_{KM}) = A_a \cdot 3040 \cdot (T_w - T_{KM}).$$

Die Berechnung von  $T_W$  aus diesen beiden Gleichungen kann nur durch eine Iteration erfolgen.

Teilt man durch die Fläche  $A_a$ , so erhält man die Wärmestromdichten als Funktion der gesuchten Wandtemperatur.

$$\dot{q}_1 = 12400 \cdot (40^\circ\text{C} - T_W)^{3/4}; \quad \dot{q}_2 = 3040 \cdot (T_W - 21,1^\circ\text{C}); \quad \dot{q} \text{ in } \text{W}/\text{m}^2.$$

$T_W / ^\circ\text{C}$	$\dot{q}_1/\text{W}/\text{m}^2$	$\dot{q}_2/\text{W}/\text{m}^2$
38	20800	51400
30	69800	27000
34,7	43400	41400
34,9	42100	42000
35,0	41500	42200



Bei dieser Rechnung beträgt die Wandtemperatur nach der 1. Näherung  $34,7^\circ\text{C}$  und nach der 2. Näherung  $34,9^\circ\text{C}$ .

Wie die Tabelle zeigt, liegt der richtige Wert dazwischen, nahe bei  $34,9^\circ\text{C}$ . Der letzte Wert ist genau genug und wird in den nachfolgenden Rechnungen als Wandtemperatur benutzt.

- Berechnung des kondensatseitigen Wärmeübergangskoeffizienten .

Setzt man in die schon aufgeführte Beziehung  $\alpha_m = 12400 \frac{W}{m^2 K^{3/4}} \sqrt[4]{\frac{1}{T_s - T_w}} = \alpha_a$  die

Wandtemperatur ein, so wird  $\alpha_a = 12400 \frac{W}{m^2 K^{3/4}} \sqrt[4]{\frac{1}{40^\circ\text{C} - 34,9^\circ\text{C}}} = 8200 \frac{W}{m^2 K}$  und

$1/\alpha_a = 0,000122 \text{ m}^2\text{K}/\text{W}$ .

## Berechnung des Wärmedurchgangskoeffizienten bezogen auf die Rohraußenfläche

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i} \cdot \frac{d_a}{d_i} + \frac{d_a}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_a}{d_i} + \frac{1}{\alpha_a} =$$
$$(0,000265 + 0,0000647 + 0,000122) \text{ m}^2\text{K/W} = 0,0004517 \text{ m}^2\text{K/W}$$

$$k_a = 2210 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

## Zusammenfassende Betrachtungen

Damit ist die Berechnung des örtlichen Wärmedurchgangs beendet. Als wesentlichstes Ergebnis folgt der Wärmedurchgangskoeffizient  $k_a = 2210 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ . Die wärmetechnische Auslegung des gesamten Kondensators wird nun wie folgt durchgeführt:

Es wird angenommen, daß der örtliche Wärmedurchgangskoeffizient für mittlere Temperaturen im Kondensator als mittlerer Wärmedurchgangskoeffizient  $k_{a,m}$  des gesamten Kondensators genommen werden kann. Dann folgt die benötigte Wärmeübertragerfläche aus der Beziehung

$$\dot{Q}_{ges} = k_m A \cdot \Delta T_{m,\log} \quad \text{mit} \quad \Delta T_{m,\log} = \frac{\Delta T_{gro\beta} - \Delta T_{klein}}{\ln \frac{\Delta T_{gro\beta}}{\Delta T_{klein}}}$$

Mit den vorgegebenen und vorher berechneten Temperaturen erhält man

$$\Delta T_{m,\log} = \frac{20^\circ\text{C} - 17,8^\circ\text{C}}{\ln \frac{20}{17,8}} = 18,7 \text{ K}.. \quad \text{Mit diesem Wert und dem}$$

Wärmedurchgangskoeffizienten erhält man für die erforderliche äußere Wärmeübertragerfläche

$$A_{erforderlich} = \frac{\dot{Q}_{ges}}{k_{a,m} \Delta T_{m,\log}} = 2,21 \text{ m}^2.$$

## - Berechnung der erforderlichen Rohrlänge

Mit  $n = 10$  Rohren mit dem Außendurchmesser  $d_a = 0,037 \text{ m}$  folgt über

$$A_{erforderlich} = n \cdot d_a \cdot \pi \cdot l_{erforderlich}$$
$$l_{erforderlich} = \frac{A_{erforderlich}}{n \cdot d_a \cdot \pi} = 1,90 \text{ m}.$$

Damit ist die erste Durchrechnung des Kondensators beendet.

## - Abschätzung der Kondensatunterkühlung

Für laminare Filmkondensation (Nusseltsche Wasserhauttheorie) gilt

$$\frac{\dot{Q}_{mit \text{ Unterkühlung}}}{\dot{Q}_{ohne \text{ Unterkühlung}}} = 1 + \frac{3}{8} \frac{c}{r_s} (T_s - T_w) = 1 + \frac{3}{8} \frac{2120 \text{ Ws} \cdot \text{kg} \cdot 5,3 \text{ K}}{1,14 \cdot 10^6 \text{ Ws} \cdot \text{kg} \cdot \text{K}} = 1,0037.$$

Die Unterkühlungswärme des Kondensats beträgt also nur 0,37 % der Kondensationswärme. Dieser Wert liegt innerhalb der Genauigkeit der gesamten Rechnung und braucht daher nicht besonders berücksichtigt werden.

### **7.6. Näherungsweise Berechnung einer Siedekurve für Behältersieden**

(Auszug aus P. B. Whalley: Boiling Condensation and Gas-Liquid Flow, 1987/1990, Clarendon Press Oxford, S. 255: Example 7 Pool boiling curve)

Für Benzen ist bei einem Behälterdruck von 1 bar die Siedekurve  $\dot{q} = f(T_w - T_s)$  zu zeichnen.

Stoffwerte für Benzen bei einem Behälterdruck von 1 bar:

Molgewicht	M	= 78
Fluidichte	$\rho_L$	= 823 kg/m <sup>3</sup>
Dampfdichte	$\rho_G$	= 2,74 kg/m <sup>3</sup>
Verdampfungsenthalpie	$r_s$	= 398 · 10 <sup>3</sup> J/kg
spez. Wärmekapazität der Flüssigkeit	$c_{pL}$	= 1880 J/(kg·K)
des Dampfes	$c_{pG}$	= 1290 J/(kg·K)
Zähigkeit der Flüssigkeit	$\mu_L$	= 321 · 10 <sup>-6</sup> N·s/m <sup>2</sup>
des Dampfes	$\mu_G$	= 9,3 · 10 <sup>-6</sup> N·s/m <sup>2</sup>
Wärmeleitfähigkeit der Flüssigkeit	$\lambda_L$	= 0,131 W/(m·K)
des Dampfes	$\lambda_G$	= 0,015 W/(m·K)
Oberflächenspannung	$\sigma$	= 0,021 N/m
Sättigungstemperatur	$T_s$	= 353 K
kritischer Druck	$p_c$	= 49 bar

Die Heizfläche ist eine horizontale Platte mit Porendurchmessern von  $d = 10 \cdot 10^{-6}$  m.  
Die Oberflächenrauigkeit beträgt  $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-6}$  m.

Die Lösung kann in folgenden Rechenschritten durchgeführt werden (s. auch Bild 1):

- Beginn der Blasenverdampfung (Pkt. A)
- Bereich der Blasenverdampfung (Pkt. A bis Pkt. B)
- Kritische Wärmestromdichte (Pkt. B)
- Instabiles Sieden im Übergangsbereich (Pkt. B - Pkt. C)
- Minimale Wärmestromdichte beim Filmsieden (Pkt. C)
- Bereich des Filmsiedens (von Pkt. C aufwärts)

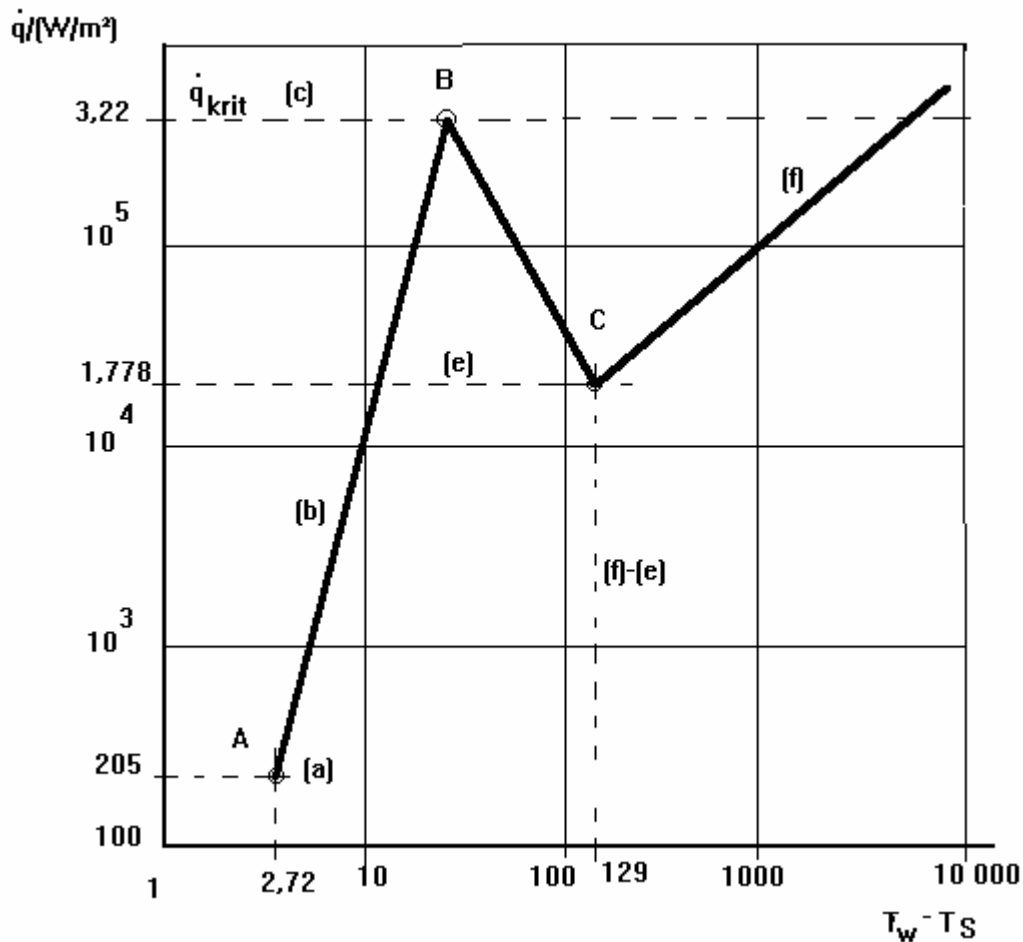


Bild 1: Verdampfungskurve für Benzen

- a) Der Beginn des Blasensiedens wird durch die Porengröße und der sich daraus über den Blasendurchmesser bestimmbarer Übertemperatur berechnet.

$$d_{krit} = 4 \cdot \frac{T_s}{T_w - T_s} \cdot \frac{\sigma}{r_s \cdot \rho_G} \quad (T_s \text{ in K})$$

$$T_w - T_s = 4 \cdot \frac{T_s}{d_{pore}} \cdot \frac{\sigma}{r_s \cdot \rho_G} \quad (T_s \text{ in K}) = 4 \frac{353 \cdot 0,021}{10 \cdot 10^{-6} \cdot 398 \cdot 10^3 \cdot 2,74} = 2,719 \text{ K}$$

- b) Bereich des Blasensiedens:

Der reduzierte Druck beträgt  $p^* = p_s / p_{krit} = 1/49 = 0,0204$

Für den Wärmeübergangskoeffizienten gilt:

$$\alpha = 40 \cdot p^{*(0,12 - \lg \varepsilon)} \cdot (-\log p^*)^{-0,55} \cdot M^{-0,5} \cdot \dot{q}^{2/3} =$$

$$40 \cdot 0,024^{(0,12 - \lg 1)} \cdot (\lg 0,0204)^{-0,55} \cdot 78^{-0,5} \cdot \dot{q}^{2/3} = 2,17 \cdot \dot{q}^{2/3}$$

$$\text{Mit } \alpha = \frac{\dot{q}}{\Delta T} \Rightarrow \alpha \cdot \Delta T = \dot{q} \Rightarrow \dot{q} = 2,17^3 \Delta T^3 = 10,2 \Delta T^3$$

mit dem Ergebnis aus a)  $\Delta T = 2,719 \text{ K}$  erhält man somit

$$\dot{q}_{\text{Siedebeginn}} = 10,2 \cdot 2,719^3 = 205,1 \text{ W / m}^2$$

Wird die Berechnung nach Mostinski Gln. (14.23) und (14.24) durchgeführt, so differieren die Ergebnisse:

$$\alpha = 1,50 \cdot \dot{q}^{0,7} \quad \text{oder} \quad \dot{q} = 3,86 \cdot \Delta T^{3,33}$$

c) Kritische Wärmestromdichte

Bei entsprechender Größe der Heizfläche kann die Gl. (15.20) genutzt werden:

$$\begin{aligned}\dot{q}_{krit} &= 0,149 \cdot r_s \cdot \rho_G^{0,5} \cdot [\sigma \cdot (\rho_L - \rho_G) \cdot g]^{1/4} \\ &= 0,149 \cdot 398 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2,74} \cdot [0,021 \cdot (823 - 2,74) \cdot 9,81]^{1/4} \\ \dot{q}_{krit} &= 3,54 \cdot 10^5 \text{ W / m}^2\end{aligned}$$

Diese kritische Wärmestromdichte wird durch den Punkt B auf der Linie der Blasenverdampfung gekennzeichnet.

d) Der Übergangsbereich zum Filmsieden kann bis auf die Größe des Minimalwertes vom Filmsieden nicht berechnet werden .

e) Minimalwert der Wärmestromdichte beim Filmsieden:

$$\begin{aligned}\dot{q}_{min} &= 0,13 \cdot r_s \cdot \rho \cdot \left[ \frac{\sigma \cdot (\rho_L - \rho_G) \cdot g}{(\rho_L - \rho_G)^2} \right]^{1/4} \\ &= 0,13 \cdot 398 \cdot 10^3 \cdot 2,74 \cdot \left[ \frac{0,021 \cdot (823 - 2,74) \cdot 9,81}{(823 - 2,74)^2} \right]^{1/4}, \quad \dot{q}_{min} = 1,78 \cdot 10^4 \text{ W / m}^2\end{aligned}$$

Es ist zu beachten, daß das nur **20%** der kritischen Wärmestromdichte sind ! Der Punkt der minimalen Wärmestromdichte des Filmsiedens im Diagramm kann nicht bestimmt werden, sondern nur der Wert der Wärmestromdichte. Der Punkt muß aber auf der Linie des Filmsiedens liegen.

f) Bereich des Filmsiedens (Gln. 21.3 ) und (21.2).

$$\begin{aligned}l &= 2\pi \left[ \frac{\sigma}{g(\rho_L - \rho_G)} \right]^{1/2} \\ &= 2\pi \left[ \frac{0,021}{9,81 \cdot (823 - 2,74)} \right]^{1/2} = 0,010 \text{ m};\end{aligned}$$

$$\Delta T = \left[ \frac{1,78 \cdot 10^4}{466} \right]^{4/3} = 128,6 \text{ K}$$

$$\begin{aligned}\alpha &= 0,62 \left[ \frac{\rho_G (\rho_L - \rho_G) g \cdot r_s \cdot \lambda_G^3}{\eta_G \cdot \Delta T \cdot l} \right]^{1/4} \\ \alpha &= 0,62 \cdot \left[ \frac{2,74 \cdot (823 - 2,74) \cdot 9,81 \cdot 398 \cdot 10^3 \cdot 0,015^3}{9,3 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta T \cdot 0,01} \right]^{1/4} = \frac{466}{\Delta T^{1/4}}.\end{aligned}$$

Nutzt man zur Elimination von  $\alpha$  die Beziehung  $\alpha = \frac{\dot{q}}{\Delta T}$ , so wird  $\dot{q} = 466 \cdot \Delta T^{3/4}$ .

Setzt man nun den Wert für die minimale Wärmestromdichte beim Filmsieden

ein, so bekommt man für  $\Delta T$  :

$$\Delta T = \left[ \frac{1,78 \cdot 10^4}{466} \right]^{4/3} = 128,6 \text{ K}$$

**7.7. Übertragungsvorgänge in ausgebildeten laminaren Rohrströmungen**  
 (Auszug aus dem Vorlesungsskript Wärme- und Stoffübertragung 1974 Dr. H.-J. Mascheck , TU Dresden)

Ausgangspunkt sind die vereinfachten Transportgleichungen in Zylinderkoordinaten.

$$\text{Kontinuitätsgleichung: } \frac{\partial r w_x}{\partial x} + \frac{\partial r w_r}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

$$\text{Navier-Stokes-Gleichung: } w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_r \frac{\partial w_x}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial w_x}{\partial r} \right) + g_x, \quad (2)$$

$$\text{Wärmetransportgleichung: } w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_r \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (3)$$

$$\text{Stofftransportgleichung: } w_x \frac{\partial \rho_a}{\partial x} + w_r \frac{\partial \rho_a}{\partial r} = \frac{D_a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \rho_a}{\partial r} \right) \quad (4)$$

**Wärmeübergang**

Für die Gl. ( 2 ) gelten folgende Randbedingungen:  $w_x = 0, w_r = 0$  für  $r = R$ .  
 Es können folgende Vereinfachungen infolge der Orientierung der Rohre und durch einen Ansatz für das Geschwindigkeitsprofil vorgenommen werden:

$$w_x = f(r), w_r = 0, \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \text{ horizont. Rohranordnung: } g_x = 0.$$

$$\text{Damit gilt: } \frac{\partial w_x}{\partial r} = \frac{d w_x}{d r}, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{d p}{d x}. \quad (5)$$

$$\text{Gl. ( 2 ) nimmt damit die Form } \frac{1}{\rho} \frac{d p}{d x} = \frac{\nu}{r} \frac{d}{d r} \left( r \frac{d w_x}{d r} \right) \text{ an} \quad (6)$$

$$f(x) = f(r)$$

Beide Seiten müssen konstant sein! Demzufolge ist  $dp/dx = \text{const}$  und es gilt

$$\frac{r}{\eta} \frac{d p}{d x} = \frac{d}{d r} \left( r \frac{d w_x}{d r} \right). \quad (7)$$

$$\text{1: Integration: } \frac{r^2}{2\eta} \frac{d p}{d x} = \left( r \frac{d w_x}{d r} \right) + \text{const},$$

$$\frac{r}{2\eta} \frac{d p}{d x} = \frac{d w_x}{d r}$$

2. Integration:  $\frac{r^2}{4\eta} \frac{dp}{dx} = w_x + const$

RB:  $w_x = 0$  für  $r = R$ :

$$\frac{R^2}{4\eta} \frac{dp}{dx} = 0 + const$$

$$\frac{r^2}{4\eta} \frac{dp}{dx} = w_x(r) + \frac{R^2}{4\eta} \frac{dp}{dx}$$

Da  $dp/dx < 0$  ist, folgt  $-dp/dx = |dp/dx|$  und man erhält für das Geschwindigkeitsprofil

$$w_x(r) = \frac{1}{4\eta} \left| \frac{dp}{dx} \right| (R^2 - r^2) \quad (8)$$

Mit  $w_{x\max} = w_x(0) = w_{x0} = \frac{R^2}{4\eta} \left| \frac{dp}{dx} \right|$  erhält man

$$w_x(r) = w_{x0} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \quad (9)$$

### Berechnung des Temperaturfeldes

Ziel der Berechnung ist die Bestimmung von  $\alpha = \frac{\dot{q}}{T_F - T_W}$  aus dem Temperaturfeld.

Grundlage dafür ist die Wärmetransportgleichung Gl.( 3 ).

$$w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_r \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (3)$$

Die Geschwindigkeitsfunktion  $w_x = f(r)$  ist bestimmt worden und es gilt  $w_y = 0$ .

Für die Temperatur  $T(x, r)$  gibt es folgende Randbedingungen:

$T(x, r) = T_W(x)$  für  $r = R$ .

Es sind die Fälle

$$T_W = const \text{ und} \quad (10)$$

$$T_W = T_{W0} + T'_{W \cdot x} \text{ möglich.} \quad (11)$$

Der zweite Fall Gl. ( 11 ) ist rechnerisch am einfachsten zu behandeln.

Für das ausgebildete Temperaturprofil gilt dabei:

$$T(x, r) - T_W(x) = f(r) = \Theta(r) \quad (12)$$

$\Theta(r)$  ist unabhängig von  $x$  und wird für die Bestimmung von  $\alpha$  gesucht.

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{d\Theta}{dr}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT}{dx} = T'_W \quad (13)$$

Damit nimmt die Wärmetransportgleichung die Form

$$w_x \frac{\partial T}{\partial x} = w_{x0} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) T'_W = \frac{a}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\Theta}{dr} \right) \quad (14)$$

Mit der Randbedingung  $\Theta = 0$  für  $r = R$  erhält man für Gl. ( 14 ):

$$\frac{w_{x0} T'_W}{a \cdot R^2} (R^2 r - r^3) = \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\Theta}{dr} \right) \quad (15)$$



1. Integration der Gl. (15)

$$\frac{w_{x0} T'_W}{a \cdot R^2} \left( \frac{R^2 r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right) = r \frac{d\Theta}{dr} + \text{const}, \quad \text{const} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{w_{x0} T'_W}{a \cdot R^2} \left( \frac{R^2 r}{2} - \frac{r^3}{4} \right) = \frac{d\Theta}{dr}.$$

2. Integration

$$\frac{w_{x0} T'_W}{a \cdot R^2} \left( \frac{R^2 r^2}{4} - \frac{r^4}{16} \right) = \Theta(r) + \text{const},$$

mit  $\Theta(r) = 0$  für  $r = R$  wird (17)

$$\frac{w_{x0} T'_W}{a \cdot R^2} \left( \frac{R^4}{4} - \frac{R^4}{16} \right) = 0 + \text{const}.$$

$$\Theta(r) = \frac{w_{x0} T'_W \cdot R^2}{16 \cdot a} \left( 3 - \frac{4r^2}{R^2} + \frac{r^4}{R^4} \right) \quad (18)$$

$$\Theta_{\max} = \Theta(0) = \Theta_0 = -\frac{3}{16} \frac{w_{x0} T'_W \cdot R^2}{a} \quad (19)$$

$$\Theta(r) = \Theta_0 \left( 1 - \frac{4r^2}{3R^2} + \frac{r^4}{3R^4} \right) \quad (20)$$

### Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten

$$\alpha = \frac{\dot{q}}{T_F - T_W}$$

Zu berechnen ist a)  $\dot{q}_W$  und b)  $T_F$ .

a) Fouriersches Gesetz der Wärmeleitung an der Wand

$$\dot{q}_W = -\lambda \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R}$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{d\Theta}{dr} = \Theta_0 \left( -\frac{8}{3} \frac{r}{R^2} + \frac{4}{3} \frac{r^3}{R^4} \right)$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} = -\frac{4}{3} \frac{\Theta_0}{R},$$

$$\dot{q} = \frac{4}{3} \frac{\lambda \cdot \Theta_0}{R} = \frac{8}{3} \frac{\lambda \cdot \Theta_0}{D} \quad (21)$$

b)  $T_F$  aus Temperaturprofil

$$T_F = \frac{\text{Enthalpiestrom } \dot{H}}{\text{Wärmekapazitätsstrom } \dot{C}} \quad (22)$$

$$\dot{C} = \rho \cdot c_p \cdot \dot{V} = \rho \cdot c_p \cdot 2\pi \cdot \int_0^R w_x(r) \cdot r \cdot dr \quad (23)$$

$$d\dot{H} = \rho \cdot c_p \cdot w_x \cdot T \cdot 2\pi r \cdot dr$$

$$\dot{H} = \rho \cdot c_p \cdot 2\pi \int_0^R w_x(r) \cdot T(r) \cdot r \cdot dr \quad (24)$$

$$T_F = \frac{\dot{H}}{\dot{C}} = \frac{\int_0^R w_x(r) \cdot T(r) \cdot r \cdot dr}{\int_0^R w_x(r) \cdot r \cdot dr} \quad (22a)$$

$$T_F - T_W = \frac{\dot{H}^*}{\dot{C}} = \frac{\int_0^R w_x(r) \cdot \Theta(r) \cdot r \cdot dr}{\int_0^R w_x(r) \cdot r \cdot dr} \quad (22b)$$

$$T_F - T_W = \Theta_0 \frac{\int_0^R \left(1 - \frac{r^2}{R}\right) \cdot \left(1 - \frac{4r^2}{3R} + \frac{1r^4}{3R}\right) \cdot r \cdot dr}{\int_0^R \left(1 - \frac{r^2}{R}\right) \cdot r \cdot dr}$$

$$T_F - T_W = \frac{11}{18} \Theta_0 \quad (22c)$$

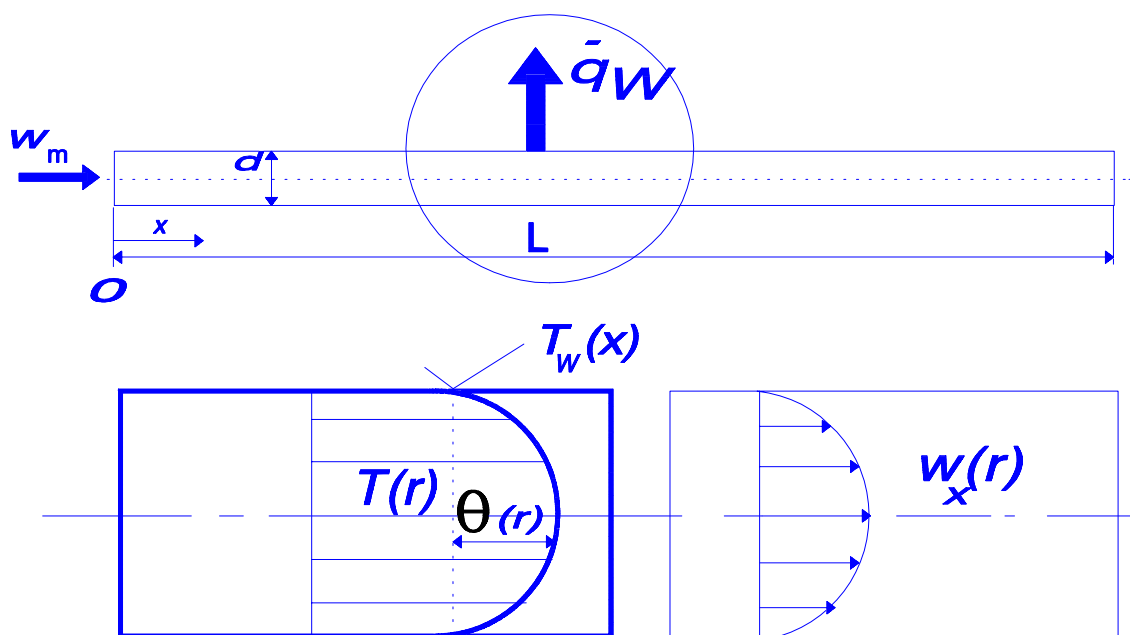
Zusammenfassung der Ergebnisse:

$$\alpha = \frac{\dot{q}}{T_F - T_W} = \frac{8 \lambda \Theta_0}{3 D} \cdot \frac{18}{11 \cdot \Theta_0} = \frac{48 \lambda}{11 D} \quad (23)$$

$$Nu_D = \frac{\alpha \cdot D}{\lambda} = \frac{48}{11} = 4,36 \quad (24)$$

Die Rechnung für die Randbedingung  $T_W = \text{const}$  ist etwas schwieriger und liefert

$$Nu_D = \frac{\alpha \cdot D}{\lambda} = 3,65 \quad (25)$$



## 7.8. Lüftungskanal

In einem quadratischen Kanal mit den Abmessungen 0,3 m x 0,3 m wurden folgende Geschwindigkeits- und Wasserdampfkonzentrationswerte gemessen:

x \ y	0,05	0,10	0,20	0,25
0,05	1,50 6,00	2,00 4,00	3,00 3,00	2,00 2,00
0,10	2,00 7,00	5,00 5,00	6,00 3,00	3,00 2,00
0,20	1,50 5,00	4,00 3,00	5,00 2,00	2,00 2,00
0,25	1,00 4,00	1,00 2,00	1,50 2,00	1,00 2,00

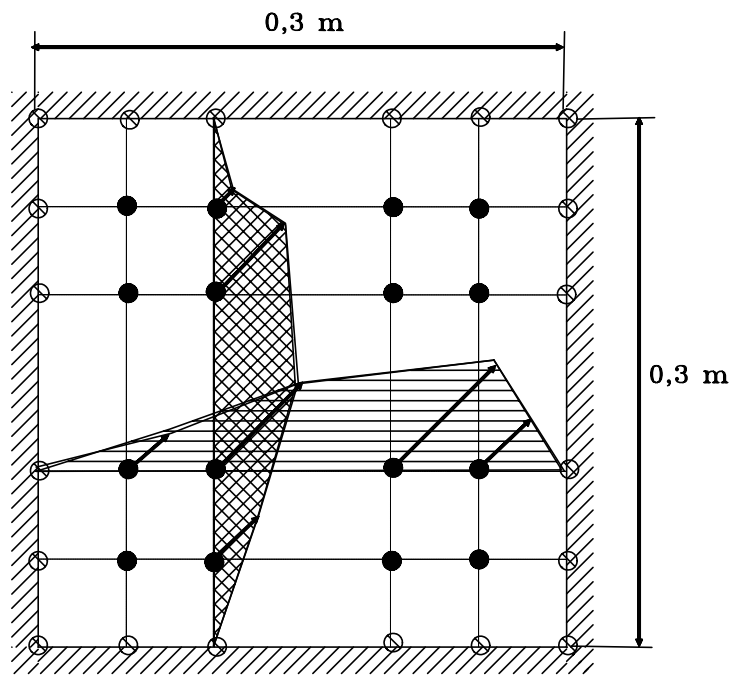
obere Werte :  $w_z$  in m/s  
untere Werte:  $\rho_{WD}$  in g/m<sup>3</sup>

Bestimmen Sie a. den Volumenstrom  
b. den Wasserdampf-  
massenstrom durch den  
Kanal.

Verwenden Sie für die Integration in beiden Richtungen die Trapezregel!

### Lösung der Aufgabe Lüftungskanal

Skizze:



#### 1. Volumenstrom:

$$\dot{V} = \int w_z(x, y) dx dy$$

#### a. Integration in x - Richtung (Trapezregel)

$$d\dot{V}_{y,j} = \int_{x=0}^{x=0,3m} w_z(x, y) dx \Rightarrow \sum_2^6 (x_i - x_{i-1}) \cdot (w_{z,i,j} + w_{z,i-1,j}) / 2 \quad j = \text{const} (1 \dots 6)$$

b. Integration in y - Richtung (Trapezregel)

$$\dot{V} = \int_{y=0}^{y=0,3m} d\dot{V} dy \Rightarrow \sum_{j=2}^6 (d\dot{V}_j + d\dot{V}_{j-1}) \cdot (y_j - y_{j-1}) / 2 = 0,186 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$w_z = \dot{V} / A = 2,069 \text{ m/s}$$

2. Wasserdampfmassestrom:

$$\dot{m}_{\text{WD}} = \int_{(A)} w_z(x, y) \cdot \rho_{\text{WD}}(x, y) da; \text{ Trapezregel (s. o.)}$$

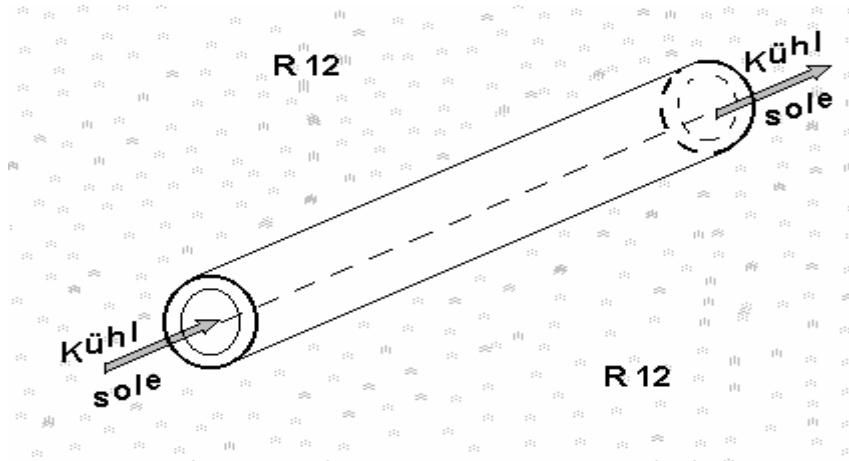
$$\dot{m}_{\text{WD}} = 0,61275 \text{ g/s}$$

$$\rho_{\text{WD}} = \dot{m}_{\text{WD}} / \dot{V} = 3,295 \text{ g/m}^3$$

## 7.8. Überfluteter Verdampfer

In einer Kälteanlage wird die eingesetzte Kühlsole in einem überfluteten Verdampfer zurückgekühlt. Die Sole strömt mit durch Stahlrohre an deren Außenseite das Kältemittel R 12 verdampft.

Berechnen Sie für die gegebenen Werte den Wärmedurchgangskoeffizienten  $k$  eines Rohres und den anteilmäßigen Temperaturabfall über die einzelnen Anteile des Wärmedurchgangskoeffizienten!



Strömungsgeschwindigkeit der Sole :	$w_m = 1,2 \text{ m/s}$
Wärmeleitfähigkeit der Stahlrohre :	$\lambda = 45 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$
Rohrlänge :	$l = 2,0 \text{ m}$
Verhältnis der Rohrdurchmesser außen/innen $D_a/D_i$	$= 25/20$
mittlere Kühlsolentemperatur	$T_{KS} = -20 \text{ }^\circ\text{C}$
Verdampfungsdruck des Kältemittels R 12	$p_S = 1,004 \text{ bar}$
Verdampfungstemperatur des Kältemittels R 12	$T_S = -30 \text{ }^\circ\text{C}$
Das Stahlrohr habe eine äußere Rauigkeit von	$R_p = 10^{-6} \text{ m}$

Stoffwerte der Kühlsole für 80% - iges Reinhartin bei  $T_{KS}$ :

$\lambda_{KS}$	$= 0,492 \text{ W/(mK)}$
$\rho_{KS}$	$= 1232 \text{ kg/m}^3$
$\nu_{KS}$	$= 8,25 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
$Pr_{KS}$	$= 64$

Stoffwerte de Kältemittels bei  $T_S$ :

$\rho'_{SI}$	$= 1490 \text{ kg/m}^3$
$\rho''_{Sg}$	$= 6,3 \text{ kg/m}^3$
$\nu_{SI}$	$= 0,246 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
$Pr_S$	$= 3,76$
$\sigma_S$	$= 1490 \text{ kg/s}^2$
$r_S$	$= 165 \text{ kJ/kg}$

$$c_{pSI} = 0,888 \text{ kJ/(kgK)}$$

$$\beta_S^\circ = 35^\circ$$

### Wärmedurchgang durch eine Zylinderwand:

$$\dot{Q} = k \cdot [T_{Fi} - T_{Fa}] \cdot \pi \cdot l \cdot D_a$$

### Wärmedurchgangskoeffizient k :

$$k \cdot A = \frac{1}{R_i + R_\lambda + R_a}$$

$$k \cdot A_a = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i \cdot A_i} + \frac{\delta_w}{\lambda_w \cdot A_m} + \frac{1}{\alpha_a \cdot A_a}}$$

$$\delta_w = \frac{D_a - D_i}{2}, \quad D_m = \frac{D_a - D_i}{\ln \frac{D_a}{D_i}}$$

$$A_m = l \cdot \pi \cdot D_m,$$

$$k = \frac{1}{\frac{D_a}{\alpha_i \cdot D_i} + \frac{D_a \cdot (D_a - D_i)/2}{\lambda_w \cdot \frac{D_a - D_i}{\ln \frac{D_a}{D_i}}} + \frac{1}{\alpha_a}}$$

$$k = \frac{1}{\frac{D_a}{\alpha_i \cdot D_i} + \frac{D_a \cdot \ln \frac{D_a}{D_i}}{2 \cdot \lambda_w} + \frac{1}{\alpha_a}},$$

### Wärmeübergang von der Kühlsole an die innere Rohrwand:

#### Reynolds - Zahl:

$$Re = \frac{w_m \cdot D_i}{\nu} = 2909,1 > Re_{krit}$$

==> turbulente Strömung im Übergangsgebiet

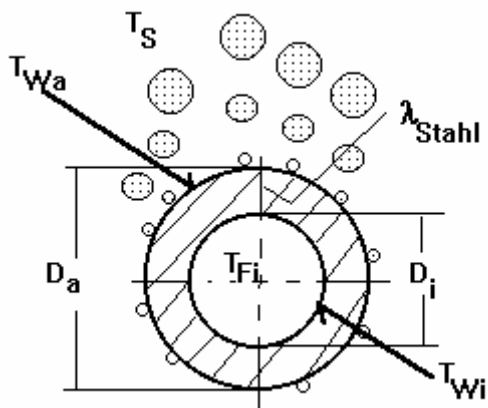
#### Nusselt - Zahl ;

nach Hausen gilt :

$$Nu_{m,i} = 0,037 \cdot (Re_{D,i}^{0,75} - 180) \cdot Pr^{0,42} \cdot \left[ 1 + \left\{ \frac{D_i}{l} \right\}^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \left[ \frac{\eta}{\eta_w} \right]^{0,14}$$

$$Nu_m = \frac{\alpha_m \cdot D_i}{\lambda_{Fi}} = 48,0, \quad \alpha_m = 48,0 \cdot \lambda_{Fi} / D_i = 1180,6 \text{ W/(m}^2\text{K)}$$

Wärmedurchgang durch die Rohrwand bis zum Außendurchmesser:



$$k^* = \frac{1}{\frac{D_a}{\alpha_i \cdot D_i} + \frac{D_a \cdot \ln \frac{D_a}{D_i}}{2 \cdot \lambda_W}}$$

$$k^* = \frac{1}{\frac{0,025}{1180 \cdot 0,02} + \frac{0,025 \cdot \ln \frac{0,025}{0,02}}{2 \cdot 45}}$$

$$\mathbf{k^* = \frac{1}{0,0011213} = 891,82 W / (m^2 \cdot K)}$$

Verdampfung an der Rohraußenfläche nach der Beziehung von Stephan:

$$\alpha = \frac{21,35 \cdot 10^{-5}}{\Delta T_1^{10/3} \cdot Pr_{Fl}^2} \cdot \frac{[T_w - T_s]^{7/3}}{\left[ \frac{Re_L}{q} \right]} \cdot \frac{1}{\hat{\beta}^{0,887} \cdot \left[ \frac{L_L}{R_p} \right]^{1/3} \cdot \left[ \frac{L_\sigma}{R_p} \right]^{0,11}} \quad \text{oder anders}$$

$$Nu = 0,1 \cdot \left[ \frac{\dot{q}_0 \cdot d_0}{\lambda' \cdot T_s} \right]^{0,674} \cdot \left[ \frac{\rho''}{\rho'} \right]^{0,156} \cdot \left[ \frac{\Delta h_v \cdot d_0^2}{a'^2} \right]^{0,371} \cdot \left[ \frac{a'^2 \cdot \rho'}{\sigma \cdot d_0} \right]^{0,35} \cdot \left[ \frac{\eta' \cdot c'_p}{\lambda'} \right]^{-0,16} \quad (\text{VDI WA Ha 10})$$

darin bedeuten folgende Ausdrücke:  
charakteristische Länge

$$L_\sigma = \frac{\sigma}{r_s \cdot \rho''} = 0,0151 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Stoffwertkombination

$$L_L = \frac{\rho' \cdot c_p \cdot \sigma}{\rho'' \cdot r_s^2 \cdot \rho''} \cdot T_s = 4,6773 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

treibende Temperaturdifferenz

$$\Delta T_L = \frac{\rho'' \cdot r_s}{\rho' \cdot c_{p,Fl}} = 0,7856 \text{ K}$$

Re- Zahl

$$\frac{Re_L}{\dot{q}} = \frac{L_L}{v_{FL} \cdot r_s \cdot \rho''} = 18,441 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{W}$$

in die Gleichung für  $\alpha$  eingesetzt, ergibt sich:

$$\alpha_a = \frac{0,0002135 \cdot 10^6 W \cdot (T_{wa} - T_s)^{7/3}}{0,4472 K^{10/3} \cdot 14,14 \cdot 18,441 \cdot m^2 \cdot 0,646 \cdot 1,670 \cdot 0,63} = 2,694 \cdot (T_{wa} - T_s)^{7/3} \frac{W}{m^2} \cdot K^{10/3}$$

Der Wärmeübergangskoeffizient bei Verdampfung hängt von der Übertemperatur ( $T_w - T_s$ ) ab. Da die Wandtemperatur nicht bekannt ist, muß diese zunächst aus dem inneren Wärmedurchgangswiderstand berechnet werden, der auf die äußere Rohrwand bezogen wurde.

#### Berechnung der Wandtemperatur $T_{wa}$ :

1) Wärmestromdichte an der äußeren Rohrwand von der Kühlsole aus

$$\frac{\dot{Q}_1}{A_a} = \dot{q}_{a,1} = k_a^* \cdot (T_{KS} - T_{wa})$$

2) Wärmestromdichte an der äußeren Rohrwand von der Verdampfung aus

$$\frac{\dot{Q}_2}{A_a} = \dot{q}_{a,2} = \alpha_a \cdot (T_{wa} - T_s)$$

beide Wärmestromdichten müssen an ein und derselben Fläche müssen gleich groß sein.

==> Gleichungssystem zur iterativen Wandtemperaturermittlung  $T_{wa}$

nach 3 - 4 Iterationen ergibt sich die Wandtemperatur zu  $T_{wa} = - 25,21 \text{ }^\circ\text{C}$

und der flächenspezifische Wärmestrom zu  $\dot{q}_a = 498 \frac{W}{m^2}$ .

==> für den Wärmeübergangskoeffizienten auf der Rohraußenseite folgt damit:

$$\alpha_a = 104,1 \frac{W}{m^2 K}$$



Der Wärmedurchgangskoeffizient von der Kühlsole zum R12 folgt mit:

$$\frac{1}{k_a} = R_i^* + R_\lambda^* + R_a^* = \frac{1}{\alpha_i} \cdot \frac{D_a}{D_i} + \frac{D_a}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln\left(\frac{D_a}{D_i}\right) + \frac{1}{\alpha_a} = 50 \frac{W}{m^2K}$$

aus dem übertragenen Wärmestrom lassen sich die einzelnen, anteiligen Temperaturdifferenzen berechnen:

$$T_{KS} - T_{w,i} = \frac{\dot{q}_a}{\alpha_i} \cdot \frac{D_a}{D_i} = 5,17K \quad \text{Wärmeübergang Sole/Wand}$$

$$T_{w,i} - T_w = \frac{\dot{q}_a}{\frac{\lambda}{\delta}} \cdot \frac{D_a}{D_m} = 0,03 K \quad \text{Wärmeleitung durch die Wand}$$

$$T_w - T_s = \frac{\dot{q}_a}{\alpha_a} = 4,8 K \quad \text{Wärmeübergang beim Verdampfen}$$