

## 4. Übungsblatt für die Übungen vom 5.11.-9.11.2012

### Gauß-Algorithmus

Ü19. Lösen Sie die folgenden linearen Gleichungssysteme. Wenden Sie dabei den Gauß-Algorithmus an, so wie Sie ihn in der Vorlesung kennengelernt haben. Ermitteln Sie nach Beendigung der Vorwärtsphase (wenn die Matrix in Zeilenstufenform vorliegt) die Anzahl der Lösungen des Systems.

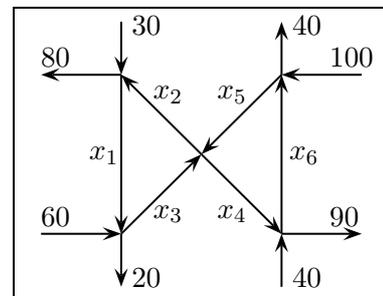
$$\begin{array}{ll} \text{(i)} & 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 2 \\ & -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -5 \\ & 3x_1 + 0x_2 + 3x_3 = 3 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(ii)} & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 51 \\ & 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 68 \\ & 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 63 \end{array}$$

Ü20. (a) Für welche reellen Werte von  $r$  sind die folgenden Gleichungssysteme lösbar? Ermitteln Sie die Lösungsmenge.

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} & x_1 - 2x_2 + x_3 = 4 \\ & -x_1 + x_2 - 2x_3 = 3 \\ & -4x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -10 \\ & -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ & 3x_1 + 2x_2 + rx_3 = 8 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(ii)} & x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ & x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ & x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = r \end{array}$$

(b) Für welchen Wert für  $r$  besitzen die drei Geraden  $x - 4y = -1$ ,  $2x - y = 5$  und  $-x - 3y = r$  einen gemeinsamen Schnittpunkt? Veranschaulichen Sie sich den Sachverhalt auch geometrisch.

Ü21. Ermitteln Sie die Verkehrsströme in den einzelnen Teilstücken des angegebenen Streckennetzes. Stellen Sie dazu ein lineares Gleichungssystem auf und berechnen Sie die Lösungsmenge. Geben Sie für die Teilstücke  $x_2, x_3, x_4$  jeweils die minimale nichtnegative Lösung an.



A22. **Hausaufgabe, bitte vor Beginn der nächsten Übung unter Angabe von Name, Matrikelnr. und Übungsgruppe abgeben.**

Es seien Metall-Legierungen  $M_1, M_2$  und  $M_3$  gegeben, die Kupfer, Silber und Gold in in der Tabelle angegebenen Prozentsätzen enthalten. Kann man diese Legierungen so mischen, dass eine Legierung entsteht, die 40% Kupfer, 50% Silber und 10% Gold enthält? Wenn ja, so geben Sie eine solche Mischung an.

	Kupfer	Silber	Gold
$M_1$	20	60	20
$M_2$	70	10	20
$M_3$	50	50	0

H23. Bestimmen Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems  $Ax = b$  für  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  und  $b \in \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} \right\}$ . Was stellen Sie fest?

H24. Berechnen Sie die Lösungsmengen der gegebenen linearen Gleichungssysteme in Abhängigkeit von den reellen Zahlen  $\lambda$  und  $\mu$ .

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & x_1 + x_2 - x_3 + 5 = 0 \\ & 2x_1 + x_2 - x_3 + 3 = 0 \\ & -x_1 - x_2 + \lambda x_3 + \mu = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{(b)} \quad x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ \quad \quad 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 4 \\ \quad \quad -3x_1 - 5x_2 + 4x_3 + x_4 = \lambda \end{array}$$