TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Mathematik und Naturwissenschaften Fachrichtung Mathematik, Institut für Algebra

Dr. A. Noack, Dr. C. Zschalig

Mathematik für Informatiker (Modul INF-B110), Teil Lineare Algebra, Wintersemester 2013/14

1. Übungsblatt für die Übungen vom 14.10.-18.10.2013

Wiederholung, Lineare Abbildungen

Die mit einem * gekennzeichneten Aufgaben sind etwas schwerer.

Ü1. Untersuchen Sie, welche der folgenden Abbildungen linear sind:

$$\begin{array}{lll} f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R} & \text{mit} & f_1(x) := m\,x + n, \\ f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2 & \text{mit} & f_2(x) := (x-2, x+1), \\ f_3 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} & \text{mit} & f_3(x_1, x_2) := x_1, \\ f_4 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 & \text{mit} & f_4(x_1, x_2, x_3) := (2x_1 + 2x_2, 3x_2 - 2x_3, 2x_3 - x_1), \\ f_5 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 & \text{mit} & f_5(x_1, x_2) := (x_1 + x_2, x_1 \cdot x_2). \end{array}$$

Ü2. Lösen Sie die folgenden linearen Gleichungssysteme. Ermitteln Sie auch die jeweiligen Koeffizientenmatrizen.

(a)
$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 - x_3 &= 3 \\ x_1 + x_2 - x_3 &= 9 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 &= 12 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &= 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 &= 1 \\ -x_1 + x_3 &= -2 \end{aligned}$$

(c)*
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 8 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 &= 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 &= 12 \end{aligned}$$

Ü3. Durch $g := \{\binom{x}{y} \mid y = 3x + 1\}$ ist eine Gerade in $\mathbb{R}^2$ gegeben.

(a) Bestimmen Sie den Schnittpunkt zu der Geraden $h := \{\binom{x}{y} \mid y = -x - 3\}$.

(b) Geben Sie g in Parameterform $\vec{u} + \mathbb{R}\vec{v}$ an.

(c) Berechnen Sie den Abstand des Punktes $\vec{q} = \binom{3}{0}$ zum Schnittpunkt zwischen den Geraden g und h.

(d) Berechnen Sie den Abstand des Punktes $\vec{q}$ zu der Geraden g.

Hinweis: Es ist hilfreich, eine Skizze anzufertigen.

A4. **Hausaufgabe, bitte vor Beginn der nächsten Übung unter Angabe von Name, Matrikelnr., Übungstermin und -leiter abgeben.**

(a) Lösen Sie das rechts stehende lineare Gleichungssystem. Geben Sie auch die Koeffizientenmatrix an.

$$\begin{aligned} 4a + 2b + c &= 0 \\ -2a + 3b + 6c &= -1 \\ 3a - b - 2c &= -2 \end{aligned}$$

(b) Ist die Abbildung $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ mit $f(x) := (x, x)$ linear? Beweisen Sie!

H5.* Zeigen Sie, dass eine Abbildung $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ genau dann linear ist, wenn es ein $r \in \mathbb{R}$ gibt mit $f(v) = r \cdot v$.

H6. Peter ist doppelt so alt wie Max. Max ist 10 Jahre jünger als Bert. Zusammen zählen alle drei 86 Jahre. Wie alt sind Peter, Max und Bert?

Hinweis: Auch wenn ein Ergebnis anders gefunden werden kann: Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem auf und lösen Sie es! Schreiben Sie auch die Koeffizientenmatrix auf.