



## 4. Übungsblatt für die Übungen vom 4.11.-8.11.2013

### Gauß-Algorithmus

Ü19. Lösen Sie die folgenden linearen Gleichungssysteme. Wenden Sie dabei den Gauß-Algorithmus an, so wie Sie ihn in der Vorlesung kennengelernt haben. Ermitteln Sie nach Beendigung der Vorwärtsphase (wenn die Matrix in Zeilenstufenform vorliegt) die Anzahl der Lösungen des Systems.

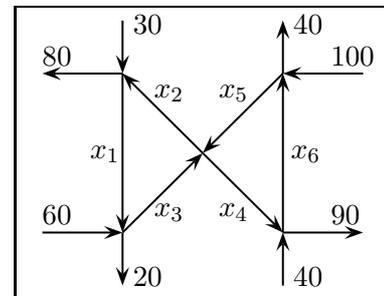
$$\begin{array}{ll} \text{(i)} & \begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -5 \\ 3x_1 + 0x_2 + 3x_3 = 3 \end{array} \\ \text{(ii)} & \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 51 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 68 \\ 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 63 \end{array} \end{array}$$

Ü20. (a) Für welche reellen Werte von  $r$  sind die folgenden Gleichungssysteme lösbar? Ermitteln Sie die Lösungsmenge.

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} & \begin{array}{l} x_1 - 2x_2 + x_3 = 4 \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 = 3 \\ -4x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -10 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + rx_3 = 8 \end{array} \\ \text{(ii)} & \begin{array}{l} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = r \end{array} \end{array}$$

(b) Für welchen Wert für  $r$  besitzen die drei Geraden  $x - 4y = -1$ ,  $2x - y = 5$  und  $-x - 3y = r$  einen gemeinsamen Schnittpunkt? Veranschaulichen Sie sich den Sachverhalt auch geometrisch.

Ü21. Ermitteln Sie die Verkehrsströme in den einzelnen Teilstücken des angegebenen Streckennetzes. Stellen Sie dazu ein lineares Gleichungssystem auf und berechnen Sie die Lösungsmenge. Geben Sie für die Teilstücke  $x_2, x_3, x_4$  jeweils die minimale nichtnegative Lösung an.

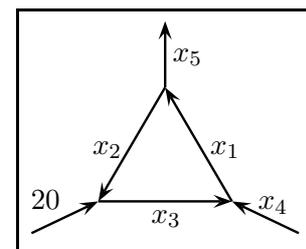


A22. **Hausaufgabe, bitte vor Beginn der nächsten Übung unter Angabe von Name, Matrikelnr., Übungstermin und -leiter abgeben.**

Ermitteln Sie die Verkehrsströme in dem skizzierten „Kreisverkehr“.

(a) Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem auf, berechnen Sie mit dem Gauß-Algorithmus die Lösungsmenge.

(b) Benutzen Sie die Lösung aus (a), um herauszufinden, wie viele Fahrzeuge mindestens im Kreisverkehr unterwegs sind, d.h. bestimmen Sie eine nichtnegative Lösung, so dass  $x_1 + x_2 + x_3$  minimal wird.



H23. In einer demographischen Studie wurde festgestellt, dass in jedem Jahr 3% aller Bewohner von Musterstadt in das Umland ziehen, während 5% der Bewohner des Umlands nach Musterstadt ziehen. Im Jahr 2000 wohnten 200.000 Menschen in Musterstadt und 100.000 Menschen im Umland. Wie viele Personen bewohnten Musterstadt und sein Umland im Jahr

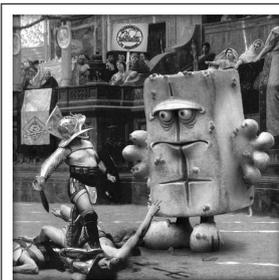
- (a) 2001      (b) 2010      (c) 1999      (d) 1990

Hinweise: Um das Modell einfach zu halten, wurden weitere Einflüsse wie Geburten, Todesfälle und Migration ignoriert. Benutzen Sie die in der Lehrveranstaltung kennengelernten Methoden zur Lösung der Aufgabe. Sie dürfen ausnahmsweise elektronische Hilfsmittel verwenden.

H24. Berechnen Sie die Lösungsmengen der gegebenen linearen Gleichungssysteme in Abhängigkeit von den reellen Zahlen  $\lambda$  und  $\mu$ .

$$\begin{array}{ll}
 \text{(a)} & \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + 5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 3 = 0 \\ -x_1 - x_2 + \lambda x_3 + \mu = 0 \end{array} \\
 \text{(b)} & \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 4 \\ -3x_1 - 5x_2 + 4x_3 + x_4 = \lambda \end{array}
 \end{array}$$

... und hier noch ein Veranstaltungshinweis des FSR Informatik



**Am 06.11. ist wieder Spieleabend!**

Treff ist 18:30 Uhr im INF-Foyer, für Speisen und Getränke ist gesorgt  
- also kommt zahlreich und bringt Spiele und Freunde mit!