



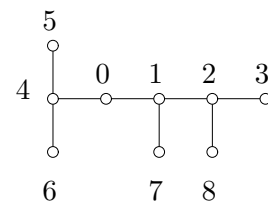
### 3. Übungsblatt für die Übungen vom 17.11.-28.11.2014

#### Bäume und Gerüste

- Ü13. (a) Geben Sie bis auf Isomorphie alle Bäume mit der Knotenzahl 6 an. Wie viele Elemente besitzen die jeweiligen Isomorphieklassen?  
 (b) Geben Sie bis auf Isomorphie alle Bäume mit der Knotenzahl 7 an, die keine Knoten vom Grad 2 besitzen.

Ü14. Wir betrachten Bäume auf der Knotenmenge  $V = \{0, 1, \dots, 8\}$ .

- (a) Ermitteln Sie den Prüfer-Code des rechts stehenden Baumes.  
 (b) Zeichnen Sie den Baum, der zu dem folgenden Prüfer-Code gehört:  $(3, 2, 1, 3, 2, 2, 1)$ .



Ü15. (a) Beweisen Sie durch vollständige Induktion: Jeder Baum mit  $n$  Knoten besitzt  $n - 1$  Kanten.

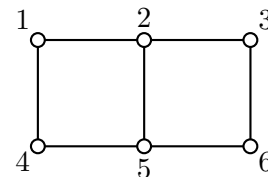
Hinweis: Sie können ausnutzen, dass jeder Baum mit mindestens 2 Knoten ein Blatt, d.h. einen Knoten vom Grad 1 besitzt.

- (b) Geben Sie einen Graphen mit  $n$  Knoten und  $n - 1$  Kanten an, der kein Baum ist. Sie können  $n \in \mathbb{N}$  dabei frei wählen.  
 (c) Zeichnen Sie alle *Gerüste* des vollständigen Graphen  $K_4$ . Wie viele Gerüste besitzt der vollständige Graph  $K_n$ ?

Hinweis: Ein *Gerüst* eines zusammenhängenden Graphen  $G = (V, E)$  ist ein Untergraph  $T = (V, F)$  von  $G$ , der ein Baum ist.

A16. **Hausaufgabe, bitte vor Beginn der nächsten Übung unter Angabe von Name, Matrikelnr. und Übungsgruppe abgeben.**

- (a) Bestimmen Sie die Anzahl der Gerüste zu dem rechts stehenden Graphen. Begründen Sie Ihre Antwort sorgfältig.  
 (b) Bestimmen Sie zu zwei nichtisomorphen Gerüsten des Graphen den Prüfer-Code. Verifizieren Sie Ihre Lösung, in dem Sie aus dem erhaltenen Prüfer-Code wieder den ursprünglichen Baum konstruieren.

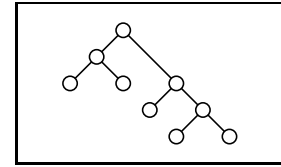


H17. Ein Baum  $G = (V, E)$  mit Knotenmenge  $V = \{0, 1, \dots, 8\}$  ist durch den Prüfercode  $(2, 8, 1, 0, 0, 4, 2)$  gegeben.

- (a) Bestimmen Sie unmittelbar aus dem Prüfercode, welche Knoten Blätter des Baumes sind.  
 (b) Zeichnen Sie ein Diagramm des Baumes  $G$ .

- (c) Wie ändert sich der Prüfercode, wenn der Baum durch den Knoten 9 und die Kante  $\{0, 9\}$  erweitert wird?

- H18. (a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Knoten des rechts angegebenen Diagramms eines Baumes mit Elementen von  $\{1, 2, \dots, 9\}$  so zu beschriften, dass verschiedene Graphen entstehen?



- (b) Finden Sie bis auf Isomorphie die Anzahl aller Bäume mit der Knotenzahl 10, in denen jeder Knoten ungeraden Grad hat.