



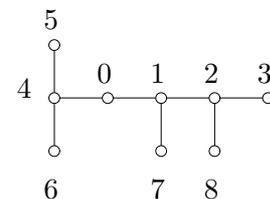
3. Übungsblatt für die Übung am 16.11.2015

Bäume und Gerüste

- Ü13. (a) Geben Sie bis auf Isomorphie alle Bäume mit der Knotenzahl 6 an. Wie viele Elemente besitzen die jeweiligen Isomorphieklassen?
 (b) Geben Sie bis auf Isomorphie alle Bäume mit der Knotenzahl 7 an, die keine Knoten vom Grad 2 besitzen.

Ü14. Wir betrachten Bäume auf der Knotenmenge $V = \{0, 1, \dots, 8\}$.

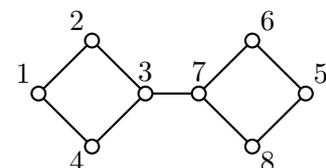
- (a) Ermitteln Sie den Prüfer-Code des rechts stehenden Baumes.
 (b) Zeichnen Sie den Baum, der zu dem folgenden Prüfer-Code gehört: $(3, 2, 1, 3, 2, 2, 1)$.



- Ü15. (a) Beweisen Sie durch vollständige Induktion: Jeder Baum mit n Knoten besitzt $n - 1$ Kanten.
 Hinweis: Sie können ausnutzen, dass jeder Baum mit mindestens 2 Knoten ein Blatt, d.h. einen Knoten vom Grad 1 besitzt.
 (b) Geben Sie einen Graphen mit n Knoten und $n - 1$ Kanten an, der kein Baum ist. Sie können $n \in \mathbb{N}$ dabei frei wählen.
 (c) Zeichnen Sie alle *Gerüste* des vollständigen Graphen K_4 . Wie viele Gerüste besitzt der vollständige Graph K_n ?
 Hinweis: Ein *Gerüst* eines zusammenhängenden Graphen $G = (V, E)$ ist ein Untergraph $T = (V, F)$ von G , der ein Baum ist.

A16. **Hausaufgabe, bitte vor Beginn der nächsten Übung unter Angabe von Name, Matrikelnr. und Übungsgruppe abgeben.**

- (a) Bestimmen Sie die Anzahl der Gerüste zu dem rechts stehenden Graphen. Begründen Sie Ihre Antwort sorgfältig.
 (b) Bestimmen Sie zu zwei nichtisomorphen Gerüsten des Graphen den Prüfer-Code. Verifizieren Sie Ihre Lösung, in dem Sie aus dem erhaltenen Prüfer-Code wieder den ursprünglichen Baum konstruieren.

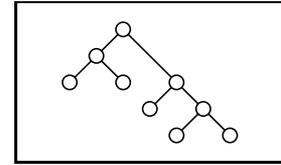


H17. Ein Baum $G = (V, E)$ mit Knotenmenge $V = \{0, 1, \dots, 8\}$ ist durch den Prüfercode $(2, 8, 1, 0, 0, 4, 2)$ gegeben.

- (a) Bestimmen Sie unmittelbar aus dem Prüfercode, welche Knoten Blätter des Baumes sind.
 (b) Zeichnen Sie ein Diagramm des Baumes G .

- (c) Wie ändert sich der Prüfercode, wenn der Baum durch den Knoten 9 und die Kante $\{0, 9\}$ erweitert wird?

- H18. (a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Knoten des rechts angegebenen Diagramms eines Baumes mit Elementen von $\{1, 2, \dots, 9\}$ so zu beschriften, dass verschiedene Graphen entstehen?



- (b) Finden Sie bis auf Isomorphie die Anzahl aller Bäume mit der Knotenzahl 10, in denen jeder Knoten ungeraden Grad hat.