TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

BACHELOR BAUINGENIEURWESEN

Universitäres Technisches Fernstudium

INFORMATIONEN ZUM

UNIVERSITÄREN TECHNISCHEN FERNSTUDIUM
BACHELOR BAUINGENIEURWESEN

Herausgeber
Technische Universität Dresden
Fakultät Bauingenieurwesen
Arbeitsgruppe Fernstudium

Kontakt
Telefon: 0351 463-32023
Telefax: 0351 463-35482
E-Mail: fernstudium.biw@tu-dresden.de
Internet: https://fernstudium.bau.tu-dresden.de

Fotos der Titelseite
Fakultät Bauingenieurwesen
und AG Fernstudium

Druck
Copy Cabana

Bearbeitungsstand
November 2018

INHALTSVERZEICHNIS

1. FERNSTUDIUM AN DER TU DRESDEN

Die **Technische Universität Dresden** wurde 1828 als Technische Bildungsanstalt gegründet. Sie wurde 1890 zur Königlich Sächsischen Technischen Hochschule ernannt. Im Jahre 1961 erhielt sie den Status einer Technischen Universität.

Ihr kontinuierlicher Ausbau ist mit der wirtschaftlichen Entwicklung Sachsens eng verknüpft. Ihre Forschungsergebnisse liefern vielfältige Impulse für Innovationen in allen Zweigen der Industrie.

Die Technische Universität Dresden ist inzwischen eine Volluniversität mit dem breiten Spektrum der traditionellen Ingenieur- und Naturwissenschaften, den Geistes- und Sozialwissenschaften und der Medizin geworden. Im internationalen Vergleich nehmen Lehre und Forschung an der TU Dresden einen Spitzenplatz ein. Seit dem Jahr 2012 ist die TU Dresden eine der elf deutschen Exzellenzuniversitäten.

Die **Fakultät Bauingenieurwesen** gehört zu den traditionsreichen ingenieurwissenschaftlichen Einrichtungen der TU Dresden. Seit über 100 Jahren werden in Dresden international erfolgreiche Bauingenieure ausgebildet. Namhafte Wissenschaftler und Gelehrte wie Johann Andreas Schubert, Otto Mohr, Hubert Engels und Kurt Beyer haben hier gewirkt und maßgeblich zum ausgezeichneten Ruf der Universität beigetragen.

Sein Zentrum hat das Bauingenieurwesen an der TU Dresden im Beyer-Bau, benannt nach dem international bekannten Professor für Statik und Stahlbau Kurt Beyer. Der elegante Jugendstil-Bau ist weithin als Wahrzeichen der Universität sichtbar (siehe Titelbild rechts oben).

An der Fakultät Bauingenieurwesen sind z. Z. ca. 1600 Studenten immatrikuliert. Die universitäre Ausbildung in sechs verschiedenen Vertiefungen eröffnet den Absolventen ein breites berufliches Tätigkeitsfeld in allen Bereichen der Baubranche.

Das **Bauingenieur-Fernstudium** als eigenständige Studienform wurde bereits 1950 an der damaligen Technischen Hochschule Dresden eingeführt und umfangreich genutzt.

Seit 1993 bietet die Technische Universität Dresden das neu konzipierte Universitäre Technische Fernstudium an den Fakultäten Bauingenieurwesen und Maschinenwesen an. Damit wird nicht nur die langjährige Tradition des Fernstudiums an der TU Dresden fortgesetzt, es wird auch einmalig in Deutschland ein umfassendes technisches Fernstudium an einer Präsenzuniversität durchgeführt.

Das Universitäre Technische Fernstudium bietet eine hervorragende Möglichkeit, Studium und berufliche Tätigkeit sinnvoll miteinander zu verbinden. Es ist zu jeder Zeit ein Wechsel zwischen dem Fern- und Präsenzstudium möglich.

Durch die ständig wachsenden beruflichen Anforderungen sowie die notwendige Flexibilität auf dem Arbeitsmarkt ist ein universitärer Studienabschluss besonders attraktiv. Es eröffnen sich damit ganz neue Aufstiegschancen.

Die geltende Studienordnung entspricht aufgrund der Vergabe von Leistungspunkten und der modularisierten Struktur den Anforderungen des Bologna-Prozesses.

Die formellen Anforderungen des Fernstudiums entsprechen denen des Präsenzstudiums. Sie sind hoch, aber bei entsprechender Motivation durchaus zu bewältigen. Seit 1950 haben schon mehr als 1000 Fernstudenten und -studentinnen das Bauingenieurstudium erfolgreich absolviert. Die Absolventen des Fernstudiums sind erfolgreich in ihrer praktischen täglichen Arbeit, haben sich gleichfalls auch aufbauend weiter wissenschaftlich bis hin zur Promotion qualifizieren können.

Zurzeit sind etwa 570 Fernstudenten an der Fakultät Bauingenieurwesen eingeschrieben. Sie kommen aus allen Bundesländern und aus dem Ausland. Die Altersstruktur ist breit gefächert. Die Jüngsten beginnen ihr Studium nach dem Abitur, einzelne sind auch schon über 60 Jahre alt und wollen ihre Kenntnisse gezielt vertiefen.

Dresden, die Hauptstadt des Freistaates Sachsens, ist mit seinen vielfältigen Ausbildungsmöglichkeiten und einzigartigem Flair nicht nur einer der beliebtesten Studienorte Deutschlands, sondern genießt auch als Kulturstadt internationales Ansehen.

Die große Zahl und die Zufriedenheit der Dresdner Studenten zeugen von der Attraktivität des hiesigen Studienangebotes. Rund 36.000 angehende Akademiker nutzen die zahlreichen Hörsäle, Labore und Seminarräume, um sich für die Zukunft zu rüsten.

Die Hochschulen und Studienakademien der Stadt eröffnen ein weites Feld an Studienmöglichkeiten. Überzeugend ist jedoch nicht nur die Vielfalt der Studiengänge an den verschiedenen Bildungseinrichtungen. Die Dresdner Studierenden profitieren auch von guten Wohnbedingungen und vielfältigen kulturellen Höhepunkten in der Stadt.

Für die Zeit neben dem Selbststudium gibt es in Dresden ein reichhaltiges Angebot an Kultur in allen Nuancen, attraktiven Sportangeboten, berühmten Sehenswürdigkeiten innerhalb der Stadt und beliebten Ausflugszielen außerhalb.

2. BACHELORSTUDIUM BAUINGENIEURWESEN

2.1 Allgemeines

Die Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden bietet den Bachelorstudiengang **Bauingenieurwesen** als **Universitäres Technisches Fernstudium** an. Das Studium wird mit dem **akademischen Grad Bachelor of Science (B. Sc.)** abgeschlossen.

Die Regelstudienzeit für das Universitäre Technische Fernstudium beträgt 12 Semester (Teilzeitfernstudium). Darin inbegriffen ist ein Semester für die Anfertigung der Bachelorarbeit. Eine detaillierte Darstellung der einzelnen Studienabschnitte erfolgt in Kapitel 3.

Die Studienzeiten sind auf Grundlage der Prüfungsordnung für das Bachelorstudium für die einzelnen Abschnitte geregelt und zeitlich begrenzt, eine **Mindestdauer ist nicht vorgeschrieben**, die Studiendauer lässt sich bei entsprechendem Einsatz auch individuell verkürzen. Es sind etwa 20 Stunden pro Woche Selbststudium einzuplanen.

2.2 Zulassungsvoraussetzungen

Voraussetzung für die **Immatrikulation** ist die allgemeine Hochschulreife (Abitur) oder ein als gleichwertig anerkannter Abschluss in Form einer entsprechenden fachgebundenen Hochschulreife (keine Fachhochschulreife!) für den Studiengang Bauingenieurwesen.

Auch Bewerber mit einem Meisterbrief, einem staatlich anerkannten Techniker-Abschluss oder sonstigen Aufstiegsfortbildungen können nach einem Beratungsgespräch zum Studium zugelassen werden.

Weitere Details zur Hochschulzugangsberechtigung sind unter folgendem Link zu finden: https://tu-dresden.de/studium/vor-dem-studium/bewerbung/studienvoraussetzungen.

Ferner ist der Zugang zum Studium beim Vorliegen der entsprechenden Voraussetzungen nach Bestehen einer gesonderten Zugangsprüfung möglich.

Auch ohne die o.a. Zulassungsvoraussetzungen ist ein Studium an der TU Dresden im Studiengang Bauingenieurwesen möglich, wenn eine gesonderte Zugangsprüfung bestanden wird.
Detaillierte Informationen finden Sie in Abschnitt 5.2.

3. STUDIENABLAUF

Der allgemeine Aufbau und Inhalt des Bachelor-Fernstudiums ist identisch mit dem Grund- und dem Grundfachstudium des Präsenzstudiums im Diplom-Studiengang Bauingenieurwesen. Eine formale Gliederung des Bachelor-Studiums erfolgt nicht, es wird aber empfohlen, die Abschnitte Semester 1 bis 6 und Semester 7 bis 12 nacheinander zu absolvieren.

Semester 1-6 (allgemeine Grundlagen)	→	Studienumfang:	90 LP*
Semester 7-12 (Fachstudium)	→	Studienumfang:	82 LP
Bachelor-Arbeit (mit Kolloquium)	→	Studienumfang: Abschluss:	8 LP, Bearbeitungsumfang 180 h ***Bachelor of Science (B.Sc.)***

3.1 Semester 1 bis 6 – Grundlagen

In diesem Studienabschnitt werden die ingenieurwissenschaftlichen Grundlagen vermittelt, welche die Voraussetzung für das weitere Studium bilden.

Es sind folgende Module zu absolvieren:

- BBF1-01 Baukonstruktion
- BBF1-02 Bestehende Gebäude und Bauphysik
- BBF1-03 Grundlagen der Technischen Mechanik
- BBF1-04 Weiterführende Technische Mechanik
- BBF1-05 Lineare Algebra und Analysis
- BBF1-06 Lineare Differentialgleichungen und Stochastik
- BBF1-07 Bauinformatik, Grundlagen
- BBF1-08 Baustoffe
- BBF1-09 Technische Grundlagen
- BBF1-10 Umweltwissenschaften
- BBF1-11 Grundlagen der Betriebswirtschaft und des Baurechts

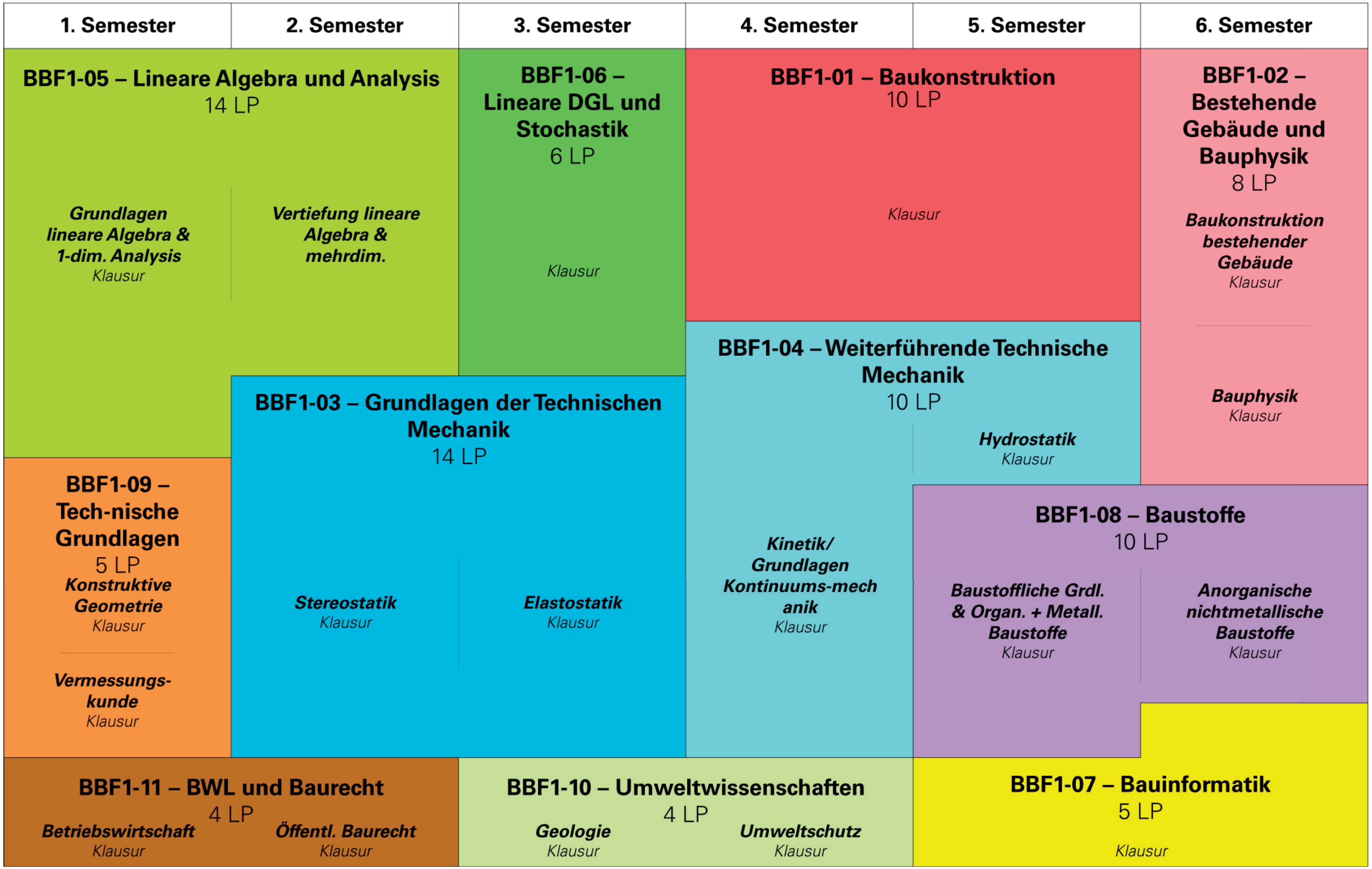
detaillierte Aufteilung siehe Plan S. 9

welche mit insgesamt **19 Klausuren** und dem Erwerb von **90 Leistungspunkten** abgeschlossen werden.

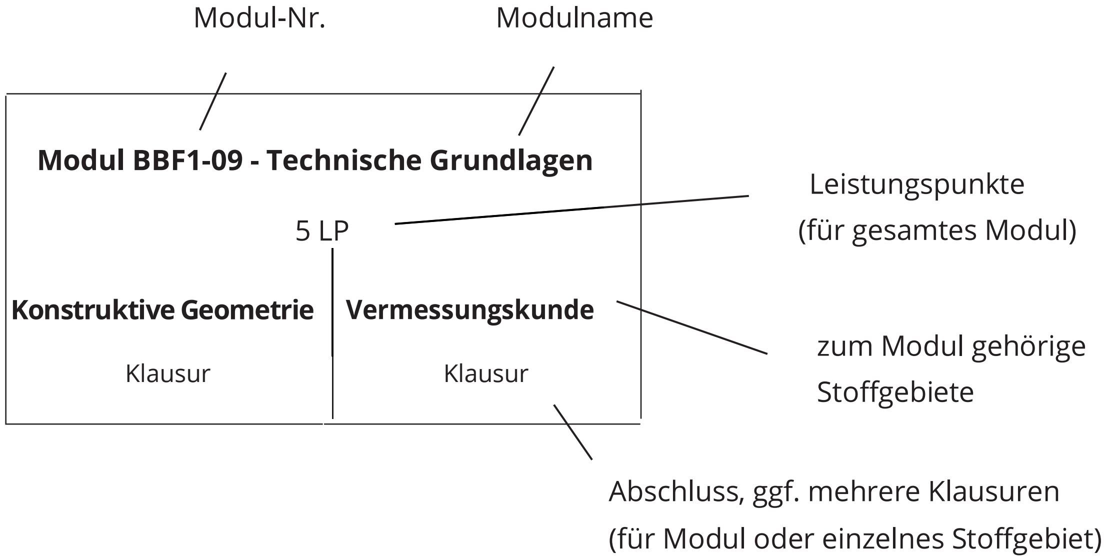
Die Studienzeit beträgt hierfür **sechs Semester**.

* LP = Leistungspunkte, Begriffserklärungen siehe S. 10

EMPFOHLENER STUDIEN- UND PRÜFUNGSPLAN FÜR DAS BACHELOR-STUDIUM (1. BIS 6. SEMESTER)



Legende:



Erläuterungen zu den Abkürzungen:

LP = **L**eistungs**p**unkte
Leistungspunkte nach dem Europäischen Credit Transfer System (ECTS).

Hinweise zum umseitig aufgeführten Studien- und Prüfungsplan:

Im Gegensatz zu den Kommilitonen im Präsenzstudium gibt es im Fernstudium keinen verbindlich vorgeschriebenen Studienablaufplan. Bis zum Ende des Studiums müssen **alle Module mit den zugehörigen Leistungen** nachgewiesen werden, dabei kann prinzipiell eine beliebige Reihenfolge gewählt werden.

Die Schwerpunkte des ersten Studienabschnittes (in Inhalt und Umfang) liegen auf den Fächern **Baukonstruktion, Technische Mechanik** und **Mathematik**. Daher ist es sinnvoll, mit diesen zu beginnen. Für das Fach Mathematik werden an der TU Dresden auch regelmäßig stattfindende studienbegleitende Präsenzveranstaltungen für Fernstudenten angeboten.

Ausschlaggebend für ein erfolgreiches Fernstudium ist eine kontinuierliche Arbeitsweise. Dabei sollte der individuelle Studienablaufplan so zusammengestellt werden, dass durchschnittlich **drei bis vier Fächer parallel bearbeitet** und ebenso viele Klausuren nach jedem Semester abgelegt werden können. Der auf Seite 9 aufgeführte Plan soll aus den langjährigen Erfahrungen des Fernstudiums hierfür eine Orientierung geben.

3.2 Semester 7 bis 12 – Fachstudium

Dieser Studienabschnitt umfasst alle wesentlichen Fachgebiete des Bauingenieurwesens mit ihren jeweiligen Grundlagen. Kenntnisse in diesen Fächern sind unabdingbar, um im späteren Berufsleben oder bei der Weiterführung des Studiums in einem Aufbau- oder Masterstudiengang erfolgreich sein zu können.

Im Einzelnen sind die **folgenden elf Pflichtmodule** zu absolvieren:

- BBF2-01 Grundlagen des Entwerfens und der Baugeschichte
- BBF2-02 Statik
- BBF2-03 Bodenmechanik und Grundbau
- BBF2-04 Stahlbau und Holzbau Grundlagen
- BBF2-05 Stahlbetonbau
- BBF2-06 Grundlagen der Bauausführung
- BBF2-07 Infrastrukturplanung
- BBF2-08 Grundlagen der Technischen Hydromechanik und des Wasserbaus
- BBF2-09 Informationsmanagement und Numerische Mathematik
- BBF2-11 Allgemeine Qualifikation
- BBF3-01 Grundlagen der Baustatik

Des Weiteren gehört zu diesem Studienabschnitt **ein Wahlmodul** aus dem Katalog BBF:

- BBF3-02 Konstruktionslehre und Werkstoffmechanik im Massivbau
- BBF3-03 Stahlbau, Holzbau und Anwendung der Bruchmechanik
- BBF3-04 Geotechnische Nachweise, Felsmechanik, Tunnelbau, Baustofftechnik
- BBF3-05 Grundlagen der Bauplanung
- BBF3-06 Aufbauwissen der Bauausführung
- BBF3-07 Verkehrsbau
- BBF3-08 Siedlungswasserbau
- BBF3-09 Stau- und Wasserkraftanlagen
- BBF3-10 Weiterführende Hydromechanik
- BBF3-12 Fortgeschrittene Mathematische Methoden für Ingenieure
- BBF3-13 Bauinformatik vertiefte Grundlagen

Ein **empfohlener Studien- und Prüfungsplan** für diesen Studienabschnitt ist auf der nachfolgenden Seite angegeben. Darin sind alle Module mit den zugehörigen Stoffgebieten in Umfang und Abschluss im Detail aufgeführt. Es gelten hierfür die auf Seite 10 beschriebenen Ausführungen.

Empfohlener Studien- und Prüfungsplan für das Bachelor-Studium (7. bis 12. Semester)

<table>
<tr><th>7. Semester</th><th>8. Semester</th><th>9. Semester</th><th>10. Semester</th><th>11. Semester</th><th>12. Semester</th></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">BBF2-02 – Statik
8 LP
Klausur</td><td colspan="2">BBF2-05 – Stahlbetonbau
8 LP</td><td rowspan="5">BBF3-01 – Grundlagen der Baustatik
8 LP
Anwendungen Statik und Dynamik
Klausur
Ebene Flächentragwerke
Klausur</td><td rowspan="3">BBF2-11 – Allgemeine Qualifikation
4 LP
fachabhängig</td></tr>
<tr><td rowspan="4">BBF2-07 – Infrastrukturplanung
8 LP
Klausur</td><td rowspan="3">Klausur</td></tr>
<tr><td rowspan="4">BBF2-03 – Bodenmechanik und Grundbau
6 LP
Klausur</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">BBF2-08 – Grundlagen Technische Hydromechanik und Wasserbau
8 LP
Hydrodynamik
Klausur
Gewässerkunde/ Grundlagen Wasserbau
Klausur</td><td rowspan="5">Bachelor-Arbeit
8 LP
Schriftliche Arbeit (Umfang180 h) & Kolloquium</td></tr>
<tr><td rowspan="4">BBF2-06 – Grundlagen der Bauausführung
10 LP
Klausur & Belegarbeit</td></tr>
<tr><td rowspan="2">BBF2-09 – Informationsmanagement & Numerische Mathematik
4 LP
Klausur</td><td rowspan="3">Wahlmodul aus Katalog BBF
8 LP
modulabhängig</td></tr>
<tr><td rowspan="2">BBF2-04 – Stahlbau und Holzbau Grundlagen
6 LP
Stahlbau Grdl.
Klausur
Holzbau Grdl.
Klausur</td></tr>
<tr><td colspan="2">BBF2-01 – Grdl. Entwerfen/Baugeschichte
4 LP
Belegarbeit und Kolloquium</td></tr>
</table>

3.3 Bachelorarbeit

Den Abschluss des Studiums bildet die **Bachelorarbeit**, in der ein individuelles Thema selbständig bearbeitet wird. Die Bearbeitungszeit beträgt **180 Stunden**. Die Bachelorarbeit kann an einem persönlich gewählten Lehrstuhl des Studienganges angefertigt werden. Die Absprache eines individuellen Themas ist in Zusammenarbeit mit dem Betreuer möglich. Die Bachelorarbeit ist im Fernstudium spätestens **vierzehn Wochen** nach Ausgabe der Aufgabenstellung abzugeben. Anschließend ist die Arbeit in einem Vortrag darzustellen und zu verteidigen. Dieses **Kolloquium** sollte innerhalb von vier Wochen nach Abgabe der Arbeit stattfinden.

4. ORGANISATORISCHES

4.1 Studienorganisation

Die Immatrikulation ist sowohl zum **Sommersemester** als auch zum **Wintersemester** möglich. Bewerbungsschluss ist jeweils der **15. März** bzw. der **15. September** eines jeden Jahres. Ausländische Studierende beachten die abweichenden Fristen (vgl. Abschnitt 5.1).

Der Semesterbeitrag für das Fernstudium beträgt **ca. 190 EUR**. Der aktuelle Betrag kann über das **Immatrikulationsamt** erfragt werden (vgl. Seite 16). Die Rückmeldung zu jedem neuen Semester erfolgt automatisch, indem Sie den **Semesterbeitrag** rechtzeitig überweisen, die Fristen werden über das Immatrikulationsamt bzw. die AG Fernstudium mitgeteilt.

Zu Studienbeginn findet eine **Einführungsveranstaltung** statt (jeweils im April und Oktober eines jeden Jahres).

Im Rahmen des Fernstudiums besteht die Möglichkeit, bei Prüfungen oder anderen Veranstaltungen, für die ein mehrtägiger Aufenthalt in Dresden erforderlich ist, kostengünstig im Internationalen Gästehaus des **Studentenwerkes Dresde**n zu übernachten (Webseite des Studentenwerks: www.studentenwerk-dresden.de).

4.2 Studienablauf und -durchführung

4.2.1 STUDIENZEITEN

Die Studienzeiten im Teilzeitfernstudium sind so angelegt, dass mit einem durchschnittlichen Arbeitszeitaufwand von **ca. 20 Stunden pro Woche** zu rechnen ist.

Die **Regelstudienzeiten** für die einzelnen Abschnitte des Studiums können Abschnitt 2.1 entnommen werden, ebenso sind festgelegte Prüfungs- und Wiederholungsfristen zu beachten.

4.2.2 REIHENFOLGE DER FÄCHER

Innerhalb der empfohlenen Studienabschnitte ist es den Fernstudentinnen und Fernstudenten überlassen, in welcher Reihenfolge die einzelnen Fächer absolviert werden. Ein individueller Studienablaufplan sollte so zusammengestellt sein, dass durchschnittlich **drei bis vier Fächer pro Semester** (im Durchschnitt zwei Module) bearbeitet **und ebenso viele Prüfungen** nach jedem Semester ablegt werden können. Die empfohlenen Studien- und Prüfungspläne für das Fernstudium (siehe Kapitel 3) geben hierfür eine Orientierungshilfe.

4.2.3 PRÄSENZVERANSTALTUNGEN

Für Schwerpunktfächer (insbesondere Baukonstruktion und Mathematik) werden **studienbegleitende Präsenzveranstaltungen** für Fernstudenten angeboten. Dabei werden Schwerpunkte der Lehrinhalte dieser Fächer behandelt, die im Selbststudium erworbenen Kenntnisse gefestigt sowie Hilfestellungen beim Lösen der Übungsaufgaben gegeben.

Diese Veranstaltungen finden in der Regel **zweimal pro Fach je Semester** statt und werden in jedem Semester angeboten.

4.2.4 PRÜFUNGEN

Die Prüfungen finden während der Prüfungszeit gemeinsam mit den Präsenzstudenten an der Technischen Universität Dresden statt (**Februar/März** und **Juli/August** eines jeden Jahres). Hierfür sind im Durchschnitt ca. 6 bis 8 Tage pro Jahr einzuplanen.

Die regulären Prüfungszeiten sind auf den Regelstudienplan des Präsenzstudiums, beginnend mit dem Wintersemester, abgestimmt. Darüber hinaus finden i. d. R. weitere Nach- und Wiederholungsprüfungen statt, so dass nahezu jede Prüfung nach jedem Semester angeboten wird.

Die entsprechenden Termine, Zeiten, Orte und Anmeldefristen werden auf den Webseiten (https://tu-dresden.de/bu/bauingenieurwesen/studium/beratung-und-service/pruefungsamt/pruefung) des Prüfungsamtes der Fakultät Bauingenieurwesen rechtzeitig bekannt gegeben.

Voraussetzung für die Zulassung zu den Prüfungen ist für alle Studenten die Erfüllung der jeweiligen Zulassungsvoraussetzungen (Belege, Praktika, ...). Die Anmeldung zur Prüfung erfolgt in einem festgelegten Zeitraum online über das Prüfungsportal des Prüfungsamtes. Generell ist es sinnvoll, sich bei beabsichtigter Prüfungsteilnahme rechtzeitig vorher mit dem jeweils zuständigen **Konsulenten** in Verbindung zu setzen.

Zur Prüfungsteilnahme besteht für jede Klausur **Anmeldepflicht**. Die konkreten Einschreibeformalitäten (einschl. Einschreibefristen!) sind den Webseiten des Prüfungsamtes (s.o.) zu entnehmen.

4.2.5 ANRECHNUNG FRÜHERER STUDIENLEISTUNGEN

Wenn Sie bereits ein Studium absolviert haben und der Inhalt einzelner Studienfächer den Anforderungen der TU Dresden entspricht, so können Sie eine Anerkennung der Studienleistung beim **Prüfungsausschuss** beantragen.

Weitere Details finden Sie auf der Webseite der AG Fernstudium in der Rubrik „Organisatorisches – Studienablauf – Hinweise zum Prüfungsrecht“

4.2.6 PRÜFUNGSORDNUNG, STUDIENORDNUNG

Die Grundlage für das Fernstudium bildet die **Prüfungs- und Studienordnung** für den Bachelor-Studiengang Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden. Darin sind alle Studienfächer mit den dazugehörigen Prüfungsleistungen verbindlich aufgeführt, ebenso alle weiteren Bestimmungen bezüglich Studienzeiten und -fristen, Prüfungsmodalitäten usw.

Die Ordnungen stehen auf der Webseite der Fakultät in der Rubrik „Studium – Beratung und Service - Prüfungsamt – Ordnungen“ unter https://tu-dresden.de/bu/bauingenieurwesen/studium/pruefungsamt/ordnungen zur Verfügung.

4.3 Studieninhalte, Studienunterlagen

4.3.1 LEHRINHALTE

Alle Module mit den geforderten Prüfungsleistungen und den Zulassungsvoraussetzungen sind in Inhalt und Umfang identisch mit denen des Präsenzstudiums. Die Modulbeschreibungen sind Bestandteil der Studienordnung und können auf der Webseite der Fakultät in der Rubrik „Studium – Beratung und Service - Prüfungsamt – Ordnungen“ (s. o.) abgerufen werden.

4.3.2 ZUSTÄNDIGKEITEN

Verantwortlich für die Durchführung des Fernstudiums sind die Professoren und wissenschaftlichen Mitarbeiter der TU Dresden, die auch im Präsenzstudium die Lehrveranstaltungen durchführen. Es steht zu jedem Fach ein Mitarbeiter des jeweiligen Lehrstuhls als **Konsulent** zur Verfügung, der Ansprechpartner in allen fachlichen Fragen ist.

4.3.3 STUDIENMATERIAL

Der wesentliche Unterschied zwischen dem Fernstudium und dem klassischen Präsenzstudium liegt im **angeleiteten Selbststudium**, das auf ständige Präsenz der Studierenden an der Hochschule verzichtet. Das Selbststudium wird vor allem durch didaktisch besonders aufbereitetes schriftliches Lehrmaterial erreicht. Hierzu gehören für jedes Fach umfangreiche **Studienskripte** und weitere Unterlagen (zum Beispiel Vorlesungsaufzeichnungen, Multimedia- Lernmodule etc.), die von den jeweils zuständigen Fachbereichen für das Fernstudium herausgegeben werden sowie als „organisatorischer Rahmen“ jeweils eine **Studienanleitung** mit folgenden wesentlichen Angaben:

- Aufbau, Inhalt und Lehrziele des jeweiligen Faches,
- zuständiger Lehrstuhl und Ansprechpartner (Konsulent) an der TU Dresden,
- Hinweise zu speziellem Studienmaterial (Studienskripte, Fachbücher, Umdrucksammlungen, multimediale Unterlagen usw.),
- die erforderlichen Prüfungsvoraussetzungen (Belegarbeiten, Pflichtkonsultationen, Kolloquien) sowie
- weitere Informationen zu den Prüfungen und möglichen Prüfungsterminen.

Das **Studienmaterial** ist im Allgemeinen kostenpflichtig, sofern es nicht selbst in elektronischer Form von den Webseiten der TU Dresden heruntergeladen wird. Andernfalls kann das Studienmaterial zum reinen Druckkostenpreis bezogen werden.

Die Skripte der TU Dresden können nach der Immatrikulation jederzeit über die AG Fernstudium bezogen werden, die aktuellen Listen sind auf den Webseiten der AG Fernstudium veröffentlicht. Ein Großteil des Studienmaterials ist mittlerweile auch online (z.B. als pdf) verfügbar.

5. BEWERBUNGEN, RÜCKFRAGEN

5.1 Ansprechpartner

Bewerbungsunterlagen zum Fernstudium Bauingenieurwesen sind über das Immatrikulationsamt der TU Dresden anzufordern. Dort können auch nähere Informationen zu den **Zugangsvoraussetzungen** und **Einschreibemodalitäten** erhalten werden:

schriftlich:	Technische Universität Dresden Immatrikulationsamt 01062 Dresden
telefonisch:	(0351) 463 42000
E-Mail:	servicecenter.studium@tu-dresden.de

Die Einschreibung erfolgt online über:
https://tu-dresden.de/studium/vor-dem-studium/bewerbung/online-bewerbung

Nähere **Informationen inhaltlicher und organisatorischer Art** zum Fernstudium Bauingenieurwesen gibt:

schriftlich:	Technische Universität Dresden Fakultät Bauingenieurwesen Arbeitsgruppe Fernstudium 01062 Dresden
telefonisch:	(0351) 463 32023
Internet:	https://tu-dresden.de/bu/bauingenieurwesen/bau-fern
E-Mail:	fernstudium.biw@tu-dresden.de

5.2 Hinweise zum Hochschulzugang ohne Abitur

Auch ohne Abitur ist es möglich, an der Technischen Universität Dresden zu studieren. Neben der fachgebundenen Hochschulreife, Meisterbrief, einem staatlich anerkannten Techniker-Abschluss oder sonstigen Aufstiegsfortbildungen (vgl. Abschnitt 2.2, Seite 7) berechtigt auch jeder beliebige Fachhochschulabschluss zum Studium.

Ferner bietet die Technische Universität Dresden unter bestimmten Voraussetzungen die Möglichkeit, auch ohne allgemeine oder fachgebundene Hochschulreife ein Studium aufzunehmen, vorausgesetzt, man besteht eine sogenannte Zugangsprüfung.

Sie gilt als hochschul- und fachgebundene Zugangsberechtigung für den Studiengang, für den die geforderten Prüfungen erfolgreich abgelegt sind. D.h., sie gilt ausschließlich für die TU Dresden und nur für den gewählten Studiengang.

Gemäß § 17 Abs. 5 Gesetz über die Freiheit der Hochschulen im Freistaat Sachsen (Sächsisches Hochschulfreiheitsgesetz - SächsHSFG) können beruflich Qualifizierte durch Bestehen einer Zugangsprüfung eine hochschul- und fachgebundene Zugangsberechtigung für den gewählten Studiengang erwerben. Voraussetzungen für die Teilnahme an dieser Zugangsprüfung sind:

1. erfolgreicher Abschluss einer mindestens zweijährigen staatlich geregelten Berufsausbildung. Als Berufsausbildung gelten:
   - die Ausbildung in einem anerkannten Ausbildungsberuf nach dem Berufsbildungsgesetz,
   - der Abschluss einer Berufsfachschule oder Fachschule, deren Zugangsvoraussetzung das Abschlusszeugnis der Mittelschule oder ein als gleichwertig anerkanntes Zeugnis ist,
   - der Abschluss einer Berufsausbildung mit dem Facharbeiterbrief der DDR oder
   - der Abschluss einer Ausbildung im mittleren oder gehobenen Dienst der öffentlichen Verwaltung.
2. Nachweis einer dreijährigen Berufserfahrung im erlernten Beruf.
3. Teilnahme an einem Beratungsgespräch der Hochschule.

Nach erfolgreich bestandener Zugangsprüfung kann man sich für den gewünschten Studiengang an der TU Dresden bewerben. Festlegungen zu Zulassungsbeschränkungen (Nc) oder sonstigen Immatrikulationsvoraussetzungen gelten für Bewerber mit bestandener Zugangsprüfung gleichermaßen.

Die Zugangsprüfung besteht aus folgenden Teilprüfungen, die innerhalb von einer Woche abzulegen sind:

- Deutsche Sprache
- Fremdsprache
- Mathematik
- Fachprüfung (für zukünftige Bauingenieure das Fach Physik)
- Studienbezogenes Allgemeinwissen (mündlich)

Der Bewerbungszeitraum für die Teilnahme an einer Zugangsprüfung beginnt am 15.12. und endet am 15.01. eines jeden Jahres (Ausschlussfrist). Die Antragsformulare können jeweils ab Ende November beim Immatrikulationsamt der TU Dresden abgefordert werden (C4 Freiumschlag).

Antragsformulare für die Zulassung zur Zugangsprüfung und nähere Informationen gibt:

schriftlich:	Technische Universität Dresden Immatrikulationsamt 01062 Dresden
telefonisch:	(0351) 463 42000
E-Mail:	servicecenter.studium@tu-dresden.de

Detaillierte Informationen finden Sie im Internet unter: https://tu-dresden.de/studium/vor-dem-studium/bewerbung/studienvoraussetzungen/ohne_abi .

6. BEISPIELE FÜR STUDIENUNTERLAGEN

Dieses Kapitel stellt einige ausgewählte Studienunterlagen und deren inhaltlichen Aufbau für drei der wichtigsten Fächer in der Bauingenieur-Grundausbildung vor. Die dargestellten Inhalte geben die Möglichkeit, sich bereits im Vorfeld des Studiums mit dem Lehrstoff der ersten Semesterwochen vertraut zu machen. Es handelt sich hierbei um Auszüge mit Beispielcharakter. Die kompletten und aktuellen Unterlagen werden zur Immatrikulation ausgehändigt.

6.1 Baukonstruktion

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Bauingenieurwesen Arbeitsgruppe Fernstudium

A U S Z U G A U S D E R

STUDIENANLEITUNG

FERNSTUDIUM BAUINGENIEURWESEN

Modul / Stoffgebiet

Modul BIW1-01 / BBF1-01: Baukonstruktion
Stoffgebiet: Baukonstruktion zu errichtender Gebäude

Modul BIW1-02 / BBF1-02: Bestehende Gebäude und Bauphysik
Stoffgebiet: Baukonstruktion bestehender Gebäude

Verwendbarkeit

Bachelor-Studium:	Pflichtmodul
Grundständiges Diplom-Studium:	Pflichtmodul

Verantwortliches Institut

Institut für Baukonstruktion
https://tu-dresden.de/bu/bauingenieurwesen/bauko

Lehrinhalte / Gliederung

Modul BIW1-01/BBF1-01 - Baukonstruktion

Die Einführung in die Baukonstruktion beginnt mit der Erläuterung der einzelnen Planungsphasen sowie mit der Vermittlung der Grundlagen zur Darstellung in Bauzeichnungen. Im Weiteren werden die wesentlichen Konstruktionselemente eines Gebäudes entsprechend des Bauablaufes behandelt. Nach Erläuterungen zur Herstellung von Baugruben stellt die Ausbildung von Gründungen einen Teil der konstruktiven Grundlagen dar. Die fachlich exakte Ausführung von Bauwerksabdichtungen ist eine besonders wichtige Voraussetzung für schadenfreies Bauen. Die Materialauswahl und Konstruktion von Wänden sowie Fassaden besitzt einen besonderen Einfluss auf die wirtschaftliche Durchführung eines Bauvorhabens. Im Rahmen des Abschnittes Deckenkonstruktionen wird eine Vielzahl von Deckensystemen in Abhängigkeit von der Materialwahl und vom Vorfertigungsgrad vorgestellt. Die entsprechend der Nutzung unterschiedlichen Fußbodenaufbauten werden unter verschiedenen bauphysikalischen Gesichtspunkten erläutert. Der Abschnitt Dächer beinhaltet die Ausbildung flacher und geneigter Dachkonstruktionen sowie die Möglichkeiten der Ausführung von Dachdeckungen.

Die Aufgabenstellungen sind in der Übungsanleitung Baukonstruktionslehre enthalten. Die <u>ausgedruckten</u> und <u>vollständigen</u> Belege sind per Post zum Institut für Baukonstruktion zu senden.

Modul BIW1-02/BBF1-02 – Bestehende Gebäude und Bauphysik, Baukonstruktion bestehender Gebäude

Die Bearbeitung bestehender Gebäude ist ein wichtiges Aufgabengebiet des Bauwesens. Ausgehend von vorliegenden Bauaufnahmen werden im Modul schwerpunktmäßig Gründungen, Wandaufbauten, Deckenkonstruktionen, Treppen und Dächer bestehender Gebäude behandelt. Die Untersuchung typischer Schadensbilder hinsichtlich ihrer Ursachen sowie die Erarbeitung entsprechender Vorschläge zur Schadensbehebung und die Entwicklung energetischer Sanierungskonzepte ergänzen die aufgeführten Inhalte.

Das Modul BIW1-02/BBF1-02 ist zeitlich nach dem Modul BIW1-01/BBF1-01 zu bearbeiten. Der <u>ausgedruckte</u> Beleg für den Modulteil Baukonstruktion bestehender Gebäude ist per Post zum Institut für Baukonstruktion zu senden.

Im Rahmen der Module BIW1-01/BBF1-01 und BIW1-02/BBF1-02 soll dem Studenten die Fähigkeit vermittelt werden, Hochbaukonstruktionen für neu zu errichtende Gebäude zu planen und zu detaillieren sowie typische Konstruktionen bestehender Gebäude kennenzulernen und den Erfordernissen entsprechend zu bearbeiten.

Studienmaterial / Literatur

Studienmaterialien können über das E-Learning Portal Opal bezogen werden:
https://bildungsportal.sachsen.de/opal/auth/RepositoryEntry/4122214403 und
https://bildungsportal.sachsen.de/opal/auth/RepositoryEntry/4017455118/

Ergänzende Unterlagen (über die Webseite der AG Fernstudium):
Institut für Baukonstruktion:
    E-Learning-Modul Baukonstruktion
    https://bildungsportal.sachsen.de/opal/auth/repo/go?rid=984973315&par=80074615673934
Sächsische Bauordnung

Prüfungsvoraussetzungen

Zulassungsvoraussetzung für die einzelnen Prüfungen ist die Anerkennung der entsprechenden Belegarbeiten. Alle Belege eines Moduls sind gesammelt vorzulegen.

Letzter Abgabetermin für die Belegkorrektur zur Prüfungsperiode nach dem Wintersemester ist der Posteingang am **30. November**, letzter Abgabetermin für die Belegkorrektur zur Prüfungsperiode nach dem Sommersemester ist der Posteingang am **30. Mai**.

Abschluss

Es sind folgende Modulprüfungen abzulegen:

Klausur Baukonstruktion, 120 Minuten

Klausur Bestehende Gebäude, 120 Minuten

Die Prüfungen finden während der Prüfungsperiode am Ende des Wintersemester (Februar/März) oder am Ende des Sommersemester (Juli/August) statt.

Die Prüfungen umfassen gewöhnlich 2 bis 3 Detailzeichnungen sowie einen Block Theoriefragen und Skizzen.

Die Bearbeitung der Prüfungsaufgaben erfolgt auf Institutspapier DIN A4. Hilfsmittel sind mit Ausnahme von Taschenrechnern und Zeichengeräten nicht zugelassen.

Leistungspunkte:

Modul BIW1-01 / BBF1-01	
Baukonstruktion	10 LP
Modul BIW1-02 / BBF1-02	
Besteh. Gebäude und Bauphysik, Baukonstruk. bestehender Gebäude	5 LP

Das Modul BIW1-02/BBF1-02 beinhaltet weiterhin das Stoffgebiet Bauphysik (Gesamtbewertung mit Stoffgebiet Bauphysik 8 LP), siehe dazu gesonderte Studienanleitung.

AUF DEN NÄCHSTEN SEITEN IST EIN AUSZUG AUS DEM SKRIPT

„Baukonstruktionslehre Teil 1“, Kapitel Wände dargestellt.

5 Wände

5.1 Grundlagen

Wände sind zumeist längs ausgedehnte, scheibenförmige, vertikal angeordnete Bauwerksteile, die ein Bauwerk seitlich nach außen abgrenzen oder nach innen in Räume aufteilen. Die Funktionen der Wände werden weitgehend von der Statik des Gebäudes und von der Lage im Bauwerk oder im Gelände bestimmt.

Unter Beachtung des Bestimmungszweckes werden während der Planungsphase die Baustoffe und die Konstruktionsart der Wände festgelegt, so dass die jeweils benötigten Funktionen hinreichend gewährleistet werden.

5.1.1 Wandarten und Konstruktionsprinzipien

Die Klassifizierung kann nach unterschiedlichen Kategorien erfolgen. Übliche Unterscheidungen werden dabei hinsichtlich der räumlichen Anordnung, des Aufbaus, der statischen Funktion oder der bauphysikalischen Funktion gemacht.

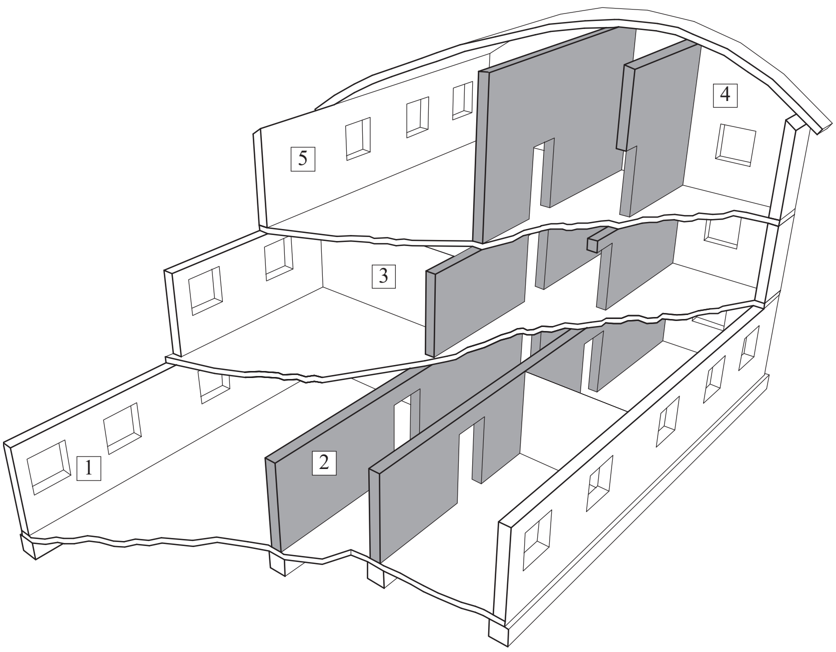


Bild 5.1
In dem räumlichen Schnitt ist ein Gebäude mit tragenden Längswänden dargestellt. Häufig verwendete Begriffe für Wandbauteile sind im Schnitt verzeichnet.

1 Außenwand
2 Längswand
3 Querwand
4 Giebelwand
5 Drempel

Abhängig von der Gebäudegeometrie und der Hauptausdehnungsrichtung der Innenwände können diese in **Längs-** und **Querwände** unterteilt werden. Die Wände an der Stirnseite eines Gebäudes, senkrecht zur Hauptausdehnung des Gebäudes, werden in der Regel als Giebelwände bezeichnet. Als Drempel wird das Wandstück zwischen dem Traufauflager des Daches und der darunter liegenden obersten Geschossdecke benannt.

Im Wandaufbau werden Wände nach **einschaligen** und **mehrschaligen Konstruktionen** unterschieden. Die Einzelschalen in mehrschaligen Konstruktionen können unterschiedliche bauphysikalische und statische Funktionen Aufgaben erfüllen. Im Kapitel 5.2.2 werden typische Konstruktionen im Mauerwerksbau ausführlich vorgestellt.

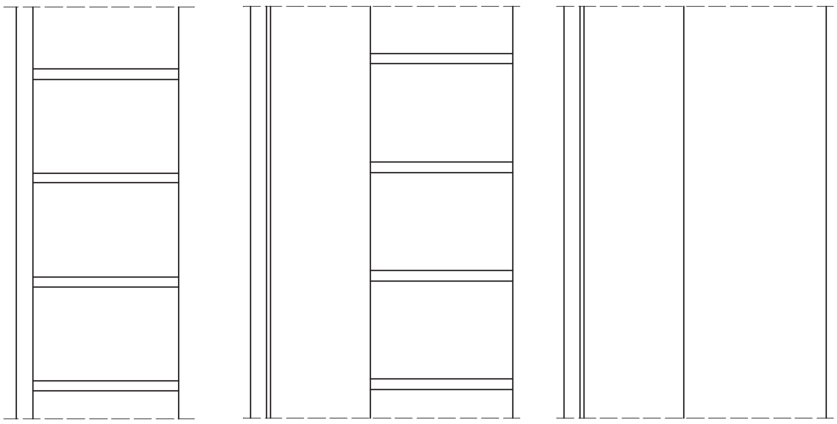


Bild 5.2
Ergänzungsbild. Einschalige Außenwände können durch ihren Aufbau unterschiedliche Funktionen, wie höheren Wärmeschutz, optische Aspekte oder erhöhten Feuchteschutz.

Statisch unterscheidet man hauptsächlich nach **tragenden** und **nichttragenden Wänden**. Prinzipiell tragen alle eingeschossigen Wände ihre Eigenlasten. Alle Wände, die zusätzliche Lasten übertragen oder **aussteifende** Funktionen übernehmen, werden als tragende Wände bezeichnet. Bei Wänden ist vor allem die konstruktive Durchbildung entscheidend, ob eine Wand Lasten aus angrenzenden Bauteilen aufnimmt. Nichttragende Wände teilen das Bauwerk in Einheiten auf und erfüllen die notwendigen bauphysikalischen Anforderungen. Solche Wände werden gegenwärtig häufig als Trockenbauwände hergestellt, die im Kapitel 5.3.3 näher beschrieben werden.

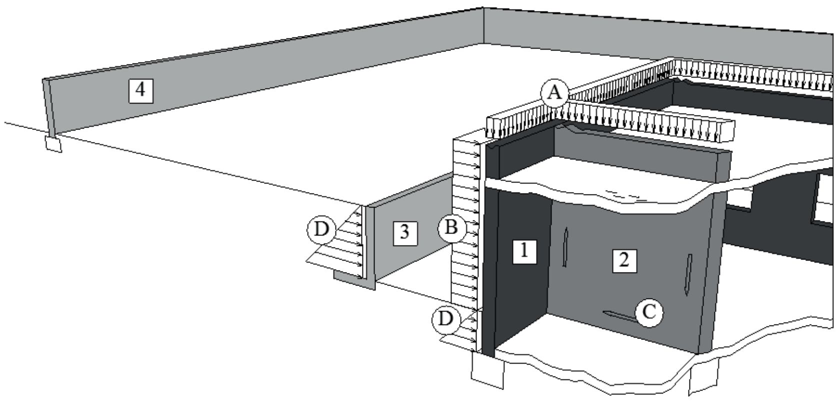


Bild 5.3
Tragende Wände müssen unterschiedliche Kräfte abtragen.

1 Tragende Außenwand
2 Aussteifende Querwand
3 Stützwand
4 Grenzwand

A Eigengewicht und Lasten aus angrenzenden Bauteilen
B Windlasten
C Aussteifungslasten
D Erd-/Wasserdruck

Wände im Freien werden häufig in Stütz- und Grenzwände unterteilt. Grenzwände zur Grundstücksabgrenzung werden nur noch selten hergestellt und sind stets baurechtlich zu prüfen. Stützwände dienen der Abfangung von Erddruckkräften, um Abstufungen im Gelände dauerhaft zu sichern. Stützwände können in unterschiedlichen Bauweisen hergestellt werden, wie zum Bespiel aus Stahlbetonfertigteilwinkel oder als Schwergewichtswände.

Aussteifende Querwände können durch **Aussteifungspfeiler** oder **Pfeilervorlagen** ersetzt werden. Für die konstruktive Ausbildung gibt es unterschiedliche Möglichkeiten, die im Bild 5.3 erläutert werden. Außerdem werden im Mauerwerksbau kurze Wandabschnitte mit Querschnittswerten von mehr als 400 cm^2 und weniger als 1000 cm^2 als **Pfeiler** bezeichnet. Pfeiler aus Stahl oder Stahlbeton oder Pfeilervorlagen können auch hohe Einzellasten, wie beispielsweise durch Unterzüge oder Balken abtragen. Pfeiler aus einem tragfähigeren Material ermöglichen im Endzustand eine homogene Wandansicht, erfordern jedoch aufgrund des Materialswechsels in der Regel eine bessere Wärmedämmung im Bereich des Pfeilers.

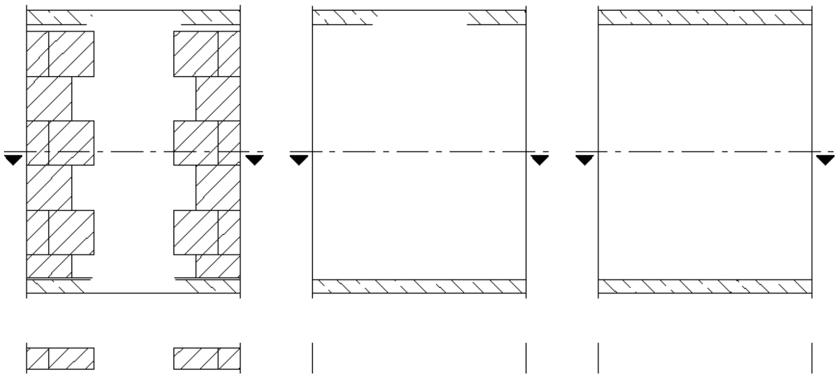


Bild 5.4
Ergänzungsbild. Um Wände auszusteifen oder höhere Tragfähigkeiten zu erreichen, können Pfeiler oder Pfeilervorlagen verwendet werden. Kurze Wandabschnitte, wie rechts im Bild werden ebenfalls als Pfeiler bezeichnet.

5.1.2 Bauphysikalische Funktionen

Wände müssen im Bauwerk unterschiedliche bauphysikalische Anforderungen erfüllen. Neben offensichtlichen Anforderungen, wie **Witterungs**- oder **Wärmeschutz**, schildert die Musterbauordnung zusätzliche wichtige Funktionen, wie **Brandschutz** oder **Schallschutz**. Beim Wärmeschutz wird in **sommerlichen** und **winterlichen Wärmeschutz** unterschieden. Witterungsschutz kann nach **Feuchteschutz** und **Luftdichtheit** gegliedert werden. Zur Regelung von Witterungs- und Wärmeschutz trägt die Energieeinsparverordnung (EnEV) einen erheblichen Anteil. Regelungen für Wände hinsichtlich des Feuchteschutzes sind aus dem Kapitel Abdichtungen bekannt. Wichtige Anforderungen an Wärmeschutz, klimabedingten Feuchteschutz und Luftdichtheit sind in der Normenreihe der DIN 4108 geregelt.

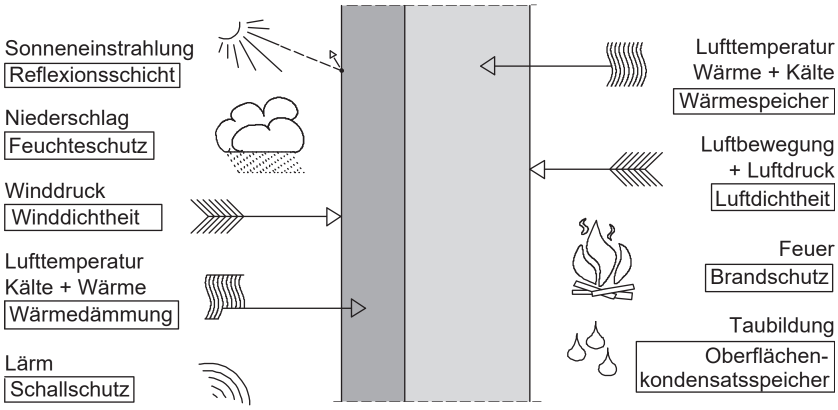


Bild 5.5
Umwelteinflüsse sowie Anforderungen aus Schutzzielen für Personen in Gebäuden definieren die notwendigen bauphysikalischen Funktionen von Wänden.

Lokal begrenzte Stellen eines Bauteils, die einen höheren Wärmestrom als in den Bereichen um diese Stellen herum aufweisen, werden als Wärmebrücken bezeichnet. Es werden drei unterschiedliche Arten von Wärmebrücken unterschieden. **Stoffbedingte Wärmebrücken**, auch physikalische Wärmebrücken genannt, entstehen durch einen Wechsel der Wärmeleitfähigkeiten innerhalb eines oder mehrere Bauteilschichten. Solche Wärmebrücken treten typischerweise an Stellen von Bauteildurchdringungen auf, wie beispielsweise bei Stützen in Außenwänden.

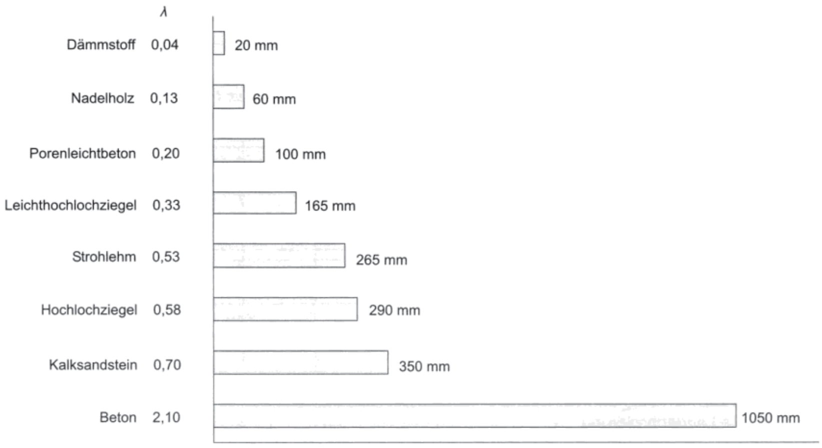


Bild 5.6
Die Wärmedämmeigenschaften variieren mit den Materialien. Hier sind die Bauteildicken im Vergleich aufgezeigt, um das gleiche Maß an Wärmedämmung zu erhalten.

Sind die Bauteiloberflächen der wärmeaufnehmenden Seite unterschiedlich zur wärmeabgebenden Seite, entstehen **geometrische Wärmebrücken**. Stellen von Undichtheiten in Bauteilen, die einem Temperaturgefälle ausgesetzt sind, werden infolge des Abtransports warmer Luft als **konvektive Wärmebrücken** bezeichnet. Dies kann besonders leicht an Stellen von Bauteilfugen oder Durchführung von Installationsleitungen auftreten.

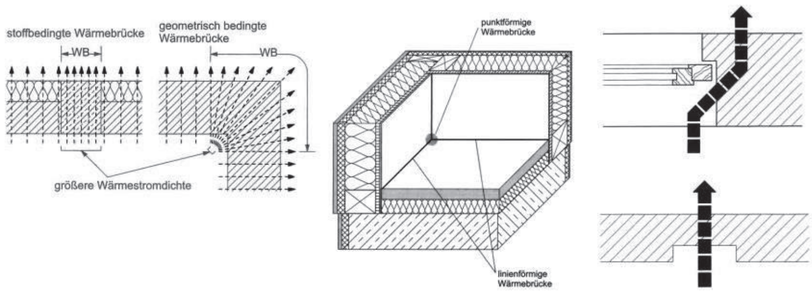


Bild 5.7
Wärmebrücken sind Stellen, an denen lokal begrenzt ein starker Temperaturgradient besteht. Dadurch erhöht sich auch in starkem Maß die Gefahr von Tauwasserbildung.

5.2 Maß- und Modulordnung

Die Abmessungen von Ziegeln als frühe Bauprodukte bilden historisch die Grundlage für viele Maße im Bauwesen. Dabei orientierte man sich bei der Längenmessung in der vorindustriellen Zeit an Körperteilen – wie Fuß oder Elle –, die regionale Unterschiede aufwiesen. Das Maß des Mauerziegels beruhte auf dem Greifmaß der Hand, das zwischen 10 und 15 cm betrug. Nach Einführung des metrischen Systems einigte man sich auf das Achtelmeter (am) = 12,5 cm als Grundlage einheitlicher Steinmaße.

Ziel einer Maßordnung ist die Zuordnung eines Bauwerkes, einzelner Bauelemente und Ausrüstungen in ein gewissermaßen von vornherein vorhandenes, dem zu planenden Bauwerk oder Bauelement in seiner Grundform angepasstes, räumliches Rastersystem. Die Ableitung übereinstimmender Maßfolgen zur Bestimmung der geometrischen Gestalt von Bauwerken, ihren Teilen, Bauelementen und Ausrüstungen unter Berücksichtigung funktioneller, konstruktiver, technologischer und gestalterischer Bedingungen führt zu einer rationellen und übersichtlichen Arbeitsweise.

Prinzipiell unterscheidet man heute in Maßordnung nach DIN 4172 und Modulordnung nach der bis Juni 2008 gültigen DIN 18000.

5.2.1 Maßordnung

In DIN 4172, einer der ältesten Normen im Bauwesen, wird das »Achtelmeter« (am) = 12.5 cm als Grundlage einheitlicher Ziegelmaße genannt. Die Richtmaße dieser Maßordnung basieren im Wesentlichen auf einer fortschreitenden Halbierung des Meters. Das »Achtelmeter« nimmt dabei die Stellung einer Grundgröße ein, nach der das System auch benannt wurde.

Begriffe

Baunormzahlen sind die Zahlen für die Baurichtmaße und die daraus abgeleiteten Einzel-, Rohbau- und Ausbaumaße.
Baurichtmaße sind zunächst theoretische Maße; sie sind aber die Grundlage für die in der Praxis vorkommenden Baumaße. Sie sind nötig, um alle Bauteile planmäßig zu verbinden.
Nennmaße entsprechen bei Bauarten ohne Fugen den Baurichtmaßen. Bei Bauarten mit Fugen ergeben sich die Nennmaße aus den Baurichtmaßen abzüglich der Fugen (siehe Abb. 5.2).
Rohbaumaße sind Maße für den Rohbau, z. B. Mauerwerksmaße (ohne Berücksichtigung von Putzdicken), Rohdeckendicken, Maße für unverputzte Tür- und Fensteröffnungen.)
Kleinmaße sind Maße von 2,5 cm und darunter Diese sind nach DIN 323, Reihe R 10 zu wählen in den Maßen:

2,5 cm; 2 cm; 1,6 cm; 1,25 cm; 1 cm; 8 mm; 6,3 mm, 5 mm; 4 mm; 3,2 mm; 2,5 mm; 2 mm; 1,6 mm; 1,25 mm; 1 mm.

Unter **Einzelmaßen** versteht man Maße (meist Kleinmaße) für Einheiten des Rohbaus oder Ausbaus, z. B. Fugendicken, Putzdicken, Falzmaße, Maueranschlagsmaße, Toleranzmaße.

Ausbaumaße sind Maße für den fertigen Bau, z. B. lichte Maße oberflächenfertiger Räume und Öffnungen, Stellflächenmaße, Geschosshöhen

Bezeichnungen beim Mauerziegel

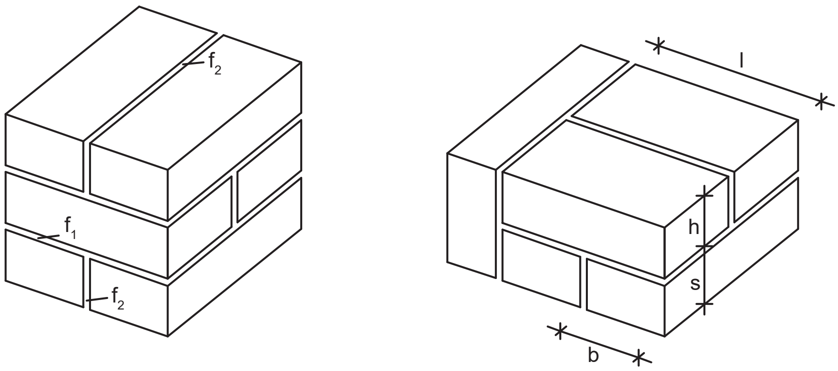


Bild 5.8
Maßangaben beim Mauerziegel nach DIN EN 771-1 und DIN EN 772-2
f_1 = horizontale Lagerfuge
f_2 = vertikale Stoßfuge
l = Länge
b = Breite
h = Steinhöhe
s = Schichthöhe (Steinhöhe einschl. Lagerfuge)

Als Nennmaße (= Bauteilmaße ohne Fugen) sind festgelegt:

- Länge bzw. Breite: 115, 175, 240, 300, 365, 490 mm
- Höhe: 52 (DF = Dünnformat), 71 (NF = Normalformat), (2 DF), 238 mm

Die Ermittlung der Maße erfolgt wie nachstehend:

Bild 5.9
Beispiele für die Herleitung von Nennmaßen im Mauerwerksbau nach DIN 4172

Beispiel	Baurichtmaß	- Fuge	= Nennmaß
Steinlänge	25	-1	24
Steinbreite	25/2	-1	11,5
Steinhöhe (NF)	25/3	-1,23	7,1 [1]
Steinhöhe (DF)	25/4	-1,05	5,2 [2]

[1] 12 Schichten je m, [2] 16 Schichten je m

6.2 Technische Mechanik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Bauingenieurwesen Arbeitsgruppe Fernstudium

A U S Z U G A U S D E R

S T U D I E N A N L E I T U N G

FERNSTUDIUM BAUINGENIEURWESEN

Modul / Stoffgebiet

Modul BBF1-03 / BIW1-03: Grundlagen der Technischen Mechanik
Stoffgebiete: Stereostatik
Elastostatik

Modul BBF1-04 / BIW1-04: Weiterführende Technische Mechanik
Stoffgebiet: Kinetik und Grundlagen der Kontinuumsmechanik

Verwendbarkeit

Bachelor-Studium:	Pflichtmodul
Grundständiges Diplom-Studium:	Pflichtmodul

Verantwortliches Institut

Institut für Mechanik und Flächentragwerke
https://tu-dresden.de/bu/bauingenieurwesen/imf

Lehrinhalte / Gliederung

Überblick

Modul BBF1-03/BIW1-03 – Grundlagen der Technischen Mechanik (= 1. + 2. Semester)

Im Rahmen der Stereostatik erfolgt eine Einführung in grundlegende Prinzipe zur Berechnung von Kräften und Momenten in technischen Anwendungen. In Vorbereitung einer Beanspruchungsermittlung werden nach Definition von Systemeigenschaften, wie Lagerung, inneren Bindungen und Belastung, Methoden zur Ermittlung von Schnittgrößenverläufen in Fachwerken und Balkensystemen entwickelt.

Die Elastostatik beinhaltet Aspekte der Verformung und Beanspruchung von statischen Systemen. Demgemäß sollen aus den in der Stereostatik hergeleiteten Schnittkräften lokale Beanspruchungsmaße in Form von Spannungen und Verzerrungen ermittelt werden, um die Tragfähigkeit eines Systems zu quantifizieren. Ferner werden Verfahren für Verformungsberechnungen und Stabilitätsuntersuchungen vorgestellt.

Modul BBF1-04/BIW1-04 – Weiterführende Technische Mechanik, Kinetik und Grundlagen der Kontinuumsmechanik (= 3. Semester)

Im Rahmen der Kinetik sollen Kenntnisse zur Berechnung der Bewegung von starren Körpern und zur Behandlung von speziellen Aufgaben wie Stoßvorgänge und Schwingungen vermittelt werden. Zusätzlich sollen elementare Kenntnisse erworben werden für die Berechnung von Deformationen und Beanspruchungen in dreidimensionalen deformierbaren Körpern.

Detaillierte Gliederung 1. Semester

1 Einführung
- 1.1 Begriffsbestimmung Mechanik
- 1.2 Physikalische Größen, Einheiten und Maßsysteme
- 1.3 Einführung in die Vektorrechnung

2 Statik der starren Körper
- 2.1 Kräfte und Momente und ihre Eigenschaften
- 2.2 Schnitt- und Reaktionsprinzip
- 2.3 Auflagerreaktionen allgemeiner Bindungen
- 2.4 Kräftegleichgewicht, Zentrale Kräftesysteme
- 2.5 Momentengleichgewicht, Allgemeine Kräftesysteme
- 2.6 Verteilte Kräfte, Schwerpunkt

3 Statik der Tragsysteme
- 3.1 Statische Bestimmtheit
- 3.2 Allgemeine Systeme starrer Körper
- 3.3 Schnittgrößen in Fachwerken

4 Schnittgrößen im Balken, Zustandslinien
- 4.1 Belastungsarten und räumliche Schnittgrößen
- 4.2 Schnittgrößen bei ebener Belastung aus Gleichgewichtsbedingungen
- 4.3 Differentialgleichungen der Schnittgrößen
- 4.4 Zustandslinien und ihre Eigenschaften
- 4.5 Zustandslinien von ebenen Balkensystemen
- 4.6 Zustandslinien von gekrümmten Balken)
- 4.7 Zustandslinien in räumlichen Systemen

5 Arbeit und Energie

5.1 Arbeitsbegriff der Mechanik

5.2 Prinzip der virtuellen Arbeiten

5.3 Stabilität des Gleichgewichts

Studienmaterial / Literatur

Video-Aufzeichnungen für alle Lehrveranstaltungen stehen im Bildungsportal Sachsen zur Verfügung. Den aktuellen Link entnehmen Sie der Studienmaterialliste auf der Webseite der AG Fernstudium.

Pflichtliteratur:

Gross/Hauger/Schröder/Wall
Technische Mechanik, Bände 1 bis 3 (Statik/Elastostatik/Kinetik).
Alle Bände Springer-Lehrbuch (aktuelle Auflage)
Preise: ca. 20,00 € je Band

Groß/Ehlers/Wriggers
Formeln u. Aufgaben zur Technischen Mechanik,
Bände 1 bis 3 (Statik/Elastostatik/Kinetik).
Alle Bände Springer-Lehrbuch (aktuelle Auflage)

Weitere Literatur:

Bruhns, Otto
Elemente der Mechanik,
Bände I bis III (Einführung, Statik/Elastostatik/Kinetik)
Alle Bände Shaker-Verlag (aktuelle Auflage)
Preise: ca. 20,00 € je Band

Bruhns, Otto
Aufgabensammlung Technische Mechanik,
Shaker-Verlag (aktuelle Auflage)
Preis: ca. 16,00 € je Band

Hahn, Hans Georg
Technische Mechanik fester Körper
2. Auflage, Hanser Fachbuch, 1992
Preis: ca. 30,00 €

Krätzig/Wittek u.a.
Tragwerke 1,
Theorie u. Berechnungsmethoden statisch bestimmter Tragwerke
4. Auflage, Springer-Lehrbuch 1999
Preis: ca. 40,00 €

sowie:

Aufgabensammlungen, Musterlösungen und Umdrucke zu den Lehrveranstaltungen der Technischen Mechanik, TU Dresden, Professur für Mechanik.

Prüfungsvoraussetzungen

Anfertigung von Belegarbeiten in den drei Teilfächern und Einsenden an den Konsulenten. Die Zulassung zur Klausur setzt die Anerkennung von 80 % der Belegarbeit in jedem der drei Abschnitte voraus.

Für die Belegabgabe in schriftlicher Form gelten folgende Termine:

	Belegteile 1-3	Belegteile 4+5
(Kontinuumsmechanik	Belegteile 1+2	Belegteil 3)
Klausurteilnahme Sommersemester:	bis **20.05.**	bis **10.06.**
Klausurteilnahme Wintersemester:	bis **10.12.**	bis **05.01.**

Online-Bearbeitung der Belegarbeiten:

Ferner ist es möglich, die Belege in den Stoffgebieten Stereostatik und Elastostatik auch in elektronischer Form über ein Online-Formular im Bildungsportal Sachsen einzureichen: https://bildungsportal.sachsen.de/opal/auth/RepositoryEntry/12937887750/

Die Belegaufgabenstellungen sind identisch mit denen für die schriftliche Abgabe und können auf der Webseite der AG Fernstudium heruntergeladen werden.

Ergänzend sind bei einigen Aufgaben zusätzliche Hinweise abrufbar, welche Sie bei der Bearbeitung unterstützen sollen. Da die Aufgabenstellungen in den Belegen noch für die schriftliche Bearbeitung ausgelegt sind, wurden einige zeichnerisch zu lösende Aufgabenteile als Auswahltests in die Tests eingebaut.

Das Eingabeportal für die Lösungen ist bis zum Ende der Prüfungseinschreibwoche des jeweiligen Semesters freigeschaltet. Ab dem Wintersemester 2018/19 ist die Online-Bearbeitung zwingend vorgeschrieben. Belegarbeiten in Papierform werden dann nicht mehr entgegen genommen.

Abschluss

Es sind folgende Modulprüfungen abzulegen:

Klausur Grundlagen der Technischen Mechanik, Stereostatik, 120 Minuten, Stoffgebiete des 1. Semesters

Klausur Grundlagen der Technischen Mechanik, Elastostatik, 180 Minuten, Stoffgebiete des 2. Semesters

Klausur Weiterführende Technische Mechanik, Kinetik und Grundlagen der Kontinuumsmechanik, 180 Minuten, Stoffgebiete des 3. Semesters

Leistungspunkte:

Modul BBF1-03 / BIW1-03	14 LP
Grundlagen der Technischen Mechanik, Stereostatik	
Grundlagen der Technischen Mechanik, Elastostatik	
Modul BBF1-04 / BIW1-04	
Weiterführende Technische Mechanik, Kinetik und Grundlagen der Kontinuumsmechanik (mit Stoffgebiet Hydrostatik)	10 LP

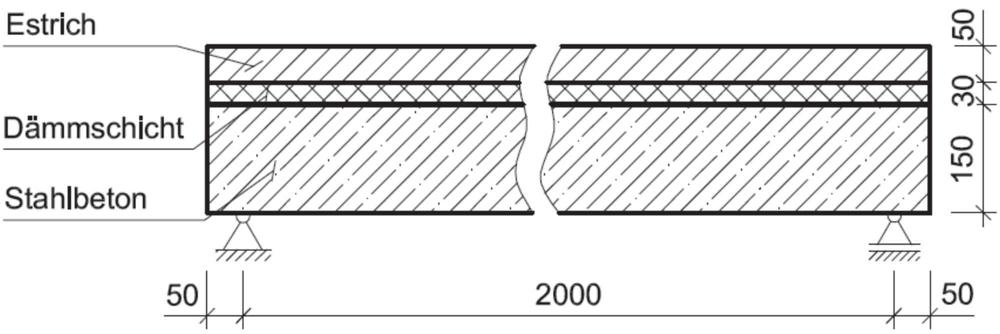
ANGEFÜGT AUF DEN FOLGENDEN SEITEN BEFINDEN SICH:

- **eine kleine Auswahl von Übungsaufgaben aus den Teilgebieten der Technischen Mechanik**
- **Auszüge aus den Umdrucken des Lehrstuhles**

Aufgabe 1.2-7:

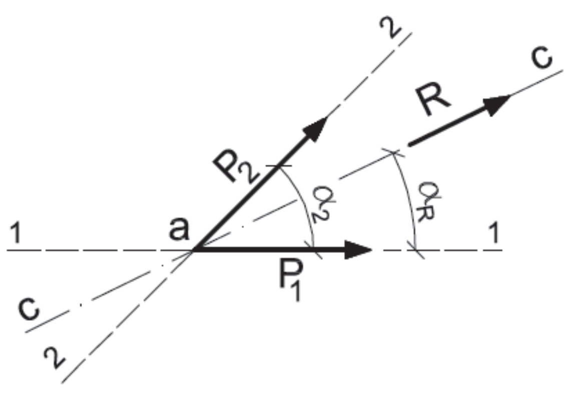
Für eine mit einer Dämmschicht und einem Estrich versehene Stahlbetonplatte soll die Masse eines $1\,m$ breiten Plattenstreifens ermittelt werden.

Gegeben: Estrich: $\rho_E = 2,3\,kg/dm^3$
Dämmschicht (Polystyrol): $\rho_D = 0,4\,kg/m^2$ je cm Dicke
Stahlbeton: $\rho_B = 2,5\,kg/dm^3$
Hinweis: Maße in mm



Aufgabe 2.1-2:

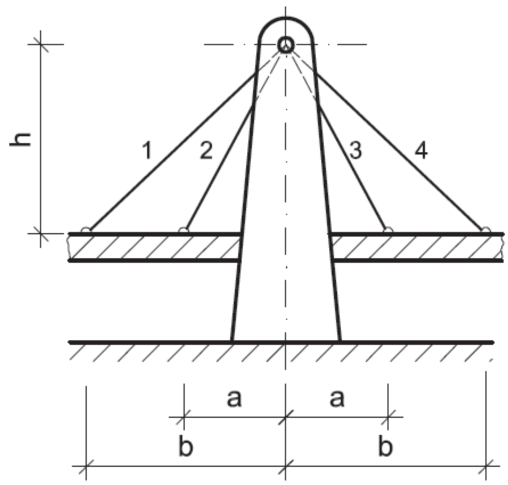
Bestimmen Sie analytisch und grafisch die Resultierende der beiden Kräfte.



Gegeben: $P_1 = 26\,kN$
$P_2 = 35\,kN$
$\alpha_2 = 45°$
Gesucht: $\vec{R}$

Aufgabe 2.1-13:

In den Seilen 1, 2, 3 und 4 der skizzierten Brücke treten die Kräfte F_1, F_2, F_3 und F_4 auf.



a) Wie groß ist die resultierende Kraft, die der Pylon aufnehmen muss?

b) Wie ist die resultierende Kraft gerichtet?

Lösen Sie die Aufgabe analytisch und grafisch!

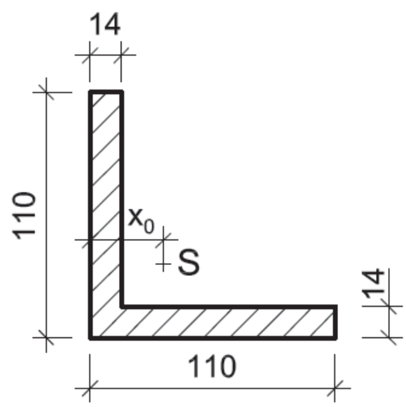
Gegeben:

$$
\begin{aligned}
F_1 &= 140\,kN \\
F_2 &= 200\,kN \\
F_3 &= 240\,kN \\
F_4 &= 200\,kN \\
a &= 10\,m \\
b &= 25\,m \\
h &= 25\,m
\end{aligned}
$$

Aufgabe 2.6-6:

Für das skizzierte Winkelstahl-Profil soll der Schwerpunktabstand x_0 bestimmt werden.

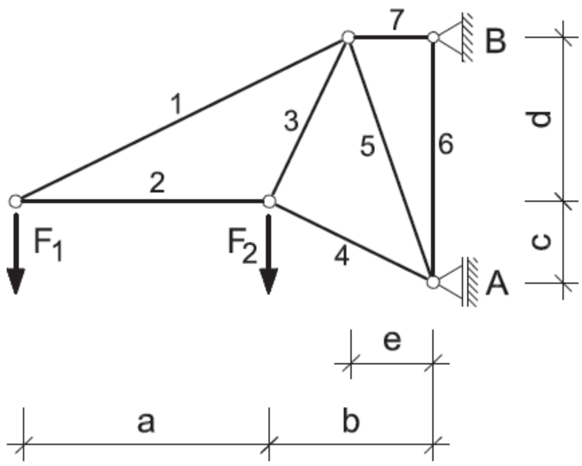
Hinweis: Alle Maßangaben in mm.



Aufgabe 3.3-10:

Berechnen Sie die Kräfte in den Stäben des dargestellten Fachwerks.

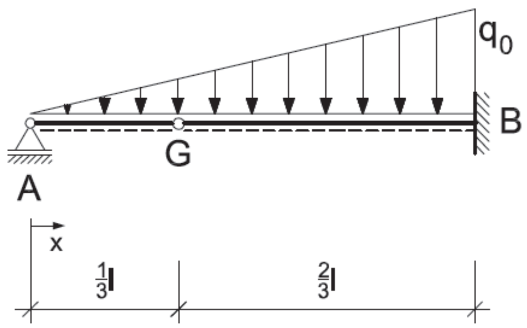
Gegeben:
$F_1 = 15\,kN$
$F_2 = 30\,kN$
$a = 9\,m$
$b = 6\,m$
$c = 3\,m$
$d = 6\,m$
$e = 3\,m$



Aufgabe 4.5-57:

Berechnen Sie die Auflagerreaktionen und Schnittgrößen des dargestellten Systems durch Integration der Belastungsfunktion. Stellen Sie die ermittelten Verläufe grafisch dar.

Gegeben: q_0; l.



Übungsaufgaben Grundlagen Technische Mechanik – Elastostatik (Auswahl)

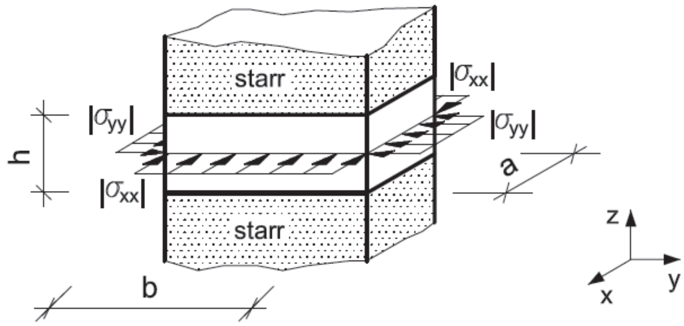
Aufgabe 6.3-2:

An den Stirnseiten eines quaderförmigen Blocks, der zwischen zwei starren Backen eingeklemmt ist, greifen die Spannungen σ_{xx} und σ_{yy} an.

a) Wie groß sind die Dehnungen ε_{xx} und ε_{yy} sowie die Spannung σ_{zz} bei einer Querkontraktionszahl von $\nu = 0,3$?

b) Man bestimme ferner die Verformung, wenn der Körper sich in z-Richtung ungehindert ausdehnen kann.

Gegeben: $E = 2,1 \cdot 10^4\, kN/cm^2$; $|\sigma_{xx}| = 6\, kN/cm^2$; $|\sigma_{yy}| = 10\, kN/cm^2$;
$h = 5\, cm$; $a = 30\, cm$; $b = 50\, cm$.



Aufgabe 6.4-1:

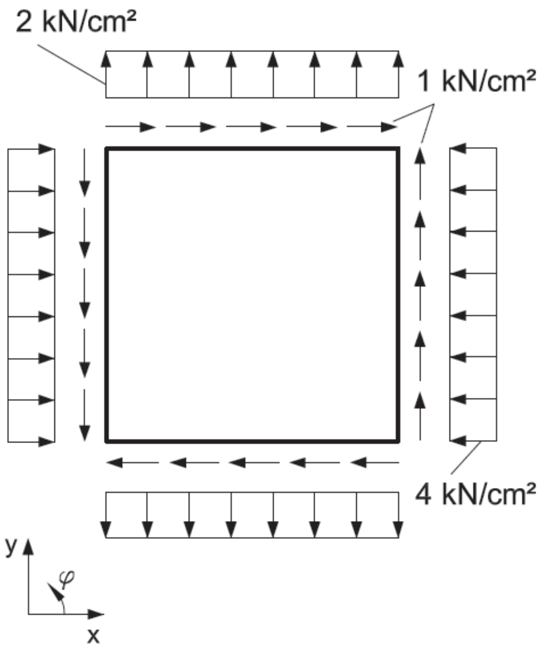
Bestimmen Sie für das dargestellte Blech

a) rechnerisch die Hauptnormalspannungen und ihre Richtungen sowie

b) die maximalen Schubspannungen, die zugehörigen Normalspannungen und ihre Richtungen.

Für den zweiten Aufgabenteil ist die Lösung entweder mit Hilfe des Mohrschen Spannungskreises durchzuführen oder dieser nach rechnerischer Lösung qualitativ darzustellen.

Für jeden Aufgabenteil sind die entsprechenden herausgeschnittenen Elemente mit allen angreifenden Randspannungen zu zeichnen.



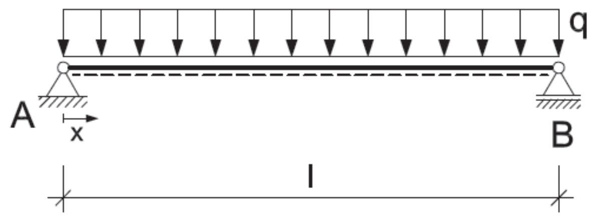
Aufgabe 7.3-10:

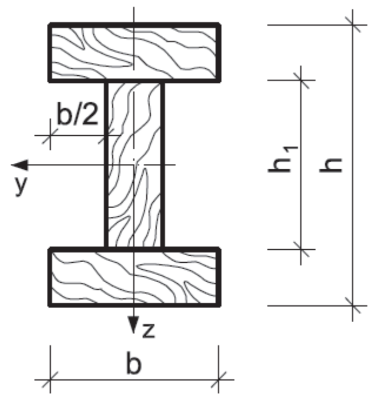
Für einen Holzbalken mit I - Querschnitt aus Nadelholz der GKL II ist

a) der Spannungsnachweis für die Normalspannung bei gegebener Stützweite l zu führen und

b) die maximal mögliche Stützweite $\max l$ zu ermitteln, so dass die Normalspannung $\text{zul}\,\sigma$ nicht überschritten wird!

Gegeben: $b = 140\,mm$; $b_1 = 90\,mm$; $h = 260\,mm$;
$h_1 = 160\,mm$; $l = 3,0\,m$; $q = 8,0\,kN/m$;
$\text{zul}\,\sigma = 10\,N/mm^2$.





Aufgabe 7.4-4:

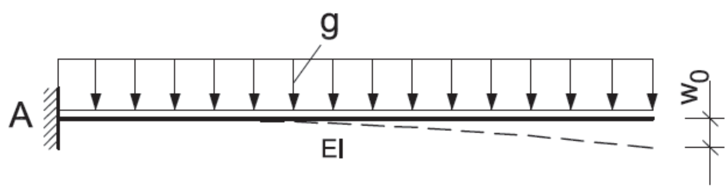
Ein Kragträger der Länge l mit konstanter Biegesteifigkeit EI biegt sich unter der Wirkung seines Eigengewichtes g am freien Ende um w_0 durch.

Man bestimme

a) den Verlauf der Schnittgrößen und

b) die Biegelinie des Trägers.

Gegeben: l; g; EI; w_0.



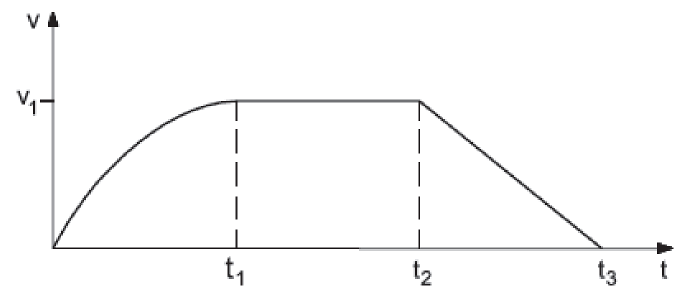
ÜBUNGSAUFGABEN WEITERFÜHRENDE TECHNISCHE MECHANIK – KINETIK (AUSWAHL)

Aufgabe 14.1-8:

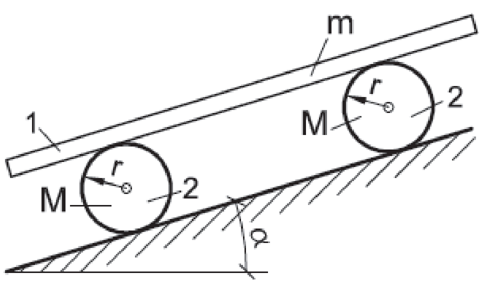
Das Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm einer Vorortbahn setzt sich aus einer Parabel mit der Gleichung $v = v_1[1 - (t/t_1 - 1)^2]$ und zwei Geraden gemäß nachstehender Figur zusammen.

Man berechne die Beschleunigung $b(t)$ sowie den Weg $s(t)$ und zeichne die zugehörigen Diagramme.

Gegeben: $t_1 = 2\,min;\ t_2 = 6\,min;\ t_3 = 8\,min;\ v_1 = 72\,km/h.$



Aufgabe 16.2-3:

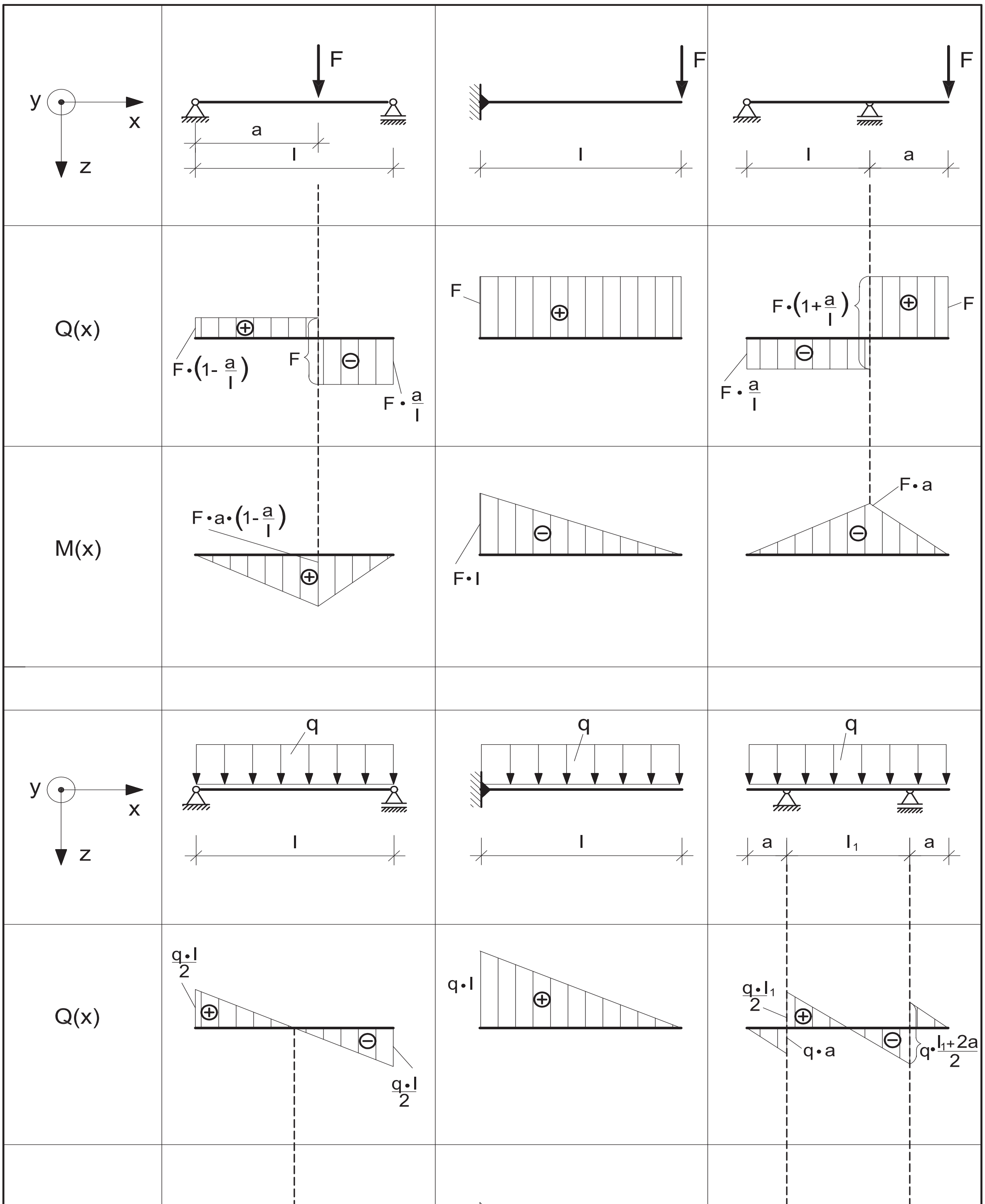


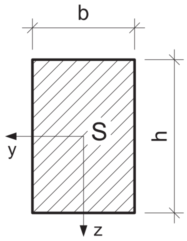
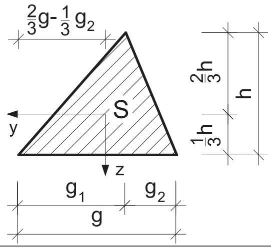
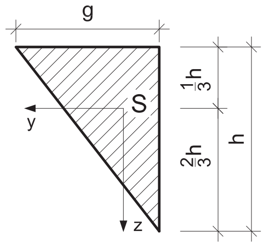
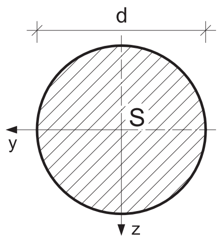
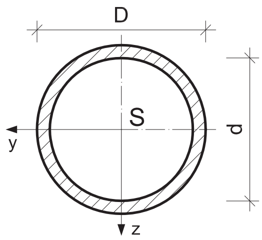
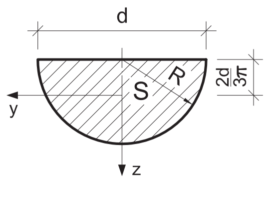
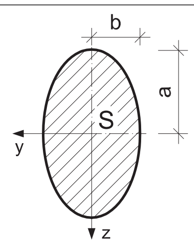
Ein starrer Balken der Masse m rollt auf zwei homogenen Kreiszylindern (Masse M, Radius r) eine schiefe Ebene mit dem Neigungswinkel α hinab.

Wie groß ist die Beschleunigung des Balkens in seiner Längsrichtung, wenn alle Berührungsflächen aufeinander abrollen?

Gegeben: $\alpha;\ g;\ M;\ m;\ r.$

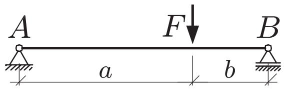
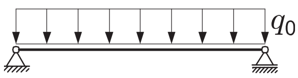
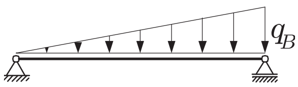
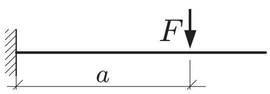
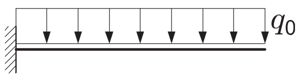
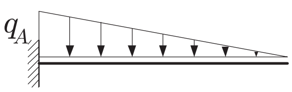
Beispiele für einfache Schnittgrößenverläufe (Teil a)



Skizze	I_y	I_z	I_{yz}	I_p
	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{hb^3}{12}$	0	$\frac{bh}{12}(h^2+b^2)$
	$\frac{gh^3}{36}$	$\frac{gh}{36}(g^2-gg_2+g_2^2)$	$\frac{gh^2}{72}(2g_2-g)$	$\frac{gh}{36}(h^2+g^2-gg_2+g_2^2)$
	$\frac{gh^3}{36}$	$\frac{hg^3}{36}$	$\frac{g^2h^2}{72}$	$\frac{gh}{36}(h^2+g^2)$
	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^4}{64}$	0	$\frac{\pi d^4}{32}$
	$\frac{\pi}{64}(D^4-d^4)$	$\frac{\pi}{64}(D^4-d^4)$	0	$\frac{\pi}{32}(D^4-d^4)$
	$\frac{R^4}{72\pi}(9\pi^2-64)$	$\frac{\pi R^4}{8}$	0	$\frac{R^4}{36\pi}(9\pi^2-32)$
	$\frac{\pi}{4}ba^3$	$\frac{\pi}{4}ab^3$	0	$\frac{\pi ab}{4}(a^2+b^2)$

Abkürzungen: $\xi = \frac{x}{l}$; $\alpha = \frac{a}{l}$; $\beta = \frac{b}{l}$; $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\ldots) = \frac{1}{l}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}(\ldots) = (\ldots)'$

$$< \xi - \alpha >^n = \begin{cases} (\xi - \alpha)^n & \text{für} \quad \xi > \alpha \\ 0 & \text{für} \quad \xi \le \alpha \end{cases}$$

Belasteter Balken Länge l , Biegesteifigkeit EI = konst.	EIw'_A	EIw'_B	$EIw(\xi)$
	$\frac{Fl^2}{6}(\beta - \beta^3)$	$-\frac{Fl^2}{6}(\alpha - \alpha^3)$	$\frac{Fl^3}{6}\left[\beta\xi(1 - \beta^2 - \xi^2) + < \xi - \alpha >^3\right]$
Sonderfall: $\alpha = \beta = \frac{1}{2}$	$\frac{Fl^2}{16}$	$-\frac{Fl^2}{16}$	$EIw_{\max} = \frac{Fl^3}{48}$
	$\frac{q_0 l^3}{24}$	$-\frac{q_0 l^3}{24}$	$\frac{q_0 l^4}{24}(\xi - 2\xi^3 + \xi^4)$ $EIw_{\max} = \frac{5}{384} q_0 l^4$
	$\frac{7}{360} q_B l^3$	$-\frac{1}{45} q_B l^3$	$\frac{q_B l^4}{360}(7\xi - 10\xi^3 + 3\xi^5)$
	$\frac{M_0 l}{6}(3\beta^2 - 1)$	$\frac{M_0 l}{6}(3\alpha^2 - 1)$	$\frac{M_0 l^2}{6}\left[\xi(3\beta^2 - 1) + \xi^3 - 3 < \xi - \alpha >^2\right]$
Sonderfall $a = 0, b = l$	$\frac{M_0 l}{3}$	$-\frac{M_0 l}{6}$	$\frac{M_0 l^2}{6}\left[2\xi - 3\xi^2 + \xi^3\right]$
Sonderfall $a = l, b = 0$	$-\frac{M_0 l}{6}$	$\frac{M_0 l}{3}$	$\frac{M_0 l^2}{6}\left[-\xi + \xi^3\right]$
	0	$\frac{Fa^2}{2}$	$\frac{Fl^3}{6}\left[3\alpha\xi^2 - \xi^3 + < \xi - \alpha >^3\right]$
Sonderfall $a = l$	0	$\frac{Fl^2}{2}$	$EIw_{\max} = \frac{Fl^3}{3}$
	0	$\frac{q_0 l^3}{6}$	$\frac{q_0 l^4}{24}(6\xi^2 - 4\xi^3 + \xi^4)$ $EIw_{\max} = \frac{q_0 l^4}{8}$
	0	$\frac{q_A l^3}{24}$	$\frac{q_A l^4}{120}(10\xi^2 - 10\xi^3 + 5\xi^4 - \xi^5)$
	0	$M_0 l$	$\frac{M_0 l^2}{2}\xi^2$

6.3 Mathematik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Bauingenieurwesen Arbeitsgruppe Fernstudium

A U S Z U G A U S D E R

STUDIENANLEITUNG

FERNSTUDIUM BAUINGENIEURWESEN

Modul / Stoffgebiet

<u>Modul BBF1-05 / BIW1-05:</u> Lineare Algebra und Analysis

Stoffgebiete: Grundlagen der linearen Algebra und eindimensionalen Analysis

Vertiefung der linearen Algebra und mehrdimensionale Analysis

<u>Modul BIW1-06 / BBF1-06:</u> Lineare Differentialgleichungen und Stochastik

Stoffgebiet: Lineare Differentialgleichungen und Stochastik

Verwendbarkeit

Bachelor-Studium: Pflichtmodul

Grundständiges Diplom-Studium: Pflichtmodul

Verantwortliches Institut

Fakultät Mathematik und Naturwissenschaften

Fachrichtung Mathematik

Institut für Analysis

https://tu-dresden.de/mn/math/analysis

Lehrinhalte / Gliederung

Modul BIW1-05 – Lineare Algebra und Analysis/Stoffgebiet Grundlagen der linearen Algebra und eindimensionale Analysis (Mathematik 1 = 1. Semester)

Es werden Kenntnisse in linearer Algebra, analytischer Geometrie und in eindimensionaler Differential- und Integralrechnung erworben und beim Studierenden Fähigkeiten im Umgang mit linearen Gleichungssystemen, linearen Abbildungen, Lage- und Maßbeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen sowie den Grundlagen der eindimensionalen Analysis entwickelt sowie Fertigkeiten bei deren Anwendungen herausgebildet.

1. Grundlagen (Mengen, reelle Zahlen, komplexe Zahlen), analytische Geometrie [Kapitel 1-3]
2. Algebra: Matrizen, Gleichungssysteme, Determinanten [Kapitel 4]
3. Algebra: Lineare Abbildungen, Eigenwerte und Eigenräume, Quadriken [Kapitel 5]
4. Analysis: Folgen, Reihen, Grenzwerte, Stetigkeit [Kapitel 6]

Modul BIW1-05 - Lineare Algebra und Analysis/Stoffgebiet Vertiefung der linearen Algebra und mehrdimensionale Analysis (Mathematik 2 = 2. Semester)

Es werden Kenntnisse in linearer Algebra vertieft und Fertigkeiten in mehrdimensionaler Differential- und Integralrechnung und zu speziellen Differentialgleichungen vermittelt. Die Studierenden erwerben Fähigkeiten im Umgang mit totalen und partiellen Ableitungen und deren Anwendungen auf differentialgeometrische Fragen und Extremalprobleme. Weiter erwerben sie Fähigkeiten und Fertigkeiten im Umgang mit Bereichs-, Kurven- und Oberflächenintegralen sowie entsprechenden Integralsätzen der Vektoranalysis. Es werden Lösungsverfahren für einfache gewöhnliche Differentialgleichungen erster und zweiter Ordnung behandelt.

1. Analysis: Differentialrechnung [Kapitel 7]
2. Analysis: Eindimensionales Integral [Kapitel 8]
3. Analysis: Bereichs- und Volumenintegrale
4. Analysis: Kurven- und Oberflächenintegrale, Integralsätze, spezielle Differentialgleichung [Kapitel 10-11]

Modul BIW1-06 - Lineare Differentialgleichungen und Stochastik (Mathematik 3 = 3. Semester)

Im Stoffgebiet Lineare Differentialgleichungen werden Kenntnisse zur Lösungstheorie linearer Differentialgleichungen höherer Ordnung und linearer Differentialgleichungssysteme erster Ordnung vermittelt. Die Studierenden erwerben Fähigkeiten in der Anwendung auf Anfangs-, Rand- und Eigenwertprobleme.

In der Einführung in die Stochastik werden Grundkenntnisse in Stochastik bereitgestellt. Die Studierenden erwerben Fähigkeiten und Fertigkeiten im Umgang mit Verteilungen und ihren Kenngrößen sowie im Umgang mit Grundlagen der beschreibenden Statistik, Schätzungen und Testverfahren.

1. Homogene lineare Differentialgleichungen bzw. Differentialgleichungssysteme
2. Inhomogene lineare Differentialgleichungen bzw. Differentialgleichungssysteme, Anfangswertaufgaben, Randwertprobleme, Eigenwertprobleme
3. Wahrscheinlichkeitstheorie (Ereignisse, Definition, bedingte Wahrscheinlichkeit, diskrete und stetige Zufallsgrößen, Verteilungen)
4. beschreibende Statistik (Tabellen, Kenngrößen), beurteilende Statistik (Schätzungen, Test, Regressionsanalyse)

Hinweis:

Nutzen Sie auch die speziell für Fernstudenten angebotenen Präsenzveranstaltungen (Teilnahme fakultativ). Termine und Themen erhalten Sie postalisch von der AG Fernstudium bzw. können Sie diese auch im Internet abrufen.

Bitte melden Sie Ihre Teilnahme an den Präsenzveranstaltungen bis 1 Woche vorher bei der AG Fernstudium an.

Studienmaterial / Literatur

Folgende Unterlagen können in gedruckter Form über die AG Fernstudium bezogen werden oder von den Webseiten heruntergeladen werden

N. Koksch
Skripte Mathematik für Bauingenieure

Online ebenfalls verfügbar:

N. Koksch
Übungsaufgaben und Klausuraufgaben Mathematik

Zur interaktiven Unterstützung des Selbststudiums empfehlen wir:

AG Fernstudium
Lernprogramm Lineare Algebra
https://bildungsportal.sachsen.de/opal/auth/RepositoryEntry/759398400

Institut für Analysis
E-Learning-Tests Mathematik
https://bildungsportal.sachsen.de/opal/auth/RepositoryEntry/1652260864

Als gut kommentierte, umfassende, sehr gute Lehrbücher empfehlen wir insbesondere:

T. Arens et al: *Mathematik*, Spektrum Akademischer Verlag, 2. Auflage 2012, 1506 Seiten + Formelsammlung im Einband, ISBN 978-3-8274-2347-4

A. Hoffmann, B. Marx, W. Vogt: *Mathematik für Ingenieure 1*, Pearson Studium, 2006, 857 S., ISBN 3-8273-7113-9

A. Hoffmann, B. Marx, W. Vogt: *Mathematik für Ingenieure 2*, Pearson Studium, 2006, 828 S., ISBN 3-8273-7114-7

Wichtig ist für das Studium ein gutes Tafelwerk bzw. eine Formelsammlung, empfohlen werden vom Institut für Analysis z. B.:

G. Merziger, G et al.
Formeln und Hilfen zur Höheren Mathematik
Binomi-Verlag

I.N. Bronstein et al.
Taschenbuch der Mathematik
Harri-Deutsch-Verlag

Prüfungsvoraussetzungen

Keine.

Abschluss

Es sind folgende Modulprüfungen abzulegen:

Klausur Lineare Algebra und Analysis / Grundlagen der linearen Algebra und eindimensionale Analysis (Mathematik 1 = 1. Semester)
120 Minuten schriftlich

Klausur Lineare Algebra und Analysis / Vertiefung der linearen Algebra und mehrdimensionale Analysis (Mathematik 2 = 2. Semester)
180 Minuten schriftlich

Klausur Lineare Differentialgleichungen und Stochastik (Mathematik 3 = 3. Semester)
120 Minuten schriftlich

Die **Prüfungen** finden während der Prüfungsperiode am Ende des Wintersemester (Februar/März) oder am Ende des Sommersemester (Juli/August) statt. Zur Prüfung sind Studentenausweis und Personalausweis (oder anderes vergleichbares Dokument **mit Passbild**) mitzubringen. Die Teilnehmer werden gebeten, sich **spätestens 15 Minuten** vor Beginn der Klausur in den vorgesehenen Räumen einzufinden.

Über die zur jeweiligen Klausur zugelassenen **Hilfsmittel, die Einteilung auf die Prüfungsräume und die konkreten Prüfungszeiten und -themen** informieren Sie sich auf der Website des Konsulenten bzw. auf den Seiten der jeweiligen Prüfer, die gegebenenfalls auch auf der Seite des Konsulenten genannt werden. Nicht zugelassen sind jegliche elektronischen Hilfsmittel, insbesondere also keine Taschenrechner.

Aus den Noten der ersten beiden Klausuren ergibt sich die Modulnote für das Modul BIW1-05 – Lineare Algebra und Analysis. Die Klausur Mathematik 1 wird dabei mit 40 %, die Klausur Mathematik 2 mit 60 % gewichtet. Die Klausurnote Lineare Differentialgleichungen und Stochastik ist die Modulnote für das Modul BIW1-06.

Leistungspunkte:

Modul BIW1-05 / BBF1-05

Lineare Algebra und Analysis 14 LP

Modul BIW1-06 / BBF1-06

Lineare Differentialgleichungen und Stochastik 6 LP

ANGEFÜGT AUF DEN FOLGENDEN SEITEN BEFINDEN SICH:

- **Auszug aus dem Skript „Mathematik für Bauingenieure“**
(Kapitel 6 Konvergenz und Stetigkeit)

für unseren Wachstumsprozess, wobei sich die so genannte natürliche Basis e in „natürlicher“ Weise ergeben hat.

Anwendung: Wachstums- und Abnahmeprozesse kommen in vielfältiger Art vor. Einige einfache Prozesse können in obiger Weise beschrieben werden:

- Alterungs- und Zerfallsprozesse (zum Beispiel Alterung von Farben, radioaktiver Zerfall)
- Wachstum von Populationen ohne Ressourcenmangel (zum Beispiel Wachstum von Pilzen)
- Kapitalverzinsung nicht nur nach vollen Jahren: Mit dem Jahreszins p wähle α mit $\mathrm{e}^{\alpha}-1 =\exists$ p. Dann könnte das Kapital entsprechend $k(t)=\mathrm{e}^{\alpha t}k(0)$ kontinuierlich verzinst werden.

6.6. Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen

Wir betrachten hier Funktionen $f:\mathrm{D}_f\subseteq\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$.

6.6.1. Umgebungen und Häufungspunkte

Definition 6.6.1. Für $n\in\mathbb{N}_{>0}$, $a\in\mathbb{R}^n$ und $r>0$ heißen

$$K(a,r)=\{x\in\mathbb{R}^n \mid |x-a|<r\}$$

offene Kugel und

$$\overline{K}(a,r)=\{x\in\mathbb{R}^n \mid |x-a|\le r\}$$

abgeschlossene Kugel mit ***Mittelpunkt*** a (oder um a) und ***Radius*** r.
Eine Menge $U\subseteq\mathbb{R}$ heißt ***Umgebung*** von $a\in\mathbb{R}^n$, wenn ein $r>0$ existiert mit $K(a,r)\subseteq U$.

Für $n=1$ erkennen wir das offene Intervall $]a-r,a+r[$ als (eindimensionale) offene Kugel um a mit dem Radius r und das abgeschlossene Intervall $[a-r,a+r]$ als (eindimensionale) abgeschlossene Kugel um a mit dem Radius r.

Für $n=2$ ist $\overline{K}(a,r)$ die zweidimensionale Kugel, also die Kreisfläche mit Mittelpunkt a und Radius r; bei $K(a,r)$ ist von $\overline{K}(a,r)$ die Kreislinie mit Mittelpunkt a und Radius r entfernt.

Für $n=3$ ist $\overline{K}(a,r)$ die übliche dreidimensionale Kugel mit Mittelpunkt a und Radius r; bei $K(a,r)$ ist von $\overline{K}(a,r)$ der Kugeloberfläche mit Mittelpunkt a und Radius r entfernt.

Definition 6.6.2. Es seien $M\subseteq\mathbb{R}^n$ eine Menge und $a\in\mathbb{R}^n$. Wir nennen a einen ***Häufungspunkt*** von M, wenn beliebig nahe an a immer noch Punkte aus M liegen, die verschieden von a sind,

$$\forall\varepsilon>0 \quad x\in M\setminus\{a\}: \quad x\in K(a,\varepsilon).$$

Wenn $a\in M$ kein Häufungspunkt von M ist, dann heißt a ***isolierter Punkt*** von M.

Bemerkung 6.6.3.
1. Ein Häufungspunkt a von M ist dadurch charakterisiert, dass eine Folge $(\xi_i)_{i\in\mathbb{N}}$, $\xi_i \in M\setminus\{a\}$ existiert mit $a = \lim_{i\to\infty} \xi_i$.
2. Jeder Punkt des abgeschlossenen Intervalles $[\alpha,\beta] \subset \mathbb{R}^1$ mit $\beta > \alpha$, ist Häufungspunkt von $[\alpha,\beta]$ und auch von $]\alpha,\beta[$.
3. Für einen isolierten Punkt a gibt es ein $\varepsilon > 0$ derart, dass die Kugel $K(a,\varepsilon)$ außer a keine Punkte aus M enthält, es also einen Abstand ε gibt, in dem um a keine anderen Punkte aus M liegen.

6.6.2. Stetigkeit

Definition 6.6.4. Es seien $f : \mathrm{D}_f \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ und $a \in \mathrm{D}_f$.
Die Funktion f heißt ***stetig in (oder an der Stelle)*** a, wenn

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \delta > 0\, \forall x \in \mathrm{D}_f : \quad x \in K(a,\delta) \Longrightarrow \exists f(x) \in K(f(a),\varepsilon)$$

gilt. Sie heißt ***stetig auf (einer Teilmenge)*** M von D_f, wenn f stetig an allen $a \in M$ ist. Sie heißt ***stetig***, wenn f stetig auf D_f ist.

Wir klären nun durch korrekte logische Negation, was unstetig an einer Stelle $a \in \mathrm{D}_f$ heißt:

$$\varepsilon > 0 \forall \delta > 0 \quad x \in \mathrm{D}_f : x \in K(x,\delta) \wedge f(x) \notin K(f(a),\varepsilon).$$

Hier wurde $\overline{p \Rightarrow q} = \exists p \wedge \overline{q}$ verwendet.

Die Stetigkeit oder Unstetigkeit wird also nur in Punkten des Definitionsbereiches betrachtet.

Übungsaufgabe. Man untersuche die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \exists x$ für $x \in \mathbb{R}$ auf Stetigkeit.

Lösung. Es sei $a \in \mathbb{R}$ beliebig. Für jedes $x \in \mathbb{R}$ gilt dann

$$|f(x) - f(a)| = |x - a|\,.$$

Zu $\varepsilon > 0$ können wir also zum Beispiel $\delta = \varepsilon$ wählen. Die Funktion f ist in jedem Punkt $a \in \mathbb{R}$ stetig und daher eine stetige Funktion.

Beachte: Hier kann δ unabhängig von a gewählt werden: f ist gleichmäßig stetig auf $\mathbb{R}$.

Übungsaufgabe. Man untersuche die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^2$ auf Stetigkeit.

Lösung. Es sei $a \in \mathbb{R}$ beliebig. Für $x \in \mathbb{R}$ gilt dann

$$|f(x) - f(a)| = |x^2 - a^2| = |x + a| \cdot |x - a| = |x - a + 2a| \cdot |x - a| < (2|a| + \delta) \cdot \delta\,,$$

wenn $|x-a|<\delta$. Wir können $|f(x)-f(a)|$ kleiner als $\varepsilon\varrho$ machen, indem wir $\delta\varrho$ mit $(2|a|+\delta)\delta<\varepsilon\varrho$ wählen, also zum Beispiel $\delta<1$ mit $\delta<\frac{\varepsilon\varrho}{2|a|+1}$. Die Funktion f ist daher in jedem Punkt $a\in\mathbb{R}$ stetig und folglich eine stetige Funktion.

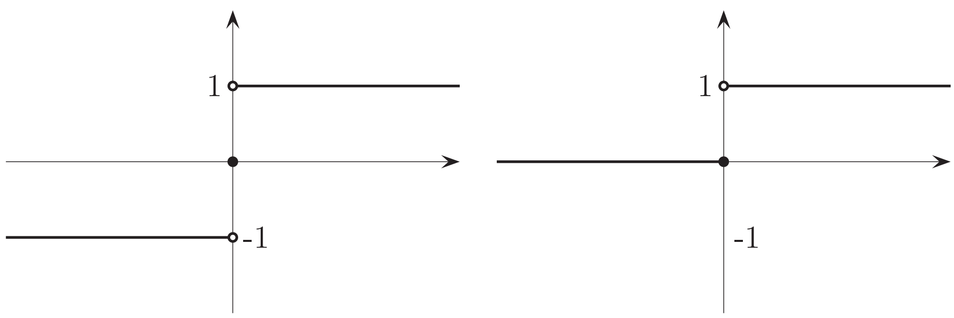
Beachte: Hier kann δ nicht unabhängig von a gewählt werden: f ist nicht gleichmäßig stetig auf $\mathbb{R}$.

Definition 6.6.5. Es seien $f\colon \mathrm{D}_f\subseteq\mathbb{R}\to\mathbb{R}^m$ und $a\in\mathrm{D}_f$. Wir nennen f ***linksseitig stetig in*** a, wenn die Einschränkung $f\big|_{(-\infty,a]}$ von f auf $\mathrm{D}_f\cap\,]-\infty,a]$ in a *stetig* ist. Wenn $f\big|_{[a,\infty[}$ stetig in a ist, nennen wir f ***rechtsseitig stetig in*** a.

Satz 6.6.6. *Eine Funktion $f\colon \mathrm{D}_f\subseteq\mathbb{R}\to\mathbb{R}^m$ genau dann stetig in $a\in\mathrm{D}_f$, wenn f in a links- und rechtsseitig stetig ist.*

Beispiel 6.6.7. 1. Die Vorzeichen-Funktion $\operatorname{sgn}\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ mit $\operatorname{sgn}x=-1$ für $x<0$, $\operatorname{sgn}0=0$, $\operatorname{sgn}x=1$ für $x>0$ ist stetig in jedem Punkt $a\neq0$. Sie ist in 0 weder links- noch rechtsseitig stetig und damit in 0 unstetig.

2. Die Heaviside-Funktion $\mathrm{h}\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ mit $\mathrm{h}(x)=0$ für $x\le0$ und $\mathrm{h}(x)=1$ für $x>0$ ist stetig in jedem Punkt $a=0$. Sie ist in 0 links- aber nicht rechtsseitig stetig und damit in 0 unstetig.



6.6.3. Grenzwert

Definition 6.6.8. Es seien $f\colon\mathrm{D}_f\subseteq\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$ und $a\in\mathbb{R}^n$ ein Häufungspunkt oder ein Element von D_f. Ein Punkt $g\in\mathbb{R}^m$ heißt ***Grenzwert der Funktion*** f in (oder an der Stelle) a, wenn

$$\forall\varepsilon>0\ \exists\delta>0\ \forall x\in\mathrm{D}_f:\quad x\in K(a,\delta)\implies f(x)\in K(g,\varepsilon)$$

gilt. Wenn er existiert, wird er bezeichnet durch

$$\lim_a f\quad\text{oder}\quad\lim_{x\to a}f(x).$$

Bemerkung 6.6.9. 1. Der Grenzwert ist (wenn er existiert) eindeutig.
2. Wenn f in a definiert ist, kann nur $f(a)$ der Grenzwert sein.
3. Die Stelle a muss beim Grenzwert nicht zum Definitionsbereich von f gehören.
4. Obige Definition entspricht der modernen Definition eines Grenzwertes. In älterer Literatur findet man noch die Definition des Grenzwertes, bei der Grenzwerte nur in Häufungspunkten a des Definitionsbereiches betrachtet werden, der Funktionswert $f(a)$, falls er existiert, bei der Grenzwertbildung jedoch nicht betrachtet wird.

Ein Vergleich beider Definitionen ergibt:

Satz 6.6.10. *Es seien $f : \mathrm{D}_f \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ und $a \in \mathrm{D}_f$. Die Funktion f ist an der Stelle a genau dann stetig, wenn $\lim_a f$ existiert.*

Folgerung 6.6.11. *Jede Funktion $f : \mathrm{D}_f \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ ist in isolierten Punkten a des Definitionsbereiches stets stetig.*

Beweis. Es seien $f : \mathrm{D}_f \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ und $a \in \mathrm{D}_f$ ein isolierter Punkt von D_f, es existiere also ein $\ > 0$ mit $K(a,\ ) \cap \mathrm{D}_f = \{a\}$. Wähle nun zu jedem $\varepsilon > 0$ einfach $\delta = \ $. Dann ist $x = a$ das einzige Element in D_f mit $x \in K(a,\delta)$, weswegen $f(x) \in K(f(a),\varepsilon)$ trivialerweise für jedes $\varepsilon > 0$ und jedes $x \in \mathrm{D}_f$ mit $x \in K(a,\delta)$ gilt. □

Bemerkung 6.6.12. Stetigkeits- und Grenzwertuntersuchung an Stellen im Definitionsbereich sind die gleiche Aufgabe.
Die Grenzwertuntersuchung an Stellen außerhalb des Definitionsbereich ist hingegen eine Stetigkeitsuntersuchung verschiedene Aufgabe und wird beispielsweise für die stetige Fortsetzung von Funktionen oder als Differentialquotient, siehe Abschnitt 7.1.2, benötigt.

Satz 6.6.13 (Stetige Fortsetzung)**.** *Es seien $f : \mathrm{D}_f \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ stetig und $a \in \mathbb{R}^n \setminus \mathrm{D}_f$ ein Häufungspunkt von D_f. Wenn der (endliche) Grenzwert $\lim\limits_a f$ existiert, dann ist die Funktion $g : \mathrm{D}_g \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ mit $\mathrm{D}_g = \mathrm{D}_f \cup \{a\}$ und $g(x) = f(x)$ für $x \in \mathrm{D}_f$, $g(a) = \lim\limits_a f$ stetig.*

6.6.4. Rechnen mit Grenzwerten

Satz 6.6.14 (Charakterisierung des Grenzwertes durch Folgen)**.**
Eine Funktion $f : \mathrm{D}_f \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ besitzt in $a \in \mathbb{R}^n$ den Grenzwert g genau dann, wenn für jede beliebige Folge $(x_k)_{k\in\mathbb{N}}$ in D_f mit $x_k \to a$ die Folge $(f(x_k))_{k\in\mathbb{N}}$ gegen g konvergiert,

$$\forall \text{ Folge } x : \mathbb{N} \to \mathrm{D}_f : \quad \lim_{k\to\infty} x_k = a \implies \lim_{k\to\infty} f(x_k) = g.$$

Satz 6.6.15 (Rechenregeln für Grenzwerte von Funktionen)**.** *Es seien* $f: \mathrm{D}_f \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, $g: \mathrm{D}_g \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ *und sei* a *ein Häufungspunkt von* $\mathrm{D}_f \cap \mathrm{D}_g$.
Wenn $\lim\limits_{a} f$ *und* $\lim\limits_{a} g$ *(als endliche Grenzwerte) existieren, dann gelten:*

- $\lim\limits_{x\to a} (f(x)+g(x)) = \lim\limits_{x\to a} f(x) + \lim\limits_{x\to a} g(x)$,
- $\lim\limits_{x\to a} (\alpha \cdot f(x)) = \alpha \cdot \lim\limits_{x\to a} f(x)$ für alle $\alpha \in \mathbb{R}$,
- $\lim\limits_{x\to a} (f(x)\cdot g(x)) = \left(\lim\limits_{x\to a} f(x)\right)\cdot\left(\lim\limits_{x\to a} g(x)\right)$ *für* $m = 1$,
- $\lim\limits_{x\to a} \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$ *für* $m = 1$*, falls* $\lim\limits_{x\to a} g(x) \neq 0$ *gilt.*

Satz 6.6.16 (Satz von den zwei Milizionären)**.** *Es seien* $f: \mathrm{D}_f \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $g: \mathrm{D}_g \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ *und* $h: \mathrm{D}_h \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ *mit* $\mathrm{D}_h \subseteq \mathrm{D}_f \cap \mathrm{D}_g$. *Wenn ein* $\varepsilon > 0$ *mit*

$$f(x) \le h(x) \le g(x) \qquad \text{für alle } x \in \mathrm{D}_h \cap K(a,\varepsilon)$$

existiert und $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = c$ *gilt, dann gilt auch* $\lim\limits_{x\to a} h(x) = c$.

Aus den Sätzen 6.6.15 und 6.6.10 ergibt sich der folgende Satz, der die Untersuchung der Stetigkeit bei zusammengesetzten Funktionen vereinfacht.

Satz 6.6.17. *Wenn* $f: \mathrm{D}_f \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ *und* $g: \mathrm{D}_g \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ *in* $a \subseteq \mathrm{D}_f \cap \mathrm{D}_g$ *stetig sind, dann gilt dies auch für* $f+g$, $\alpha \cdot f$ $(\alpha \in \mathbb{R})$ *und, wenn* $m = 1$ *gilt, für* $f \cdot g$*. Für* $m = 1$ *ist* $\frac{f}{g}$ *in* a*, wenn* $a \in \mathrm{D}_{\frac{f}{g}}$ *gilt.*
Wenn $f: \mathrm{D}_f \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ *stetig in* $a \in \mathrm{D}_f$ *ist und* $g: \mathrm{D}_g \subseteq \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^k$ *stetig in* $f(a) \in \mathrm{D}_g$ *ist, dann ist auch* $g \circ f$ *stetig in* a.

Nach den Sätzen 6.6.15 und 6.6.17 folgt:

Satz 6.6.18. *Für jedes Polynom* p *und jede Stelle* $a \in \mathbb{R}$ *gilt* $\lim\limits_{x\to a} p(x) = p(a)$.
Polynome und gebrochen-rationale Funktionen sind stetige Funktionen.

Beispiel 6.6.19. Es seien $f: \mathbb{R}\setminus\{2\} \to \mathbb{R}$ und

$$f(x) = \frac{x^2+x-6}{x-2}.$$

Da Zähler und Nenner in $a = 4$ definiert sind und nach den Sätzen 6.6.15 und 6.6.18 gilt

$$\lim_{x\to 4} f(x) = \lim_{x\to 4} \frac{x^2+x-6}{x-2} = \frac{\lim_{x\to 4}(x^2+x-6)}{\lim_{x\to 4}(x-2)} = \frac{14}{2} = 7.$$

Dagegen kann der Grenzwert $\lim_{x\to 2} f(x)$ nicht in ähnlicher Weise berechnet werden, da $\lim_{x\to 2}(x-2) = 0$ gilt. Es seien dazu nun $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine beliebige Folge in $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ mit $\lim_{n\to\infty} x_n = 2$. Wegen $x^2+x-6 = (x-2)(x+3)$ gilt dann

$$\lim_{n\to\infty} f(x_n) = \lim_{n\to\infty} \frac{(x_n-2)(x_n+3)}{x_n-2} = \lim_{n\to\infty}(x_n+3) = 5$$

und daher

$$\lim_{x\to 2} f(x) = 5\,.$$

Übungsaufgabe. Man setze $f : \mathrm{D}_f \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $\mathrm{D}_f = \mathbb{R}\setminus\{2\}$ und $f(x) = \frac{x^2+x-6}{x-2}$ für $x \in \mathrm{D}_f$ auf $\mathbb{R}$ stetig fort.

Lösung. Wir hatten schon $\lim_{x\to 2} f(x) = 5$ gezeigt. Daher ist die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = f(x)$ für $x \neq 2$ und $g(x) = 5$ für $x = 2$ die stetige Fortsetzung von f auf $\mathbb{R}$. Beachte, dass $g(x) = x+3$ für $x \in \mathbb{R}$.

Übungsaufgabe. Man berechne $\displaystyle\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^3+3x+5}{x^2-2x+1}\right)$.

Lösung. Es gilt

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^3+3x+5}{x^2-2x+1}\right) = \frac{\lim_{x\to 2}\, x^3+3x+5}{\lim_{x\to 2}\, x^2-2x+1} = \frac{19}{1}\,.$$

Beispiel 6.6.20. Die Funktion $f : \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$ und $f(x) = \sin(\frac{1}{x})$ besitzt keinen Grenzwert in 0: Es seien zum Beispiel $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $x_n = \frac{1}{(2n+\frac{1}{2})\pi}$ und $y_n = \frac{1}{(2n-\frac{1}{2})\pi}$. Dann gelten $\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} y_n = 0$, aber $f(x_n) = 1$ und $f(y_n) = -1$ für $n \in \mathbb{N}$ und daher

$$1 = \lim_{n\to\infty} f(x_n) \neq \lim_{n\to\infty} f(y_n) = -1\,.$$

Sie kann folglich nicht stetig in 0 und damit auf ganz $\mathbb{R}$ fortgesetzt werden.

Lemma 6.6.21. *Es gilt* $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \frac{1}{2}$.

Beweis. Es gilt nämlich

$$\frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \frac{\sqrt{x+1}^{\,2}-1^2}{x\cdot\left(\sqrt{x+1}+1\right)} = \frac{1}{\sqrt{x+1}+1}\,.$$

Aus $\lim_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+1}+1} = \frac{1}{2}$ folgt damit die Behauptung. □

Lemma 6.6.22. *Es gelten* $\displaystyle\lim_{z\to a}\exp(z) = \exp(a)$ *und* $\displaystyle\lim_{z\to a}\frac{\exp(z)-\exp(a)}{z-a} = \exp(a)$.

Beweis. Nach den Sätzen 6.5.6 und 6.6.14 folgt $\lim\limits_{z\to 0} \dfrac{\exp(z)-1}{z} = 1 = \exp(0)$ und insbesondere $\lim\limits_{z\to 0} \exp(z) = 1 = \exp(0)$. Damit folgen

$$\begin{aligned}\lim_{z\to a} \exp(z) &= \lim_{z\to a} (\exp(a)\cdot \exp(z-a)) = \exp(a)\cdot \lim_{z\to a} \exp(z-a) = \exp(a)\cdot \lim_{z\to 0} \exp(z)\\ &= \exp(a)\cdot 1 = \exp(a).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lim_{z\to a} \frac{\exp(z)-\exp(a)}{z-a} &= \lim_{z\to a} \frac{\exp(a)\cdot\exp(z-a)-\exp(a)}{z-a} = \exp(a)\cdot \lim_{z\to a} \frac{\exp(z-a)-1}{z-a}\\ &= \exp(a)\cdot \lim_{z\to 0} \frac{\exp(z)-1}{z} = \exp(a)\cdot 1 = \exp(a).\end{aligned}$$ □

Satz 6.6.23. *Die (reelle) Exponentialfunktion* exp *sowie die (reellen) Hyperbelfunktionen sind stetig.*

Beweis. Aus $\lim_{x\to a} \exp(x) = \exp(a)$ für alle $a \in \mathbb{R}$ (Lemma 6.6.22) und Satz 6.6.10 folgt die Stetigkeit der Exponentialfunktion. Mit Satz 6.6.17 folgt die Stetigkeit der Hyperbelfunktionen. □

Allgemein gilt:

Satz 6.6.24. *(Grenzfunktionen von) Potenzreihen sind stetig.*

Um Satz 6.6.17 leicht auf Funktionen mehrerer reeller Variabler anwenden zu können, benötigen wir noch die folgende Aussage:

Satz 6.6.25. *Die Projektionsabbildungen* $\pi_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ *mit* $\pi_i(x) = x^i$ *(i-te Koordinate von x) für* $x \in \mathbb{R}^n$ *und* $i \in \{1,\ldots,n\}$ *sind stetig.*

Beweis. Wir betrachten $\pi_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ für ein konkretes i. Es sei $\varepsilon > 0$ beliebig. Wir wählen $\delta = \varepsilon$. Aus $x \in K(a,\delta)$ folgt $|x^i - a^i| < \delta$, also $\pi_i(x) \in K(\pi_i(a),\varepsilon)$. □

Beispiel 6.6.26. Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = \sin(x^2 y)$ ist stetig:

Es gilt $f(x,y) = \sin(\pi_1(x,y)^2 \cdot \pi_2(x,y))$ für $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, also $f = \sin\circ(\pi_1\cdot\pi_1\cdot\pi_2)$ mit den stetigen Funktionen sin, π_1 und π_2.

6.6.5. Eingeschränkte und einseitige Grenzwerte

Definition 6.6.27. Es seien $f\colon \mathrm{D}_f \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, $R \subseteq \mathbb{R}^n$ und $a \in \mathbb{R}^n$ derart, dass a Häufungspunkt von $\mathrm{D}_f \cap R$ ist. Dann heißt

$$\lim_{x\to a,\, x\in R} f(x) = \lim_{a,R} f := \lim_{a} f\big|_R$$

Grenzwert von f an der Stelle a ***unter der Restriktion*** R.

Für $n = 1$ und $R = [a,\infty[$ bzw. $R = \,]-\infty, a]$ erhalten wir speziell:

Definition 6.6.28. Es seien $f\colon \mathrm{D}_f \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}^m$ und $a \in \mathbb{R}$. Wenn a Häufungspunkt von $\mathrm{D}_f \cap \exists$ $[a,\infty[$ ist, dann wird der ***rechtsseitige Grenzwert*** von f in a definiert als

$$\lim_{\downarrow a} f :=\exists \lim_{a,\,[a,\infty[} f \quad \Big(= \lim_{a} f\big|_{[a,\infty[}\Big)$$

und auch mit $\lim_{x\downarrow a} f(x)$, $\lim_{x\ \ a} f(x)$ oder $\lim_{x\to a+0} f(x)$ bezeichnet. Wenn a Häufungspunkt von $\mathrm{D}_f \cap\exists$ $]-\infty, a]$ ist, dann wird der ***linksseitige Grenzwert*** von f in a definiert als

$$\lim_{\uparrow a} f :=\exists \lim_{a,\,]-\infty,a]} f \quad \Big(= \lim_{a} f\big|_{]-\infty,a]}\Big)$$

und auch mit $\lim_{x\uparrow a} f(x)$, $\lim_{x\ \ a} f(x)$ oder $\lim_{x\to a-0} f(x)$ bezeichnet.

Wir betrachten zuerst Funktionen einer reellen Variablen.

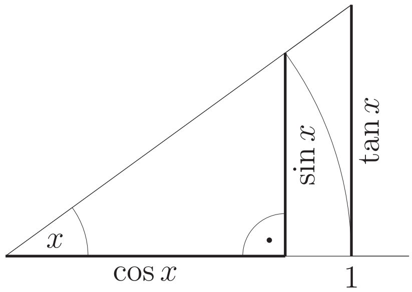
Satz 6.6.29. *Es seien $f\colon \mathrm{D}_f \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}^m$ und a Häufungspunkt von $\mathrm{D}_f \cap [a,\infty[$ und von $\mathrm{D}_f \cap\,]-\infty, a]$. Dann existiert der Grenzwert von f in a genau dann, wenn linksseitiger und rechtsseitiger Grenzwert von f in a existieren und gleich sind.*
Wenn der Grenzwert existiert, dann gilt

$$\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\uparrow a} f(x) = \lim_{x\downarrow a} f(x)\,.$$

Lemma 6.6.30. *Es gelten*

$$\lim_{0} \sin = 0\,, \quad \lim_{0} \cos = 1\,, \quad \lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1 =\exists \lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin(x)}\,.$$

Beweis. Aus der Skizze



lesen wir für die ersten beiden Grenzwerte zumindest die rechtsseitigen Grenzwerte

$$\lim_{\downarrow 0} \sin = 0, \quad \lim_{\downarrow 0} \cos = 1$$

ab. Mit der entsprechenden angepassten Skizze ergibt sich die Aussage auch für die linksseitigen Grenzwerte

$$\lim_{\uparrow 0} \sin = 0, \quad \lim_{\uparrow 0} \cos = 1$$

und mit Satz 6.6.29 schließlich $\lim_{0} \sin = 0$, $\lim_{0} \cos = 0$.

Nach Regel (iv) von Satz 6.6.15 gilt daher auch $\lim_{0} \frac{1}{\cos} = 1$. Durch Betrachtung der Flächeninhalte ergibt sich für $x \in \,]0, \frac{\pi}{2}[$ die Ungleichung

$$\frac{1}{2} \cdot \sin(x) \cdot \cos(x) \leq \frac{x}{2\pi} \cdot \pi \leq \frac{1}{2} \tan(x)$$

und daher

$$\cos(x) \leq \frac{x}{\sin(x)} \leq \frac{1}{\cos(x)} .$$

Mit Satz 6.6.16 schließen wir aus $\lim_{0} \cos = 1$ und $\lim_{0} \frac{1}{\cos} = 1$ auf $\lim_{x\downarrow 0} \frac{x}{\sin(x)} = 1$ als rechtsseitige Grenzwerte. Mit den entsprechenden Überlegungen folgt auch $\lim_{x\uparrow 0} \frac{x}{\sin(x)} = 1$ und mit den Satz 6.6.29 und Regel (iv) von Satz 6.6.15 schließlich $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1 = \lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin(x)}$. □

Satz 6.6.31. *Die trigonometrischen Funktionen sind stetig.*

Beweis. Nach Lemma 6.6.30 und den Additionstheoremen folgt

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to a} \sin(x) &= \lim_{h\to 0} \sin(a+h) = \lim_{h\to 0} (\sin(a)\cos(h) + \cos(a)\sin(h)) \\
&= \sin(a) \cdot \lim_{h\to 0} \cos(h) + \cos(a) \cdot \lim_{h\to 0} \sin(h) = \sin(a), \\
\lim_{x\to a} \cos(x) &= \lim_{h\to 0} \cos(a+h) = \lim_{h\to 0} (\cos(a)\cos(h) - \sin(a)\sin(h)) \\
&= \cos(a) \cdot \lim_{h\to 0} \cos(h) - \sin(a) \cdot \lim_{h\to 0} \sin(h) = \cos(a).
\end{aligned}$$