



Manfred Rübner

Silke Scheerer · Ulrich van Stipriaan (Herausgeber)

Festschrift
zu Ehren von
Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h.
Manfred Curbach

Dresden, 28. September 2016

Impressum

Herausgeber	Silke Scheerer, Ulrich van Stipriaan	
Redaktion	Silke Scheerer	
Autorenfotos	<i>Fotostudio Jünger</i>	<i>S. 124 oben</i>
	<i>Edvard Krikourian</i>	<i>S. 124 unten rechts</i>
	<i>Kirsten J. Lassig</i>	<i>S. 12</i>
	<i>Bertram Lubiger</i>	<i>S. 192</i>
	<i>Juri Paulischkis</i>	<i>S. 104</i>
	<i>A. T. Schaefer, Stuttgart</i>	<i>S. 62</i>
	<i>Sylke Scholz, Dresden</i>	<i>S. 256</i>
	<i>Ulrich van Stipriaan</i>	<i>S. 80, 90, 104, 124 Mitte rechts, 146, 150, 152, 160, 216, 228, 234 Mitte links und unten links/rechts, 292, 320</i>
	<i>Nic Vermeulen</i>	<i>S. 280</i>
	<i>Irina Westermann</i>	<i>S. 42 oben</i>
	<i>Von Autoren zur Verfügung gestellt: S. 16, 24, 42 unten, 124 (2x), 178, 234 (3x)</i>	
Layout, Satz	Ulrich van Stipriaan	
Titelbild	Ulrich van Stipriaan	
Korrektur	Birgit Beckmann, Angela Heller	
Druck	addprint AG, Bannewitz	

Redaktionsschluss für dieses Buch war der 28. August 2016.

Inhalt

<i>Silke Scheerer, Ulrich van Stipriaan und Wolfgang Leiberg</i> Zum Geleit	8
Teil I – Texte zum Kolloquium	11
<i>Hans Müller-Steinhagen</i> Grußwort	12
<i>Harald Budelmann</i> Laudatio	16
<i>Konrad Bergmeister</i> Weniger ist manchmal mehr – ein Beitrag zur Mindestbewehrung	24
<i>Harald S. Müller und Michael Haist</i> Opus Caementitium Optimum – Der nachhaltige Beton des 21. Jahrhunderts	42
<i>Werner Sobek</i> Über die Gestaltung der Bauteilinnenräume	62
Teil II – Weitere Beiträge	79
<i>Thomas Bösche</i> Mehr Mut im Ingenieurbau.....	80
<i>Harald Budelmann und Sven Lehmborg</i> Von der Küchenarbeitsplatte zum leichten Tragwerk – Was kann ultrahochfester faserverstärkter Feinkornbeton?	90

<i>Luna Manolia Daga und Udo Wiens</i>	
Mehr als nur schwarze Buchstaben auf weißem Papier – Ein Essay	104
<i>Ulrich Häußler-Combe</i>	
Aspekte der Modellierung von Stahlbetontragwerken	108
<i>Josef Hegger, Norbert Will, Rostislav Chudoba, Alexander Scholzen und Jan Bielak</i>	
Bemessungsmodelle für Bauteile aus Textilbeton	124
<i>Frank Jesse</i>	
Über die Länge der Leine	146
<i>Peter Mark</i>	
Mit Leichtigkeit	150
<i>Steffen Marx</i>	
Gute Lehre im Konstruktiven Ingenieurbau	152
<i>Viktor Mechtcherine</i>	
Hochduktiler Beton – eine Konkurrenz zu Textilbeton?	160
<i>Karl Morgen</i>	
Deutschlands größte Kamera	178
<i>Peter Offermann</i>	
Wie alles begann	188
<i>Dirk Proske</i>	
Ist die Energiewende ein technischer Hype?	192
<i>Mike Schlaich</i>	
Die Hommage als Quelle der Inspiration	216

<i>Jürgen Schnell</i>	
Fashion Statement	228
<i>Mario Smarslik, Christoph Kämper, Patrick Forman, Tobias Stallmann, Peter Mark und Jürgen Schnell</i>	
Topologische Optimierung von Betonstrukturen	234
<i>Jürgen Stritzke</i>	
Leipziger Großmarkthalle – ein „Historisches Wahrzeichen der Ingenieurbaukunst in Deutschland“	256
<i>Luc Taerwe</i>	
Self-anchored suspension bridges with prestressed concrete deck: historic examples	280
Teil III – Institut für Massivbau	291
<i>Silke Scheerer (Text) · Ulrich van Stipriaan (Fotos)</i>	
Massivbau an der TU Dresden gestern und heute	292
<i>Angela Schmidt</i>	
Die eingeschlichenen Fehler	320
<i>Manfred Curbach</i>	
Habilitation / Promotionen	326
<i>Ulrich van Stipriaan (Fotos)</i>	
Institut für Massivbau Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter	330

Teil II
Weitere Beiträge



Mario Smarslik, Christoph Kämper, Patrick Forman, Tobias Stallmann, Peter Mark und Jürgen Schnell

Topologische Optimierung von Betonstrukturen

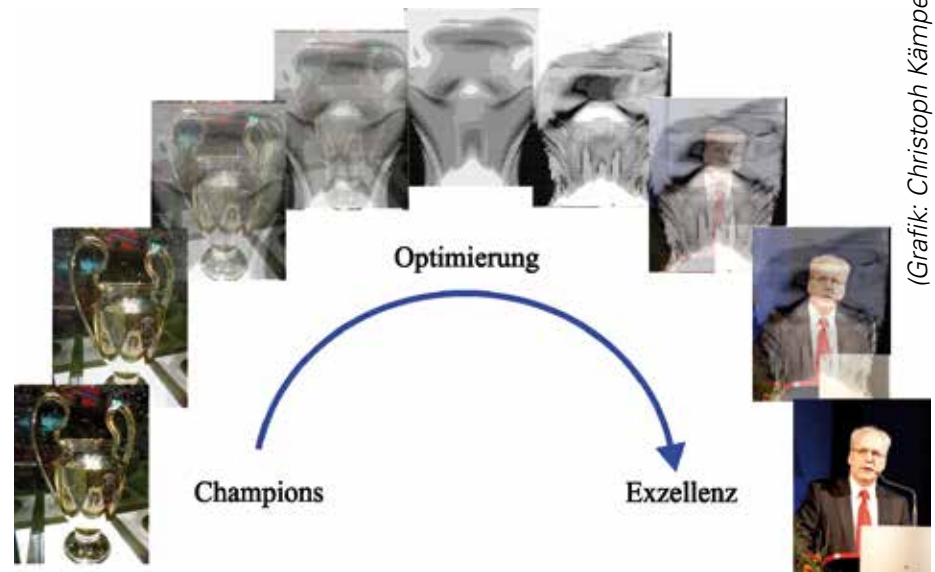
Autorenteam von den Universitäten Bochum und Kaiserslautern:*

*Dipl.-Ing. Mario Smarslik
Christoph Kämper, M. Sc.
Dipl.-Ing. Patrick Forman
Dipl.-Ing. Tobias Stallmann*
Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Mark
Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schnell**

Dieser Beitrag wurde angeregt durch Arbeiten, die ohne das DFG-Schwerpunktprogramm 1542 „Leicht Bauen mit Beton“ nicht entstanden wären. *Leicht Bauen* und *form follows force* sind Leitthemen, die Manfred Curbach für den Massivbau in Deutschland nachhaltig gesetzt hat. Das von ihm initiierte Schwerpunktprogramm ist nur ein Beleg dafür, dass er über seine Universität in Dresden hinaus entscheidende Impulse gibt und erkennbar selbstlos Freude daraus zieht, auch Fachkollegen und junge Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler

von seinen vielen motivierenden Ideen und Initiativen profitieren zu lassen.

Die Autoren dieses Beitrages gratulieren dem Jubilar in Dankbarkeit.



(Grafik: Christoph Kämper)

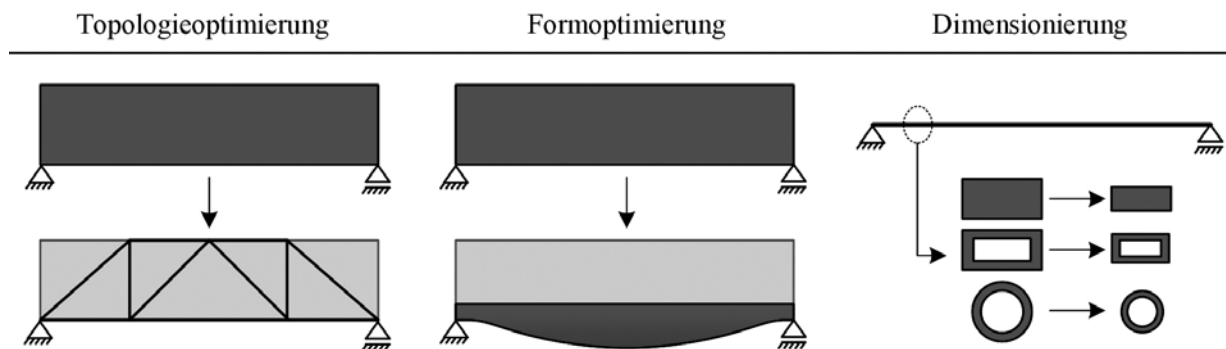


Bild 1
Teilgebiete der
Strukturoptimierung
(Grafik: Patrick Forman)

1 Motivation

In nahezu allen Ingenieurdisziplinen ist es die Aufgabe des Planers, grundlegende wissenschaftliche Erkenntnisse und den geltenden Stand der Technik so anzuwenden, dass am Ende eines jeden Entwicklungsprozesses eine möglichst praktikable und wirtschaftlich sowie technisch sinnvolle Lösung steht. Der planende Ingenieur versucht, unter den ihm vorgegebenen Randbedingungen die optimale Konstruktion zu entwerfen. Um diese Lösung, welche als Optimum bezeichnet werden kann, zu erreichen, bedarf es in den meisten Fällen eines iterativen Prozesses sowie einer Mischung aus Erfahrung und Intuition. Der Ingenieur kann dabei auf eine Fülle von Entwicklungswerkzeugen zurückgreifen, die ihn bei der Lösungsfindung unterstützen. Allgemeine Optimierungsmethoden – für die technische Anwendung insbesondere die Strukturoptimierung – können dabei eines der mächtigsten und umfangreichsten Hilfsmittel darstellen [1], [2]. Die Strukturoptimierung

ermöglicht dabei eine Optimierung der inneren und äußeren Struktur eines Bauteils und lässt sich daher in drei große Teilgebiete unterteilen. Die Topologieoptimierung wird dazu genutzt, eine optimale Materialverteilung innerhalb eines vorgegebenen Entwurfsraumes zu finden, die Formoptimierung, um die äußere Gestalt des Bauteils zu verfeinern, und die Dimensionierung, um durch Topologie- und Formoptimierung entstandene Strukturen hinsichtlich ihrer Tragfähigkeit durch eine geeignete Querschnittswahl bestmöglich auszunutzen.

Jedes dieser Teilgebiete kann separat zur Verbesserung eines Entwurfs angewendet werden. Am wirkungsvollsten jedoch ist eine konsekutive Anwendung aller drei Methoden. Die Autoren möchten sich im Rahmen dieser Veröffentlichung aufgrund des Umfangs jedoch ausschließlich auf die Methode der Topologieoptimierung beschränken, und zwar konkret in ihrer Nutzung für frei form- und bewehrbar Betonkonstruktionen.

2 Bedeutung der Topologieoptimierung im Bauwesen

Auch wenn die theoretischen Betrachtungen der Topologieoptimierung mit Fokus auf einer effektiven Methodik in den vergangenen Jahren und Jahrzehnten beachtliche Fortschritte hervorgebracht haben und deren Anwendung in unterschiedlichen Industriezweigen bereits als gängiges digitales Entwicklungstool akzeptiert ist [1], so ist ihr Potenzial im Bauingenieurwesen weitgehend ungenutzt. Dabei kann die Topologieoptimierung gleich in mehreren Planungsphasen entscheidend zur Verbesserung des Tragverhaltens eingesetzt werden.

Insbesondere während der Vorplanung und des Entwurfs ist es möglich, globale Tragsysteme zu identifizieren, welche einen hinsichtlich des Materialeinsatzes verbesserten Lastabtrag ermöglichen (s. Abschn. 3.2). Die so entstehenden Tragsysteme zeichnen sich in erster Linie durch ihre am Kraftfluss orientierte Gestalt aus. Die effizientere Nutzung von Baumaterialien hat dabei nicht nur einen direkten positiven Nutzen – geringere Menge der verwendeten Materialien und somit auch damit verbundene geringere Kosten –, sondern wirkt sich auch indirekt positiv auf die Bauzeit und Nachhaltigkeit eines Projektes aus. Geringeres Bauteilgewicht führt zu einer Reduktion des Energiebedarfs für Herstellung und Transport und ermöglicht gleichzeitig eine bessere Handhabung beim Einbau.

Neben der globalen Anwendung kann auch auf Bauteilebene, also bei lokalen Betrachtungen, ein verbessertes Bauteilverhalten erzielt werden. Hier steht im Stahlbetonbau die gezielte Ausnutzung der spezifischen Materialeigenschaften von Beton und Stahl im Fokus. Vor allem bei der Betrachtung von Diskontinuitätsbereichen wird dem planenden Ingenieur ein hohes Maß an Erfahrung und ein gewisses Gefühl für den inneren Kraftfluss abverlangt, um geeignete Fachwerke zu eruiieren und diese in effiziente und gleichzeitig praktikable Bewehrungskonzepte zu überführen. Eine Topologiefindung kann hier die Arbeit deutlich erleichtern (s. Abschn. 3.3).

3 Grundlagen der Topologieoptimierung

3.1 Einführung

Mit Hilfe der Topologieoptimierung können Lage und Anordnung von Strukturelementen innerhalb eines vorgegebenen Entwurfsraumes Ω bestimmt werden, um das Bauteilverhalten gewünscht zu beeinflussen. Aufgrund der Möglichkeit, Material frei innerhalb dieses Entwurfsraumes zu verteilen, kommt die Topologieoptimierung erfahrungsgemäß in einem frühen Stadium des Entwurfsprozesses zur Anwendung.

Als Ursprung gelten die grundlegenden Untersuchungen von Michell, der die Anordnung von Stäben im Sinne des Abtrages von Zug- und Druckkräften

untersuchte und die sogenannten Michell-Strukturen hervorbrachte [3]. Im weiteren Verlauf befassten sich eine Reihe von Wissenschaftlern mit der analytischen [4] sowie mit der auf einer diskreten Grundstruktur basierenden [5], [6] Optimierung von Stabwerken.

Erst mit Einführung der Homogenisierungsmethode durch Bendsøe und Kikuchi im Jahr 1988 [7] gelang die Übertragung auf Kontinuumselemente. Dieser Übergang sowie die stetige Weiterentwicklung von Computern und die damit einhergehenden höheren Rechenleistungen legten den Grundstein für eine neue Popularität der Topologieoptimierung. Seither entwickelte sich die Methode in viele unterschiedliche Richtungen, welche den Rahmen dieser Veröffentlichung sprengen würden. Dem Leser wird zwecks Übersicht die Literatur von Bendsøe/Sigmund [8], Sigmund/Maute [9] und Rozvany [10], [11] empfohlen.

Der aktuell wohl am weitesten verbreitete Optimierungsansatz [10] basiert auf der SIMP-Methode [11], [12], [13]. Die Bezeichnung SIMP steht dabei für *Solid Isotropic Material with Penaltization*. Es handelt sich hierbei um einen auf der Finiten-Elemente-Methode basierenden Ansatz. Eine grundlegende Annahme bei der Anwendung ist, dass den Berechnungen linear-elastische, isotrope Materialeigenschaften im Entwurfsraum Ω zugrunde gelegt werden.

Um den inneren Kraftfluss sinnvoll einzustellen, eignet sich als Zielfunktion die Minimierung der

mittleren Nachgiebigkeit c , also die Maximierung der Steifigkeit. Die globale mittlere Nachgiebigkeit c entspricht dabei der doppelten äußeren Arbeit und gemäß dem Energieerhaltungssatz auch der doppelten inneren Arbeit [2]:

$$\delta W_{\text{int}} = \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}^T \delta \boldsymbol{\varepsilon} \, d\Omega$$

$$\delta W_{\text{ext}} = \int_{\Gamma} \mathbf{t}^T \delta \mathbf{u} \, dA + \int_{\Omega} \mathbf{f}^T \delta \mathbf{u} \, d\Omega$$

$$\delta \mathbf{u} = 0 \text{ auf } \Gamma_u$$

$$c = \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}^T \delta \boldsymbol{\varepsilon} \, d\Omega = \sum_{i=1}^n \mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{K}_i \cdot \mathbf{u}_i = \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{u}$$

Als Restriktion wird häufig die Reduktion des zur Verfügung stehenden Materials auf einen vorgegebenen Wert definiert. Entwurfsvariable bei diesem Optimierungsproblem ist dabei eine sogenannte Pseudodichte ρ mit $0 < \rho \leq 1$. Jedes Element i im Entwurfsraum hat seine eigene Pseudodichte ρ_i , was im Vergleich zu anderen mathematischen Optimierungsproblemen zu einer sehr hohen Anzahl an Entwurfsvariablen führt. Im Ausgangszustand besitzen alle Elemente die gleiche oder eine frei gewählte Pseudodichte. Aufgabe der Optimierung ist nun die Umverteilung des zur Verfügung stehenden Materials unter Berücksichtigung der Zielfunktion (Minimierung der Nachgiebigkeit) und der

Restriktionen (Materialreduktion). Es handelt sich dabei um einen iterativen Prozess mit dem Ziel, das Material so zu verteilen, dass möglichst ausschließlich Elemente mit den Pseudodichten 1 oder 0 verbleiben. Dabei entspricht $\rho_i = 1$ einem Element mit Material, $\rho_i = 0$ einem Element ohne Material. Auf diese Weise ergeben sich fachwerk- oder bogenartige Strukturen, welche den Kraftfluss innerhalb des gewählten Entwurfsraumes visualisieren und somit eine optimale Materialverteilung andeuten. Ein Beispiel hierfür zeigt Bild 2.

Das Optimierungsproblem stellt sich mathematisch wie folgt dar [12]:

$$\begin{aligned} \rho^{\min}: c(\rho_i) &= \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} \\ &= \sum_{i=1}^n E_i(\rho_i) \cdot \mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{K}_{i,0} \cdot \mathbf{u}_i \quad \} \text{ Zielfunktion} \end{aligned}$$

$$\text{mit: } \left. \begin{aligned} \frac{V(\rho)}{V_0} &= \omega \\ \mathbf{K}(\rho) \cdot \mathbf{u} &= \mathbf{f} \\ 0 < \rho_i &\leq 1 \end{aligned} \right\} \text{ Restriktionen}$$

mit:

- c mittlere Nachgiebigkeit
- ρ_i Entwurfsvariable (Pseudodichte)
- \mathbf{u} globaler Verschiebungsvektor
- \mathbf{u}_i Elementverschiebungsvektor
- \mathbf{K} Systemsteifigkeitsmatrix

- $\mathbf{K}_{i,0}$ Elementsteifigkeitsmatrix für $E_i = 1$
- E_i Element-E-Modul
- n Anzahl der Elemente i
- $V(\rho_i)$ Materialvolumen im Iterationsschritt
- V Materialvolumen Entwurfsraum
- ω Reduktionsfaktor Material
- \mathbf{f} globaler Kraftvektor

Der E-Modul E_i eines Elements wird bestimmt durch die Größe der Entwurfsvariablen ρ_i :

$$E_i(\rho_i) = E_{\min} + \rho_i^\eta \cdot (E_0 - E_{\min})$$

Hierbei bezeichnet E_0 den E-Modul des verwendeten Materials, E_{\min} einen numerisch motivierten Wert ($\sim 10^{-6}$) zur Vermeidung von Singularitäten und η einen Strafparameter (*Penalization*). Mit jedem Iterationsschritt des Optimierungsalgorithmus werden die Materialdichten umverteilt (Bild 2). Der Straffaktor η im Exponenten dient dazu, die einzelnen Elemente schneller in Richtung eines 0-1-Designs zu führen und schwer interpretierbare Zwischenwerte (Gradierungen) zu vermeiden. Bewährt hat sich $\eta = 3$ [12], [13].

Als Optimierungsalgorithmus wird in den meisten Fällen die sogenannte *Optimality Criteria Method* (OC-Methode) [12] oder die *Method of Moving Asymptotes* (MMA-Methode) [14], [15] genutzt. Beide Algorithmen sind den Verfahren erster Ordnung zuzuordnen und benötigen die 1. Ableitung der Zielfunktion und der Restriktionen nach den

Entwurfsvariablen, um die Umverteilung des Materials zu steuern. Diese Ableitungen der Zielfunktion und der Restriktionen entsprechen den Sensitivitäten [12]:

$$\frac{\partial c}{\partial \rho_i} = -\eta \cdot \rho_i^{\eta-1} \cdot (E_0 - E_{\min}) \cdot u_i^T \cdot k_0 \cdot u_i \quad ; \quad \frac{\partial V}{\partial \rho_i} = 1$$

Um dem Algorithmus die nötige numerische Stabilität zu geben und fehlerhafte Lösungen, wie z. B. *Checkerboard*-Muster, zu vermeiden, ist oft die Verwendung von Filtern notwendig, worauf hier nicht näher eingegangen wird. Für eine detaillierte Beschreibung möglicher Filtermethoden siehe [12], [16], [17]. Zu beachten ist, dass die Optimierung in der Regel für einen einzelnen dominanten Lastfall erfolgt. Multiple Lastfälle oder Unschärfen können durch Superposition der Einzellastfälle oder stochastische Verfahren berücksichtigt werden und haben i. d. R. zusätzliche bzw. verstärkte Tragelemente zur Folge.

3.2 Globale Formfindung

Die Möglichkeiten einer globalen Formfindung lassen sich günstig am Beispiel des Brückenbaus demonstrieren. Als klassisches Teilgebiet des Ingenieurbaus zeichnet sich besonders der Brückenbau durch den Leitsatz *form follows function* aus. Von daher steht die Funktionalität des Bauwerks im Vordergrund, nämlich die Überwindungen von natürlichen oder künstlich erschaffenen Hinder-

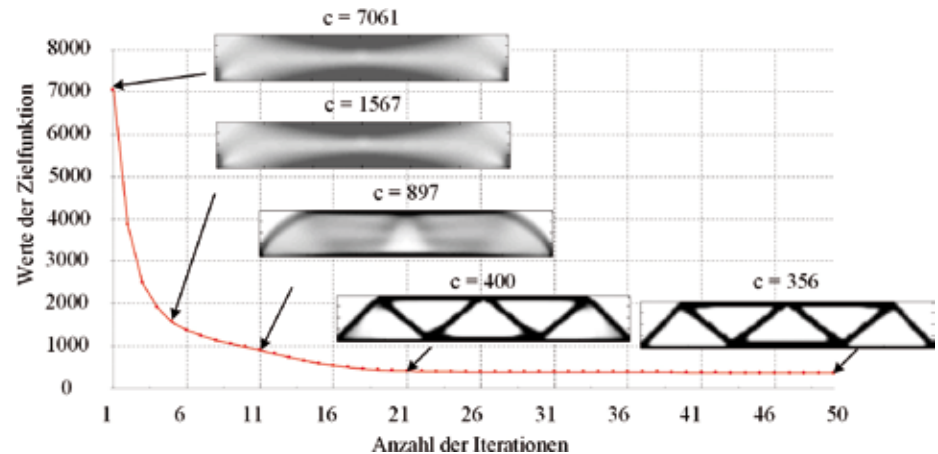


Bild 2
Konvergenz der Zielfunktion
(Grafik: Mario Smarslik)

nissen unter vorgegebenen Randbedingungen. Zu Letzteren zählen im Wesentlichen geometrische und statische Randbedingungen, wie zum Beispiel die mögliche oder gewünschte Anordnung der Lager, freizuhalten Lichtraumprofile oder eine Limitierung der Überbauhöhe. Bild 3 zeigt dazu zwei Beispiele von Pylonen, die im Wesentlichen einer Hauptlastrichtung ausgesetzt sind. Bild 4 greift typische Längssysteme von Brücken unter der vertikalen Leiteinwirkung auf.

Bei den Pylonen in Bild 3 wird als immaterieller Bereich das freizuhalten Lichtraumprofil für die Fahrbahn definiert.

Bei der Betrachtung der Brückenlängssysteme in Bild 4 wird ein Lichtraumprofil unterhalb der Brücke als immaterieller Bereich und die Fahrbahn selbst

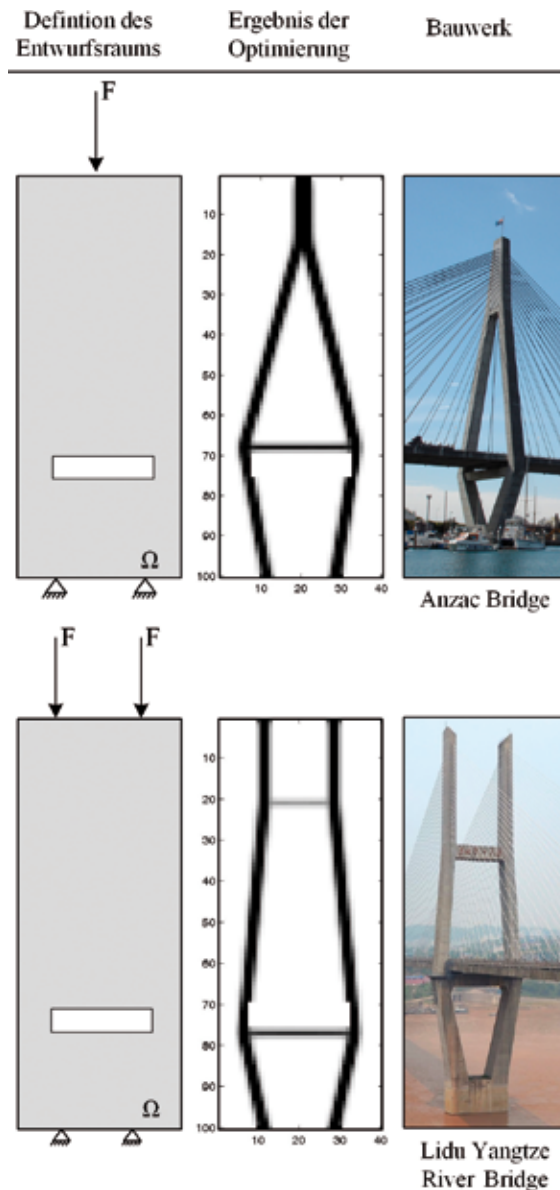


Bild 3
 Globale Formfindung
 bei Pylonen
 (Grafik: Mario Smarslik,
 Foto Anzac Bridge: [18],
 Foto Lidu Yangtse River
 Bridge: [19])

als fester materieller Bereich über die gesamte Entwurfsraumbreite angenommen. Diesen Definitionen folgend ist es nun das Ziel, ein Tragsystem mit möglichst hoher Steifigkeit zu finden und dabei das zu verwendende Material auf hier vorgewählte 20 % des ursprünglichen Entwurfsraumes zu begrenzen. Es ergeben sich bekannte Tragsysteme, welche an bestehende Bauwerke erinnern, und es wird deutlich, dass Ingenieure intuitiv zu Brücken- und Pfeilerkonstruktionen gelangt sind, welche den mathematisch belegbar optimalen Strukturen ähneln.

3.3 Bewehrungsführung und innerer Kraftfluss

Auf lokaler Ebene hat sich bei der Behandlung von Diskontinuitätsbereichen die Anwendung von Fachwerkmodellen etabliert [18]. Dabei stellt die Ableitung eines geeigneten Fachwerkmodells die eigentliche Herausforderung dar, bei welcher die Topologieoptimierung als sinnvolles Hilfsmittel eingesetzt werden kann, nachfolgend anhand eines bekannten Beispiels, eines Auflagerpunkts eines ausgeklinkten Trägers, verdeutlicht. Wie bei der globalen Betrachtung werden der Entwurfsraum Ω diskretisiert und Auflagerbedingungen und Belastung definiert, Bild 5. Ziel ist auch hier die Maximierung der Steifigkeit unter Berücksichtigung einer 80%igen Volumenreduktion. Gut zu erkennen ist im Ergebnis die klare Ausbildung von Zug- und Druckstreben in den Spannungsanalysen des ver-

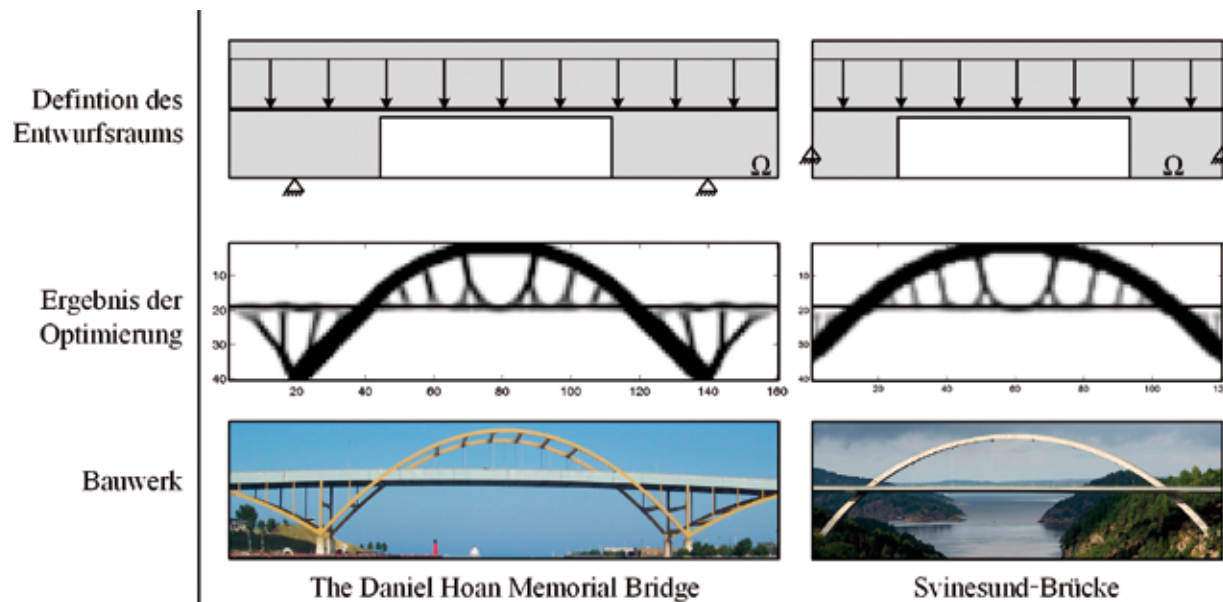


Bild 4
Globale Formfindung
für Brückentragwerke
(Grafik: Mario Smarslik,
Fotos: Daniel Hoan
Memorial Bridge: [20],
Svinesund-Brücke: [21])

teilten Materials, welche sich direkt in ein Fachwerkmodell bzw. ein passendes Bewehrungskonzept überführen lassen.

3.4 Kombination von Einzellastfällen

Bei der bisherigen Formulierung des Optimierungsziels wird stets ein einziger Lastfall betrachtet, in dem alle Einwirkungen zusammengefasst werden. Als Zielfunktion $f(x)$ wird dabei die mittlere Nachgiebigkeit c bei gleichzeitiger Wirkung aller Lasten minimiert. Die Pseudodichteverteilung ergibt sich somit für einen speziellen Lastfall. Bei üblicher Situation mehrerer maßgebender Lastfallkombinationen

bietet es sich jedoch an, mehrere Lastfälle zu berücksichtigen, die entweder gleichzeitig oder einzeln wirken können. Dafür sind mehrere Zielfunktionen zu bestimmen, sodass daraus eine Mehrzieloptimierung mit Zielfunktionen $f_1, f_2 \dots f_n$ entsteht [2]. Zur Lösung mehrzieliger Aufgaben wird eine globale Zielfunktion $f(x)$ als Summe aller gewichteter Einzellastfunktionen $f_k(x)$ definiert mit:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^n w_k \cdot f_k(\mathbf{x})$$

Jeder einzelnen Zielfunktion f_k wird in Abhängigkeit der Anzahl an Lastfällen n ein eigener Wichtigkeitsfaktor w_k zugewiesen, sodass Zielfunktionen,

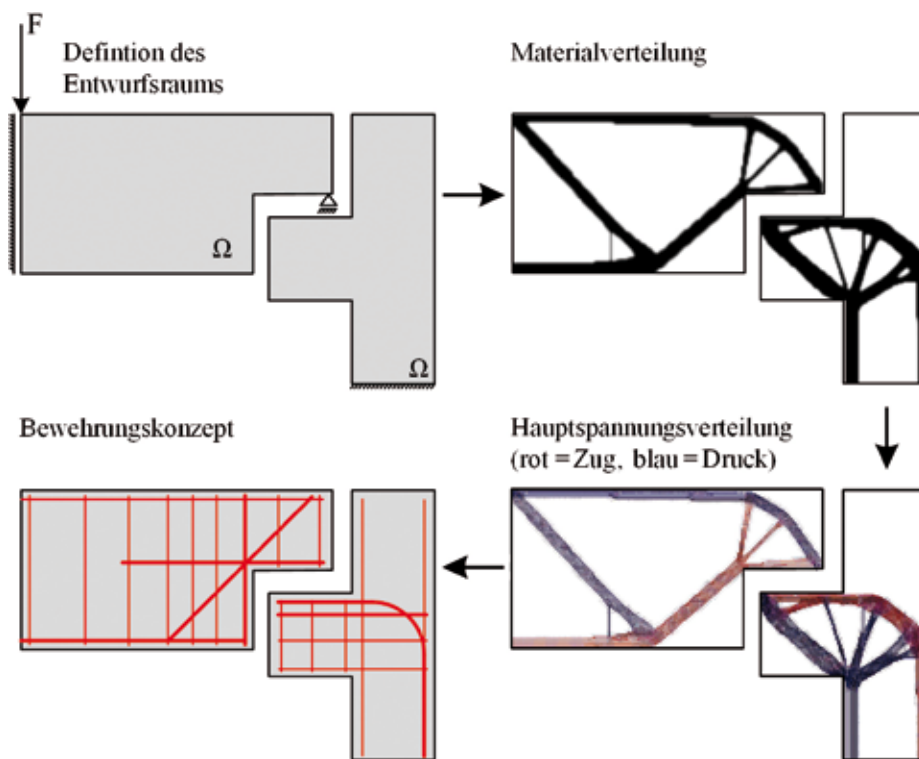


Bild 5
Bewehrungskonzeption
eines Auflagerpunktes
(Grafik: Mario Smarslik)

die einen höheren Anteil an der Summe der globalen Zielfunktion besitzen sollen, entsprechend differenziert bewertet sind. Somit wird eine gewichtete Summe der doppelten inneren Arbeit δW_{int} bzw. der mittleren Nachgiebigkeit c_k der Einzellastfälle minimiert [8]:

$$c = \sum_{k=1}^n w_k \cdot \mathbf{u}_k^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{u}_k = \sum_{k=1}^n w_k \cdot c_k$$

Bild 6 zeigt die sich unterschiedlich ausbildenden Materialverteilungen exemplarisch an zwei verschiedenen statischen Systemen, belastet durch je zwei Einzellasten, die in Form eines gemeinsamen Lastfalls (mittig) und in zwei separaten Lastfällen (rechts) mit gleichen Wichtungsfaktoren $w_1 = w_2 = 1$ definiert sind. Auf diese Weise entstehen robuste Systeme, also solche mit einer gewissen Unempfindlichkeit gegen vorhandene Unschärfen. Während im ersten Fall beide Kräfte wirken müssen – nur dann ist das erzielte System stabil – können im zweiten Fall auch beide Kräfte separat voneinander und mit unterschiedlichen Faktoren einwirken.

4 Optimierung mit spannungsabhängigen Wichtungsfaktoren

Für baupraktische Belange ist oft eine Erweiterung der Formfindung sinnvoll, in welcher eine Unterscheidung zwischen Zug- und Druckspannungen möglich ist, um die beiden im Bauwesen vorwiegend verwendeten Baustoffe Stahl und Beton adäquat berücksichtigen zu können. Ziel ist die Ermittlung von Strukturen, die vorwiegend aus druckbeanspruchten bzw. zugbeanspruchten Elementen bestehen. So kann schon während der Entwurfsphase ein materialgesteuert optimiertes Tragwerk gefunden werden. Soll ein Betonbauwerk erstellt werden, sind druckdominante Tragwerke vorzuziehen, bei zugdominanten Tragwerken der Stahl.

Der ursprüngliche Ansatz der Optimierung [12], [13] kann hierfür wie folgt modifiziert werden.

Während eines jeden Iterationsschrittes wird im Rahmen einer Spannungsanalyse der Scheibenelemente die in einem Element dominante Hauptspannung bestimmt:

$$\sigma_i = D_i \cdot (B \cdot u_i)$$

mit:

$$D_i = \frac{E_i}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix}$$

$$B = \frac{1}{2 \cdot L} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Aus den so ermittelten Spannungen werden die Hauptspannungen auf bekannte Weise ermittelt:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Ist die dominante Hauptspannung eine Druckspannung ($\text{sgn}(\sigma_i) = -1$), bietet sich eine Nutzung von Beton an, bei einer dominanten Hauptzugspannung ($\text{sgn}(\sigma_i) = 1$) Stahl. Um den Algorithmus

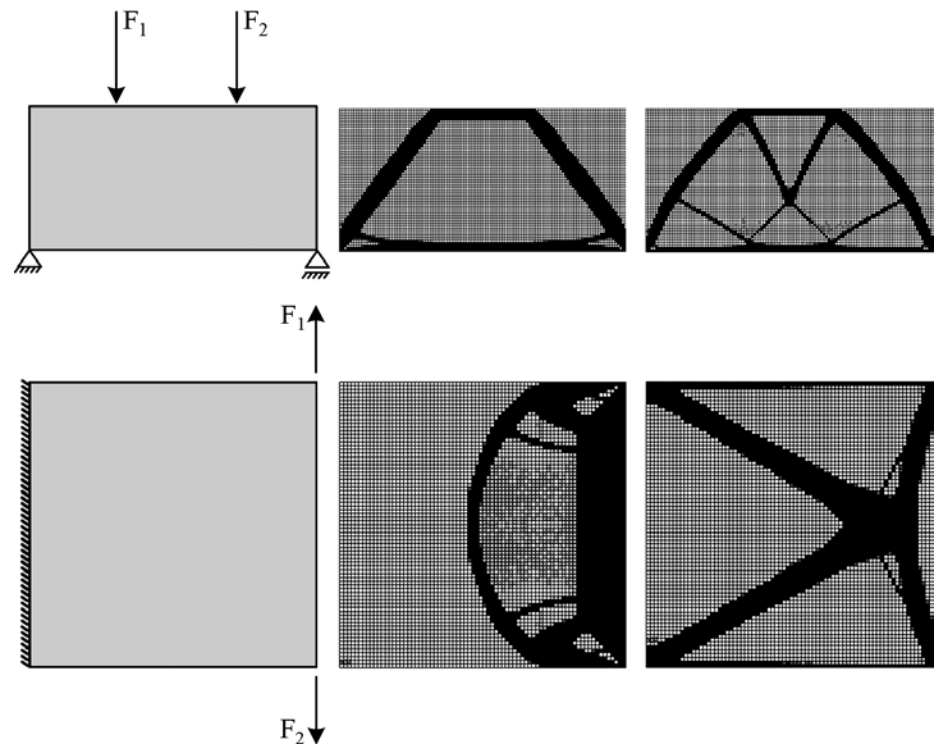
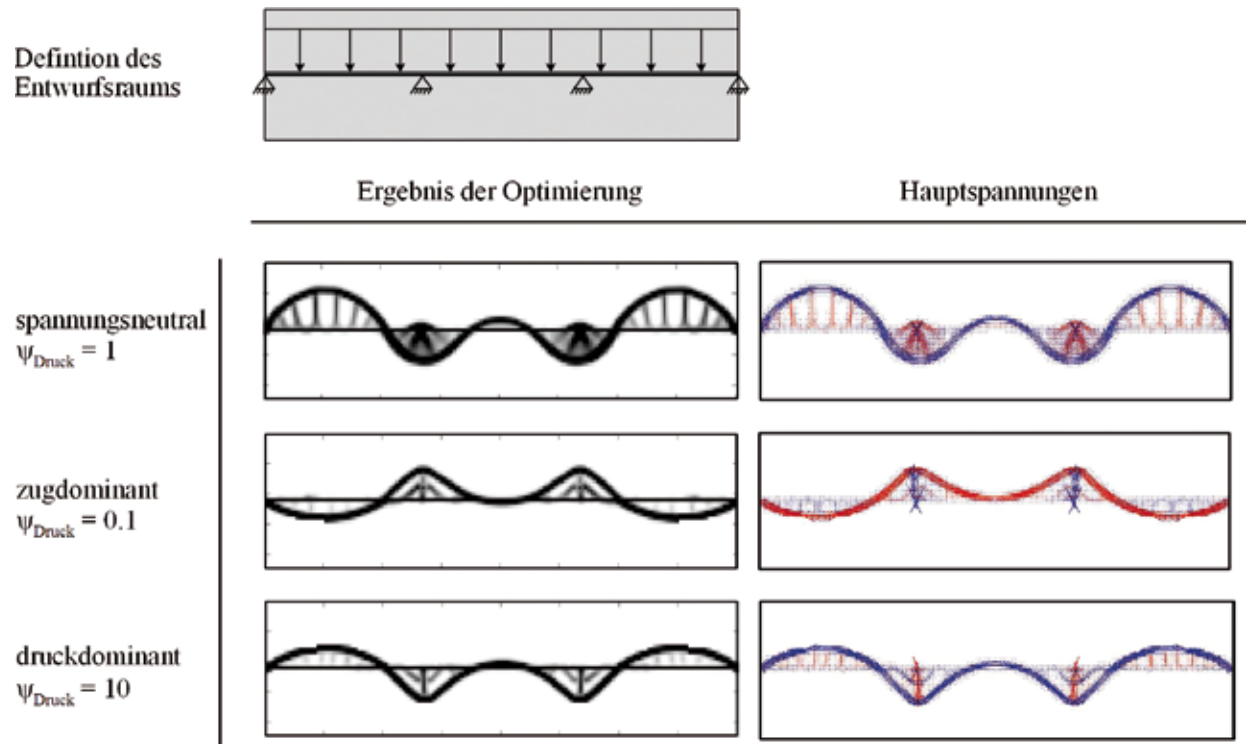


Bild 6
Lastfallabhängige
Topologieoptimierung
an zwei scheibenartigen
Systemen; links:
Systeme, Mitte: gleich-
zeitige Lastwirkung $F_1 + F_2$,
rechts: gemeinsame
oder einzelne Lastwir-
kung von F_1 bzw. F_2
(Grafik: Patrick Forman)

entsprechend zu lenken, wird ein Wichtungsfaktor ψ eingeführt. Dieser beschreibt das Verhältnis der Sensitivitäten von druck- zu zugdominanten Elementen und wird vom Anwender bestimmt. Dabei bietet es sich an, den Faktor für entweder druck- oder zugdominierte Elemente zu $\psi = 1$ zu setzen und nur die Sensitivitäten der anderen Elemente zu variieren (hier $\psi_{\text{Zug}} = 1$). Andere Konfigurationen sind jedoch ebenso denkbar. Je größer beziehungsweise kleiner dann ψ_{Druck} und damit das Verhältnis der Sensitivitäten zueinander gewählt wird, desto

Bild 7
 Spannungsabhängige
 Formfindung
 (Grafik: Mario Smarslik)



stärker steuert der Algorithmus in Richtung eines druck- oder zugorientierten Tragsystems:

$\psi_{\text{Druck}} = 1$ spannungsneutral,
 $\psi_{\text{Druck}} < 1$ zugdominant,
 $\psi_{\text{Druck}} > 1$ druckdominant
 für alle $i = 1$ bis n Elemente.

ten mit einer dominanten Hauptdruckspannung mit dem Faktor $\psi_i > 1$ multipliziert und somit die Relevanz dieses Elements für die Gesamtstruktur künstlich gesteigert. Soll eine zugdominante Struktur entstehen, gilt dies entsprechend invers, also durch eine Faktorisierung mit $\psi_i < 1$.

Über ψ lassen sich nun Sensitivitäten einzelner Elemente beeinflussen. So werden für eine druckdominante Struktur die Sensitivitäten von Elemen-

$$\max(|\sigma_{1,i}|; |\sigma_{2,i}|) \begin{cases} \text{wenn } |\sigma_{1,i}| > |\sigma_{2,i}| \Rightarrow \text{sgn}(\sigma_{1,i}) & \begin{cases} -1 \Rightarrow \psi_i \neq 1 \\ 1 \Rightarrow \psi_i = 1 \end{cases} \\ \text{wenn } |\sigma_{1,i}| < |\sigma_{2,i}| \Rightarrow \text{sgn}(\sigma_{2,i}) & \begin{cases} -1 \Rightarrow \psi_i \neq 1 \\ 1 \Rightarrow \psi_i = 1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\left(\frac{\partial c}{\partial \rho_i} \right)_{\text{mod}} = -\psi_i \cdot \eta \cdot \rho_i^{\eta-1} (E_0 - E_{\min}) \cdot u_i^T \cdot k_0 \cdot u_i$$

Das Verfahren ermöglicht es, den Entwurf gezielt in Richtung der zu verwendenden Baustoffe zu steuern. Das folgende Beispiel eines Dreifeldträgers verdeutlicht, wie sich dies unter Variation des Wichtungsfaktors ausprägt, Bild 7.

Während die als zugdominant gefundene Struktur als Hängebrücke interpretiert werden kann, handelt es sich bei der spannungsneutralen und der druckdominanten Struktur um Tragsysteme, die noch nicht unmittelbar an reale Bauwerke erinnern. Sie lassen sich eher mit Designstudien vergleichen. Das Ziel der Optimierung, mit limitiertem Materialeinsatz ein möglichst unnachgiebiges Tragwerk zu erschaffen und damit dem inneren Kraftfluss Rechnung zu tragen, ist ein Prinzip, das aus der Natur wohlbekannt ist. Da Entwürfe und Designstudien sich oftmals an natürlichen Formgebungen orientieren, kann die Topologieoptimierung neben ihren rein praktischen Anwendungsmöglichkeiten auch genutzt werden, um optisch ansprechende Konstruktionen hervorzubringen.

5 Optimierte Kollektormodule aus Hochleistungsbeton für Parabolrinnen solarthermischer Kraftwerke

5.1 Stand der Technik und alternative Tragstrukturen

Herkömmliche Tragstrukturen für kommerziell bereits etablierte Kollektormodule von Parabolrinnen bestehen heutzutage zumeist aus einer Kombination von ebenen (Quersystem) bzw. räumlichen (Längssystem) Fachwerkstrukturen aus Stahl, Bild 8. Dabei werden einzelne parabolisch gekrümmte Reflektorelemente punktuell gestützt und unterliegen hohen Anforderungen an die Formtreue, sodass die reflektierten Solarstrahlen im Brennpunkt bzw. auf ein in der Brennpunkt befindliches Absorberrohr fokussiert werden. Eine hohe Steifigkeit ist somit nicht nur für die Reflektorelemente, sondern auch für die Struktur zu gewährleisten, da größere Abweichungen der Reflektorelemente von der Idealparabel zur Reduzierung der optischen Effizienz führen.

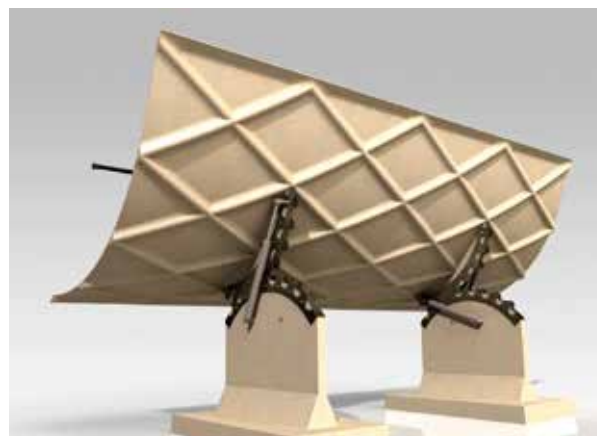


Bild 8
Parabolrinnenkollektor
auf der Plataforma
Solar de Almería [22],
(© DLR)

Im Rahmen des von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) geförderten Schwerpunktprogramms SPP 1542 „Leicht Bauen mit Beton“ wurde in einem Kooperationsprojekt zwischen der TU Kaiserslautern und der Ruhr-Universität Bochum eine einfach gekrümmte Schale aus Hochleistungsbeton als alternative Tragstruktur für Solarkollektoren entwickelt, Bild 9. Dieses Konzept vereint die Tragstruktur mit der Reflektoroberfläche, sodass eine gleichzeitige optische sowie strukturmechanische Analyse in Form einer ganzheitlichen Optimierungsstrategie möglich ist. Wandstärken von nur wenigen Zentimetern sind durch die Aktivierung der Schalentragswirkung und dem Einsatz von Hochleistungsbeton mit einem E-Modul um 50.000 N/mm^2 umsetzbar. Hohe Genauigkeitsanforderungen bei der Herstellung sind lediglich für die Parabelinnenfläche zu gewährleisten, die z. B. durch eine präzise Schalung aus Stahl, wie sie bereits im maschinellen Tunnelbau bei der Serienfertigung von Stahlbetontübbings eingesetzt wird, realisiert werden kann [23]. Die praxistaugliche Umsetzung zeigt die Herstellung eines kleinformatigen, einschaligen Demonstrators an der TU Kaiserslautern mit Abmessungen von $3,20 \times 2,205 \text{ m}$, Schalendicken von 2–3 cm und einer neuartigen Kipplagerung [24] für die Sonnennachführung [25].

5.2 Globale Aussteifungen für Parabolschalen im Originalmaßstab

Der Demonstrator aus Feinkornbeton hat gezeigt, dass dünne Parabolrinnen als einwandige Schalen-



*Bild 9
Konzept eines Kollektor-
moduls aus Hochleis-
tungsbeton als dünnes
Schalentragwerk mit
rautenartigen Verstär-
kungsrippen und
Kipplagerung für die
Sonnennachführung
(Grafik:
Raffael Weissbach)*

tragwerke mit innovativem Auflagerungskonzept im kleinformatigen Maßstab eine hohe Formtreue und auch optische Wirksamkeit besitzen. Um jedoch die solare Energie in Wärmeenergie umzuwandeln und letztendlich Elektrizität zu generieren, ist bei fokussierenden Systemen der Konzentrationsgrad essentiell. Dieser beschreibt das Verhältnis von reflektierter zu absorbierter Strahlung und kann vereinfachend als geometrischer Konzentrationsgrad abgeleitet werden, welcher bei Parabolrinnen die Parabelöffnungsweite auf den Durchmesser des Absorberrohrs bezieht. Um z. B. thermischen Verlusten entgegenzuwirken und eine Betriebstemperatur von ca. 400 °C des Wärmeträgermediums im Absorberrohr sicherzustellen, reicht der kleinformatige Demonstrator mit einem Konzentrationsgrad von etwa 40 nicht aus [26]. Daher soll ein Modell entwickelt werden, welches

sich in seinen geometrischen Abmessungen am bereits kommerziell weit verbreiteten Kollektortyp *EuroTrough* [27] mit einem rund doppelt so großen Konzentrationsgrad orientiert, aber gleichzeitig die für die Betonbauweise besser geeignete Kipp-lagerung des Demonstrators adaptiert. Die Parabolschale nach Vorbild des *EuroTrough* soll somit eine Aperturgröße von 5,77 m × 12,00 m besitzen, was eine Hochskalierung des Demonstrator-moduls um einen Faktor von ca. 3 bis 4 entspricht. Eine Ausführung als schlanke, einwandige Schale ist somit nicht mehr möglich, wenn der Anspruch eines leichtgewichtigen und ressourcensparenden Tragwerks besteht. Daher wird eine dünnwandige Schale mit kraftflussaffinen Verstärkungsrippen, welche als nicht verschattende Elemente auf die Parabelrückseite ausgelagert werden, angestrebt. Mithilfe der topologischen Strukturoptimierung soll für die maßgebenden Beanspruchungen somit die wesentliche Anordnung der Verstärkungsrippen, welche die maximale Steifigkeit für das Modell implizieren, identifiziert werden und damit als Basis für eine weitere Form- bzw. Querschnittsoptimierung im Sinne einer hierarchischen Strukturoptimierung (vgl. Bild 10) dienen.

Die wesentlichen Beanspruchungen auf einen Solarkollektor als Parabolschale resultieren aus auslenkungsbedingten Eigen- und Windlasten sowie tordierenden Reiheneffekten der Hintereinanderschaltung mehrerer Module, z. B. infolge des Antriebs oder aus Lagerreibung. Andere Einwirkun-

gen, wie Temperaturänderungen oder zeitabhängige Kriech- und Schwindprozesse [25], werden hier für die geplante Topologieoptimierung zunächst vernachlässigt, jedoch auf Ebene der Wirksamkeitsüberprüfung berücksichtigt. Da aufgrund der Sonnennachführung eine Vielzahl von Lastfällen auftritt, deren ganzheitliche Berücksichtigung einen unverhältnismäßigen Aufwand darstellt, werden für die erwähnten Beanspruchungen äquivalente Belastungssituationen definiert. Dies sind Eigenlasten als vollflächige Last auf die Parabolschale, Windlasten als einseitige, auf den halben Querschnitt wirkende Flächenlast sowie Torsionslasten, die an Schalenanfang und -ende als jeweils entgegengerichtete Flächenlasten über die halbe Öffnungsweite angesetzt werden.

Für diese drei Lastfallsituationen wird die maßgebliche Materialverteilung mithilfe der Topologieoptimierung und dem Anspruch einer minimalen Nachgiebigkeit ermittelt, Bild 10. Hierbei zeigt sich, dass aufgrund von Spannungsspitzen im Bereich der Auflagerländer ein erhöhter Materialbedarf vorherrscht. Dies wird insbesondere bei der einseitigen Windbelastung deutlich, wo sich die Materialverteilung maßgeblich an den beiden Auflagerländern sammelt. Für den definierten Fall der Eigenlasten als flächige Belastung kristallisiert sich – neben der Materialverdichtung an den Auflagern – eine primäre Tragwirkung in der Systemquerrichtung heraus, was sich als zwei Materialstreben parallel zur jeweiligen Lagerung, welche am Rand um das Auflager ge-

führt werden und sich mit radialen Streben auf dem Auflager abstützen, ausbildet. Im Gegensatz zu den vorherigen Ergebnissen weist die Dichteverteilung für eine torsionsartige Belastung eine sich vielfach auskreuzende Strebenanordnung auf, welche auch eine Längstragwirkung für das System innehat und nicht nur die Querrichtung oder lokale Bereiche berücksichtigt.

Die in Bild 10 gezeigten Materialverteilungen entsprechen den jeweils optimalen Topologien unter der gegebenen Belastungssituation, d. h. für diesen speziellen Fall besitzen sie maximale Steifigkeit. Jedoch erfährt eine Parabolschale im

Tagesverlauf viele unterschiedliche Belastungssituationen, sodass ein Ansatz mit minimierter Summennachgiebigkeit für die Lastfälle eine wesentlich robustere Struktur erzeugt, welche also aus mehreren, nicht zwingend gleichzeitigen Beanspruchungen resultiert. Das Ergebnis der Topologieoptimierung für eine multiple, gleichgewichtete Belastungssituation der Parabolschale, wobei die Windbelastung mit zwei Lastfällen (je Seite) berücksichtigt wurde, weist wie bei den Einzellastfällen eine Materialanhäufung an der Lagerung auf. Ein maßgeblich das Quer- bzw. Längssystem verstärkender Verlauf der Streben ist nicht eindeutig auszumachen. Grundsätzlich lässt sich eine

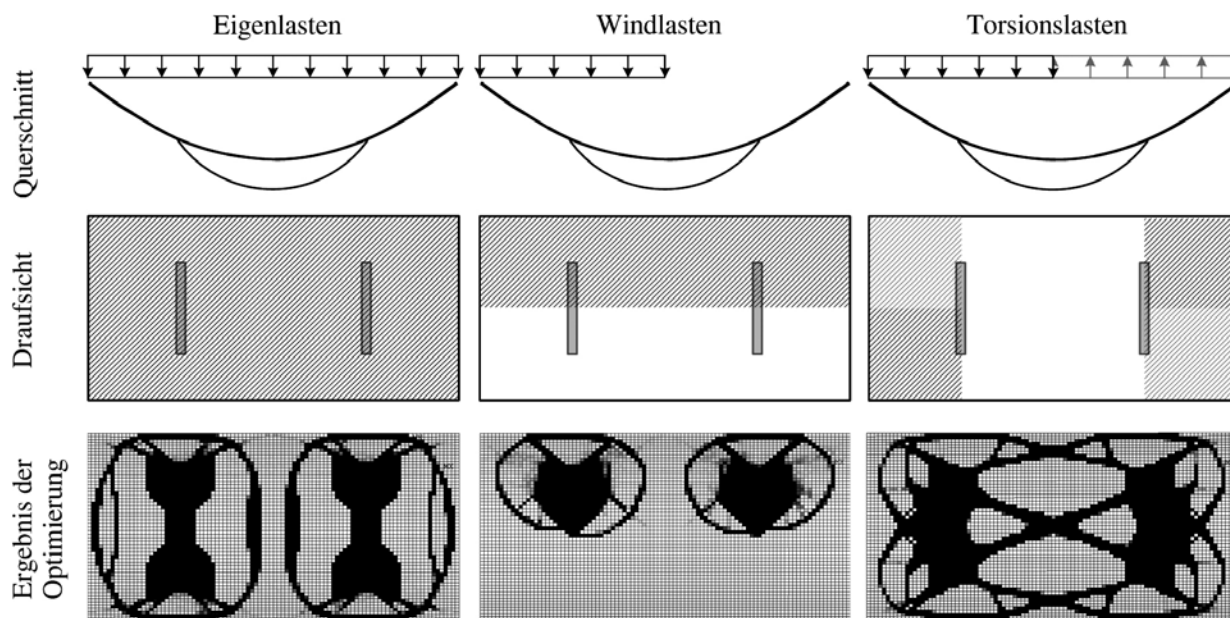
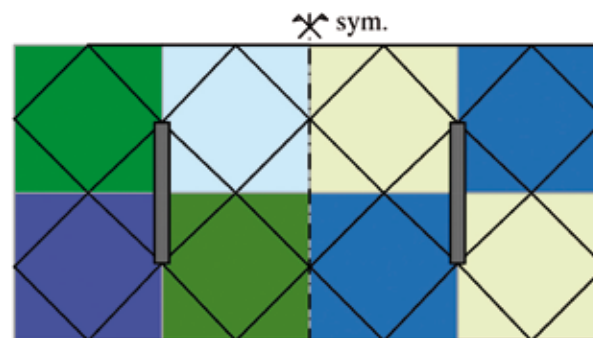
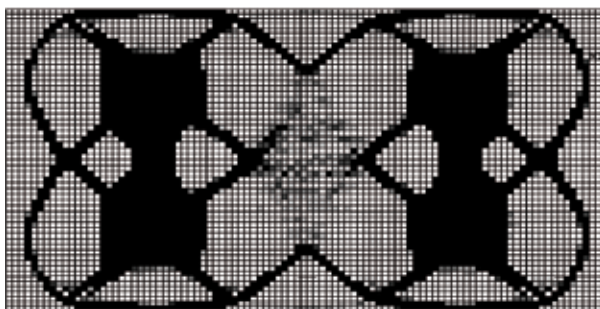


Bild 10
Topologieoptimierung
an einer Parabolschale:
Pseudodichtevertei-
lungen für die Lastfälle
Eigenlast, Wind und
Torsion
(Grafik: Patrick Forman)

Bild 11
Pseudodichteverteilung
für Lastfallkombinati-
onen mit Ansatz einer
minimierten Summen-
nachgiebigkeit (links)
und Identifikation
herstellungsgerechter
Verstärkungen (rechts)
(Grafik: Patrick Forman)



rautenartige Anordnung der Materialverteilung identifizieren, wobei im Mittelbereich – trotz Konvergenz des Optimierungsalgorithmus – hier nicht gewünschte gradierte Materialverteilungen als graue Zwischenwerte auftreten.

Bild 11 zeigt das Ergebnis der Optimierung mit herstellungsgerechter Anordnung von linienartigen Verstärkungen. Diese Verstärkungen bilden sich maßgeblich als rautenartige Struktur aus. Die so identifizierte Anordnung von Verstärkungen kann nun in einer nachgeschalteten Form- bzw. Querschnittsoptimierung für verschiedene Kollektorauslenkungen und daraus resultierende Lastfallsituationen sowie unter Einbeziehung von bisher vernachlässigten Beanspruchungen dimensioniert werden. Daraus entsteht letztendlich eine ganzheitlich optimierte, frei geformte Parabolshale mit kraftflussaffinen Verstärkungsrippen.

Für die Herstellung können gleiche Quadranten je Halbmodell mit identischer Geometrie der Verstärkungen und Lagerposition der Parabolshale identifiziert werden, welche als mögliche Schalungsmatrizen dienen. In Bild 11 sind diese als Varianten für eine 2-x-4-Aufteilung – also vier verschiedene Matrizenarten je zweimal hergestellt – bzw. 4-x-2-Aufteilung – was zwei Matrizen entspricht – farbig gekennzeichnet. Mehrfach hergestellt, ebenfalls aus Feinkornbeton, lassen sich die einzelnen Matrizen zu einer Gesamtschalung für die Schalenstruktur zusammenfassen. Für die Herstellung einer solchen Negativschalung eignet sich Formsand, da dieser frei formbar ist und hohe Oberflächengenauigkeiten im erhärteten Zustand besitzt. Bild 12 zeigt dies exemplarisch für eine Sandschalung mit rautenartigen Aussparungen. Dabei können Bauteile mit lokalen Wandstärken von nur 0,5 cm hergestellt werden, wie es erste Muster zeigen.



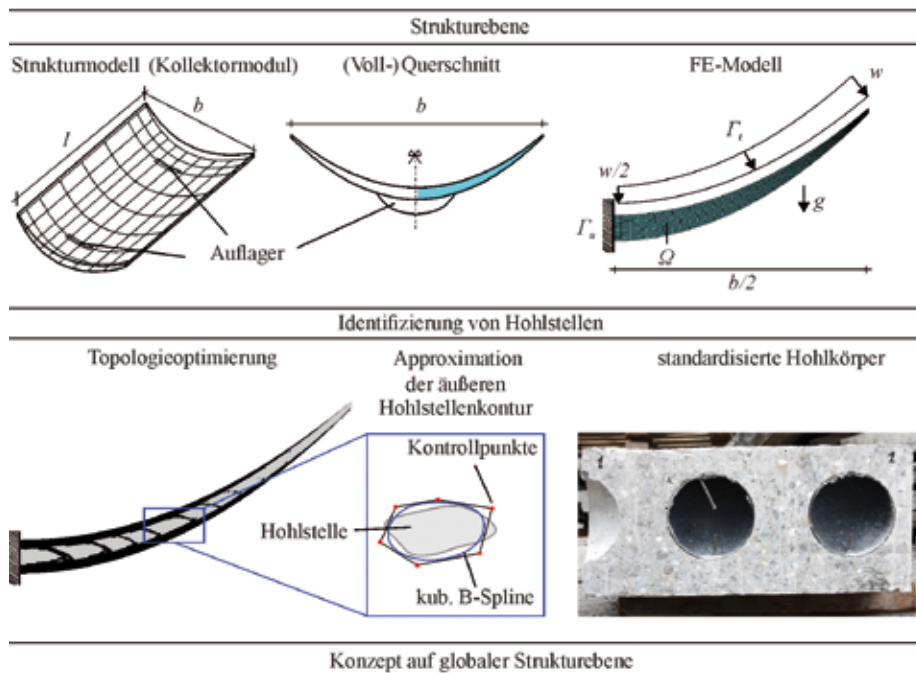
Bild 12
Schalungsmatrix aus
gefrorenem Formsand
und Muster mit rauten-
artigen Verstärkungs-
rippen aus hochfestem
Feinkornbeton
(Fotos: Patrick Forman)

5.3 Kollektormodule mit großen Aperturweiten

Aktuelle Entwicklungen im Bereich von Kollektormodulen mit Stahlfachwerken wie z. B. der *UltimateTrough* mit Abmessungen von 7,5 m × 24 m zeigen, dass speziell größere Aperturweiten zur weiteren Erhöhung des Konzentrationsgrades forciert werden [28], [26]. Allerdings gelingen solche Strukturen nur durch sehr hohe Struktursteifigkeiten. Ein zielführender Ansatz zur Maximierung der Steifigkeit bei gleichzeitiger Minimierung des Volumens ist die Auflösung des homogenen Querschnitts in eine Hohlstruktur, um einerseits Material einzusparen, aber simultan die notwendige Struktursteifigkeit über eine Vergrößerung des inneren Hebelarms zu gewährleisten. Analysen an einem Kollektormodul mit 10 m Aperturweite zeigen, dass bei einer Reduktion der Querschnittsfläche um 80 % mindestens eine statische Höhe von

0,5 m im Scheitel der Parabel vorzusehen ist, damit volle optische Wirksamkeit gewährleistet wird [25].

Ein adäquates Strukturmodell zur Identifizierung formfreier und ortsunabhängiger Hohlstellen gelingt über die Reduktion des Strukturmodells auf Querschnittsebene, Bild 13. Durch die Achsensymmetrie des Querschnitts wird lediglich ein Teilquerschnitt betrachtet, der als gekrümmter Kragarm ($b/2 = 5$ m) modelliert ist. Die äußeren Grenzen des Entwurfsraums Ω fallen dabei mit den Querschnittsgrenzen zusammen. Als separate Lastfälle werden die Eigenlast g und eine vom Kragarmende zum Scheitel veränderliche Windlast w berücksichtigt [25]. Die Lastfälle werden gleich gewichtet bei einer Volumenreduktion um 40 %. Im Laufe des Optimierungsprozesses zeigen sich eindeutige Bereiche mit geringen Pseudodichten auf Höhe der Schwerpunktachse, da in diesem Bereich eine Ansammlung von Material zu keiner nennenswerten



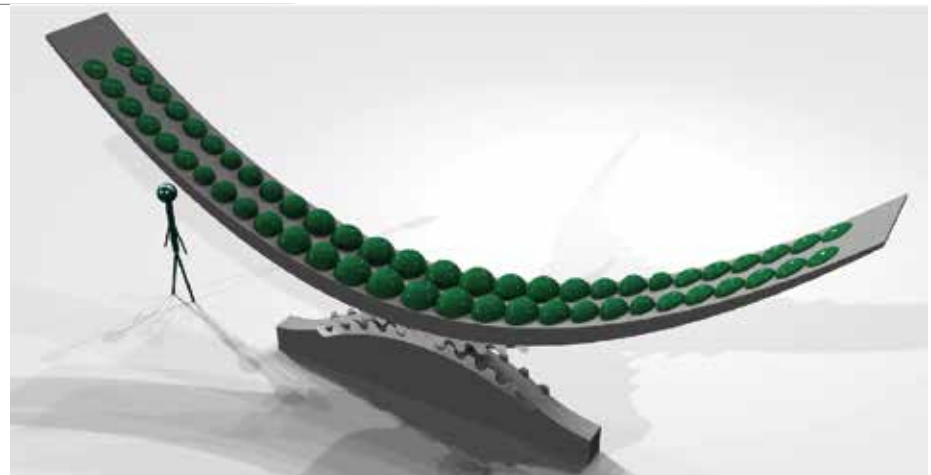
Steigerung der Steifigkeit führt, jedoch für eine erhebliche Volumenreduktion geeignet ist. Daher wird das Material zu den äußeren Querschnittsgrenzen ausgelagert. Mit zunehmendem Abstand vom Scheitel beschränkt sich die Materialanlagerung auf den oberen und unteren Querschnittsbereich, impliziert durch eine Abnahme der Stärke der Pseudodichten sowie durch eine Reduktion der Verbindungsstreben zwischen oberem und unterem Querschnittsbereich.

Eine stetige Reduktion der Strukturhöhe zum Kragarmende durch eine nachgeschaltete Formoptimierung passt die untere Querschnittskontur an. Die äußeren Konturen von Bereichen mit geringen Pseudodichten, die als innere Hohlstellen identifiziert werden, werden in einer nachgeschalteten

Bild 13

Optimierung einer großformatigen Parabolschale mit Details und Visualisierung eines 1 m breiten Streifens. Bei diesem ist nur die untere Hälfte des Betonkörpers dargestellt, damit die Anordnung der Hohlkörper gezeigt werden kann.

(Grafik: Christoph Kämper)



Formoptimierung der Aussparungskörper unter Einhaltung materialspezifischer Grenzwerte mit kubischen Basissplines (B-Splines) approximiert. Als Folge ergeben sich individuelle Hohlkörpergeometrien, die sich sensitiv gegenüber Änderungen von geometrischen und statischen Randbedingungen verhalten. Für eine wirtschaftliche Realisierung bieten sich standardisierte Hohlkörper in Form von Kugeln oder abgeflachten, rotationssymmetrischen Ellipsoiden an, die heutzutage auch in herkömmlichen Betondecken eingesetzt werden. Durch Anordnung derartiger Hohlkörper im Querschnitt ergeben sich auf globaler Strukturebene durch den Abstand zwischen den Hohlkörpern zusätzliche Längs- und Querstreben, die mit Wandstärken von wenigen Zentimetern die Gesamtstruktur zusätzlich aussteifen.

6 Schlussfolgerungen

Die topologische Optimierung stellt für den Entwurf von Betonstrukturen ein hilfreiches Werkzeug dar. Auf globaler Ebene können kraftflussaffine Tragwerke unter Berücksichtigung spannungsabhängiger Wichtungsfaktoren, wie z. B. Brücken oder Pfeiler, entworfen werden, sodass verbesserte Formen hinsichtlich maximaler Steifigkeit und Kraftflussorientierung entstehen. Für dünnwandige, gekrümmte Strukturen bietet sie sich als Entwurfshilfe zur Identifizierung von Aussteifungspfaden an, mit denen durch gezielten Materialeinsatz die Gesamtnachgiebigkeit der Struktur effizient reduziert werden kann.

Auf lokaler Ebene dient sie zur Ableitung von Zug- und Druckstreben sowie zur Entwicklung von Fachwerkmodellen. Eine resultierende, wirtschaftlichere Bewehrungsführung führt dann zu einer verbesserten, materialspezifischen Ausnutzung der Struktur. Jedoch wird deutlich, dass das Anwendungspotenzial der Topologieoptimierung im Bauwesen noch lange nicht ausgeschöpft ist und die Methodik sich in Zukunft als wertvolles Standardwerkzeug in der Planung etablieren kann.

Dank

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die finanzielle Förderung im Rahmen des Teilprojekts B1 des Sonderforschungsbereichs SFB 837 „Interaktionsmodelle für den maschinellen Tunnelbau“ sowie im Rahmen des Schwerpunktprogramms SPP 1542 „Leicht Bauen mit Beton“.

Literatur

- [1] Schumacher, A.: Optimierung mechanischer Strukturen: Grundlagen und industrielle Anwendungen. Berlin · Heidelberg: Springer, 2005
- [2] Harzheim, L.: Strukturoptimierung. Frankfurt am Main: Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH, 2008
- [3] Michell, A.: The limit of economy of material in frame structures. Philosophical Magazine (1904) 589–597

- [4] Prager, W.: A note on discretized michell structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 3 (1974) 349–355
- [5] Achtziger, W.: Truss topology optimization including bar properties different for tension and compression. *Structural Optimization* 12 (1996) 63–74
- [6] Achtziger, W.; Stolpe, M.: Truss topology optimization with discrete design variables – Guaranteed global optimality and benchmark examples. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 34 (2007) 1–20
- [7] Bendsøe, M.; Kikuchi, N.: Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 71 (1988) 197–224
- [8] Bendsøe, M. P.; Sigmund, O.: *Topology optimization: Theory, methods, and applications*. Berlin · New York: Springer, 2003
- [9] Sigmund, O.; Maute, K.: Topology optimization approaches. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 48 (2013) 1031–1055
- [10] Rozvany, G. I. N.: A critical review of established methods of structural topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 37 (2009) 217–237
- [11] Rozvany, G. I. N.: Aims, scope, methods, history and unified terminology of Aims, scope, methods, history and unified terminology of computer-aided topology optimization in structural mechanics. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 21 (2001) 90–108
- [12] Sigmund, O.: A 99 line topology optimization code written in Matlab. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 33 (2001) 120–127
- [13] Andreassen, E.; Clausen, A.; Schevenels, M.; Lazarov, B.; Sigmund, O.: Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 43 (2011) 1–16
- [14] Svanberg, K.: The Method of Moving Asymptotes – A new Method for Structural Optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 24 (1987) 359–373
- [15] Svanberg, K.: MMA and GCMMA – two methods for nonlinear optimization. Technical report: Optimization and System Theory, KTH, Stockholm (Sweden), 2007
- [16] Guest, J.; Prevost, J.; Belytschko, T.: Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 61 (2004) 238–254
- [17] Sigmund, O.; Petersson, J.: Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima. *Structural Optimization* 16 (1998) 68–75
- [18] Schlaich, J.; Schäfer, K.: Konstruieren im Stahlbetonbau. In: Eibl, J. (Hrsg.): *Betonkalender 2001, Bd. 2*, Berlin: Ernst & Sohn, 2000, 311–492

- [18] Foto Anzac Bridge (modifiziert): Richard Taylor from Australia, CC BY 2.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Anzac_Bridge_and_Sydney_harbour_Bridge_from_Glebe_Point.jpg
- [19] Foto Lidu Yangtze River Bridge (modifiziert): Glabb, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Lidu_Yangtze_River_Bridge.JPG
- [20] Foto The Daniel Hoan Memorial Bridge (modifiziert): © 2005 Sulfur, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hoan_Bridge.jpg
- [21] Foto Neue Svinesundbrücke (A6) (modifiziert): Herrad Elisabeth Taubenheim, <https://structurae.de/fotos/172628-neue-svinesundbruecke-a6>
- [22] http://www.dlr.de/tt/Portaldata/41/Resources/images/SF/Parabol_Almeria.jpg
- [23] AK Tübbingdesign des Deutschen Ausschusses für unterirdisches Bauen (DAUB, Hrsg.): Empfehlungen für den Entwurf, die Herstellung und den Einbau von Tübbingringen – Maschinelles Tunnelbau. In: Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e.V. (Hrsg.): Tunnelbautaschenbuch 2014, Berlin: Ernst und Sohn, 2014, 17–121
- [24] Weissbach, R.: Die abrollende Parabolspiegellinne. Schutzrecht DE102011011805 A1, 2012
- [25] Forman, P.; Müller, S.; Ahrens, M. A.; Schnell, J.; Mark, P.; Höffer, R.; Hennecke, K.; Krüger, J.: Light concrete shells for parabolic trough collectors – Conceptual design, prototype and proof of accuracy. *Solar Energy* 111 (2015) 364–377
- [26] Duffie, J. A.; Beckman, W. A.: *Solar engineering of thermal processes*. 3. Aufl., Hoboken (New Jersey): John Wiley & Sons, Inc., 2006
- [27] Geyer, M.; Lüpfer, E.; Osuna, R.; Esteban, A.; Schiel, W.; Schweitzer, A.; Zarza, E.; Nava, P.; Langenkamp, J.; Mandelberg, E.: EuroTrough – Parabolic Trough Collector Developed for Cost Efficient Solar Power Generation. In: *Proceedings of 11th SolarPACES International Symposium on Concentrated Solar Power and Chemical Energy Technologies*, 4.–16.9.2002 in Zurich (Switzerland), 7 S. – online unter: <http://www.fika.org/jb/resources/EuroTrough.pdf>
- [28] Marcotte, P.; Manning, K.: Development of an advanced large-aperture parabolic trough collector. In: Pitchumani, R. (Ed.): *Proceedings of the SolarPACES International Conference*, 17.–20.9.2013 in Las Vegas (US), *Energy Procedia* 49 (2014) 1–2, 145–154
- Anmerkung:
Alle Internetquellen wurden am 17.5.2016 geprüft.