



Manfred Rübner

Silke Scheerer · Ulrich van Stipriaan (Herausgeber)

Festschrift
zu Ehren von
Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h.
Manfred Curbach

Dresden, 28. September 2016

Impressum

Herausgeber	Silke Scheerer, Ulrich van Stipriaan
Redaktion	Silke Scheerer
Autorenfotos	<i>Fotostudio Jünger</i> S. 124 oben <i>Edvard Krikourian</i> S. 124 unten rechts <i>Kirsten J. Lassig</i> S. 12 <i>Bertram Lubiger</i> S. 192 <i>Juri Paulischkis</i> S. 104 <i>A. T. Schaefer, Stuttgart</i> S. 62 <i>Sylke Scholz, Dresden</i> S. 256 <i>Ulrich van Stipriaan</i> S. 80, 90, 104, 124 Mitte rechts, 146, 150, 152, 160, 216, 228, 234 Mitte links und unten links/rechts, 292, 320 <i>Nic Vermeulen</i> S. 280 <i>Irina Westermann</i> S. 42 oben <i>Von Autoren zur Verfügung gestellt:</i> S. 16, 24, 42 unten, 124 (2x), 178, 234 (3x)
Layout, Satz	Ulrich van Stipriaan
Titelbild	Ulrich van Stipriaan
Korrektur	Birgit Beckmann, Angela Heller
Druck	addprint AG, Bannewitz

Redaktionsschluss für dieses Buch war der 28. August 2016.

Inhalt

<i>Silke Scheerer, Ulrich van Stipriaan und Wolfgang Leiberg</i>	
Zum Geleit	8
Teil I – Texte zum Kolloquium	11
<i>Hans Müller-Steinhagen</i>	
Grußwort	12
<i>Harald Budelmann</i>	
Laudatio	16
<i>Konrad Bergmeister</i>	
Weniger ist manchmal mehr – ein Beitrag zur Mindestbewehrung	24
<i>Harald S. Müller und Michael Haist</i>	
Opus Caementitium Optimum – Der nachhaltige Beton des 21. Jahrhunderts	42
<i>Werner Sobek</i>	
Über die Gestaltung der Bauteilinnenräume	62
Teil II – Weitere Beiträge	79
<i>Thomas Bösche</i>	
Mehr Mut im Ingenieurbau.....	80
<i>Harald Budelmann und Sven Lehmberg</i>	
Von der Küchenarbeitsplatte zum leichten Tragwerk –	
Was kann ultrahochfester faserverstärkter Feinkornbeton?	90

<i>Luna Manolia Daga und Udo Wiens</i>	
Mehr als nur schwarze Buchstaben auf weißem Papier – Ein Essay	104
<i>Ulrich Häußler-Combe</i>	
Aspekte der Modellierung von Stahlbetontragwerken	108
<i>Josef Hegger, Norbert Will, Rostislav Chudoba, Alexander Scholzen und Jan Bielak</i>	
Bemessungsmodelle für Bauteile aus Textilbeton	124
<i>Frank Jesse</i>	
Über die Länge der Leine	146
<i>Peter Mark</i>	
Mit Leichtigkeit	150
<i>Steffen Marx</i>	
Gute Lehre im Konstruktiven Ingenieurbau	152
<i>Viktor Mechtcherine</i>	
Hochduktiler Beton – eine Konkurrenz zu Textilbeton?	160
<i>Karl Morgen</i>	
Deutschlands größte Kamera	178
<i>Peter Offermann</i>	
Wie alles begann	188
<i>Dirk Proske</i>	
Ist die Energiewende ein technischer Hype?	192
<i>Mike Schlaich</i>	
Die Hommage als Quelle der Inspiration	216

<i>Jürgen Schnell</i>	
Fashion Statement	228
<i>Mario Smarslik, Christoph Kämper, Patrick Forman, Tobias Stallmann, Peter Mark und Jürgen Schnell</i>	
Topologische Optimierung von Betonstrukturen	234
<i>Jürgen Stritzke</i>	
Leipziger Großmarkthalle – ein „Historisches Wahrzeichen der Ingenieurbaukunst in Deutschland“	256
<i>Luc Taerwe</i>	
Self-anchored suspension bridges with prestressed concrete deck: historic examples	280
Teil III – Institut für Massivbau	291
<i>Silke Scheerer (Text) · Ulrich van Stipriaan (Fotos)</i>	
Massivbau an der TU Dresden gestern und heute	292
<i>Angela Schmidt</i>	
Die eingeschlichenen Fehler	320
<i>Manfred Curbach</i>	
Habilitation / Promotionen	326
<i>Ulrich van Stipriaan (Fotos)</i>	
Institut für Massivbau Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter	330

Teil II
Weitere Beiträge



*Prof. Dr.-Ing. habil.
Ulrich Häußler-Combe*

Seit 2003 Inhaber der Professur für Spezielle Massivbauwerke am Institut für Massivbau der TU Dresden

Ulrich Häußler-Combe

Aspekte der Modellierung von Stahlbetontragwerken

1 Einführung

Naturwissenschaft und Technik beruhen auf Modellen. Ein Modell abstrahiert eine Fragestellung aus der Realität, ordnet ihm Merkmale zu und beschreibt die Beziehungen zwischen den Merkmalen. In Naturwissenschaft und Technik haben Merkmale i. d. R. Zahlenwerte und Einheiten. Ihre Beziehungen zueinander werden durch mathematische Gleichungen beschrieben. Dabei ist ein Merkmal als Eingangswert entweder vorab bestimmbar oder es ergibt sich als Ergebniswert durch Berechnung der zugrundeliegenden Gleichungen. Die Lösungen wiederum treffen eine Prognose im Hinblick auf die Fragestellung. Schließlich lässt sich die Prognose mit der Realität vergleichen. Dies gibt uns Auskunft über die Güte des Modells und erlaubt uns die Modellbewertung.

Dabei sind Kategorien wie „falsch“ oder „richtig“ für die Praxis des Ingenieurwesens nicht ziel-

führend. Die exakte Übereinstimmung zwischen Prognose und Realität ist prinzipiell nicht erreichbar. So ist die Realität durch Messungen zu bestimmen, die wiederum nur innerhalb gewisser Bandbreiten reproduzierbar sind. Damit ist schon der Vergleichsmaßstab eines Modells nicht determinierbar. Immerhin sollte ein Vergleich verschiedener Modelle nach den Kategorien „besser“ und „schlechter“ möglich sein, da sich die Güte der Prognosen im Mittel vergleichen lässt. Das hinsichtlich der Prognosegüte „schlechtere“ Modell ist aber für das Ingenieurwesen nicht unbedingt schlechter geeignet. Es kann zweckmäßiger als das „bessere“ Modell sein, wenn es einfacher ist und zu seiner Berechnung weniger Aufwand erfordert.

Betrachten wir dazu das Beispiel des Stahlbetonbalkens. Als Merkmale würden wir zunächst die Betongüte, Art und Menge der Bewehrung, Querschnittsabmessungen, Spannweite und das

statische System ansehen. Damit ist aber bereits eine Auswahl vorgenommen. Es liegen andere Eigenschaften vor – z. B. die Zusammensetzung des Betons, seine Farbe, die Oberflächentextur –, die aber für die Fragestellung einer Bemessung nicht oder zumindest nicht unmittelbar relevant sind. Dazu sind andere Merkmale einzubeziehen. Zunächst sind dies Belastungen. Hier wird nach Streckenlasten und Einzellasten unterschieden. Bereits mit letzterer liegt eine weitgehende Abstraktion vor. In allen Fällen wird für die Streckenlasten zumindest bereichsweise ein konstanter Wert angenommen. Die genaue Verteilung beispielsweise von Nutzlasten, wann sie innerhalb einer Nutzungsdauer auftreten und wie sie verursacht sind, wird i. d. R. vernachlässigt. An dieser Stelle sind bereits wesentliche Merkmale bzw. Eingangswerte einbezogen und eine Vielzahl unwesentlicher Aspekte ausgeschlossen.

Die Modellbildung ist aber noch nicht vollständig. Es wird das Konzept der resultierenden Schnittkräfte – Biegemoment, Normalkraft und Querkraft – einbezogen. Diese sind abstrakt und im Wortsinne in keiner Weise anschaulich, aber als Ergebniswerte außerordentlich zielführend. Weiterhin das Konzept der Deformation – Krümmung, Dehnung und Scherwinkel mit Bezug zur Verformung von Systemachsen. Schließlich werden Eingangs- und Ergebniswerte mittelbar oder unmittelbar durch ein System von Differentialgleichungen für Gleichgewicht, kinematische Verträglichkeit und Schnittkraft-Deformations-Beziehungen verknüpft.

Die Berechnung dieses Gleichungssystems liefert nach Vorgabe von Zahlenwerten für die Eingangswerte eine Prognose für die Zahlenwerte von Verformungen, Deformationen und Schnittkräften. Im Wortsinne anschaulich und von praktischer Bedeutung sind hiervon eigentlich nur die Verformungen. Alle anderen Ergebniswerte stellen letztendlich nur abstrakte Hilfsgrößen dar.

Das Modell des Balkens ist an die Annahme geknüpft, dass seine Querschnitte bei einer Verformung eben bleiben. Diese Annahme ist eine Näherung, die mit zunehmendem Verhältnis der Querschnittshöhe h zur Spannweite L immer weniger zutrifft. Es ergeben sich zunehmend Verwölungen des Querschnitts, siehe Bild 1. Um dies zu erfassen, ist die Scheibentheorie besonders geeignet. Ein solches Modell ist aber mathematisch

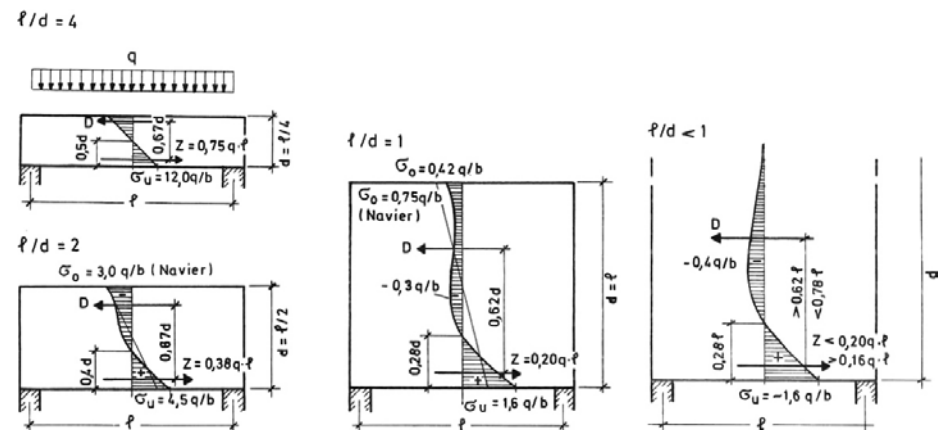


Bild 1 Längsspannungen in Abhängigkeit vom Verhältnis h/L , aus [1]

wesentlich aufwändiger als dasjenige des Balkenmodells. Dabei ist für einen geringen Zuwachs an Prognosegüte bzw. Genauigkeit der zusätzliche Aufwand unverhältnismäßig groß, wenn das Verhältnis h/L in Abhängigkeit vom statischen System gewisse Werte nicht überschreitet. Damit ist das Balkenmodell in solchen Fällen, obwohl ungenauer und in einzelnen Punkten in sich widersprüchlich, wesentlich zweckmäßiger und der Ingenieurpraxis völlig angemessen.

Dessen ungeachtet stellt sich auch praktisch die Frage nach der Abgrenzung zwischen einem Balken und z. B. dem wandartigen Träger. Hinweise geben dazu beispielsweise [1] und [2]. Es verbleiben damit auch in der Baupraxis viele Fälle, für die ein Balkenmodell nicht mehr angemessen ist. Somit ist die Frage nach der Wahl des zweckmäßigen Modells für den wandartigen Träger in keiner Weise eingegrenzt. Im Gegenteil führt der Ausschluss des Balkenmodells zur Wahlmöglichkeit zwischen

einer Reihe von Alternativen der Modellbildung. Beim Vergleich ist wiederum zwischen Güte bzw. Genauigkeit und Aufwand abzuwägen. Dies soll im Folgenden an einem Beispiel illustriert werden.

2 Problemstellung und linear elastische Lösung

Es wird ein wandartiger Stahlbetonträger nach [3] betrachtet, siehe Bild 2. Der Träger erhält an seiner Oberkante neben einer moderaten Streckenlast eine hohe konzentrierte Last, hat eine größere Aussparung, ist an seiner rechten Seite über der gesamten Höhe unnachgiebig und an der linken Seite an der Unterkante horizontal verschieblich gelagert.

Das Modell des Biegebalkens ist hier offensichtlich nicht mehr anwendbar. Zur genaueren Analyse verbleibt das Scheibenmodell. Es bietet eine Reihe von Variationsmöglichkeiten, die in den folgenden Abschnitten näher beschrieben werden. In jedem Falle ist es zweckmäßig, zunächst ein linear elastisches Materialverhalten anzunehmen. Dies erfordert den minimalen Satz von Materialparametern mit dem Elastizitätsmodul und der Querdehnzahl. Als Betongüte wird ein C40 nach [4] gewählt. Dessen anfänglicher E-Modul wird als E-Modul der Problemstellung angenommen, die Querdehnzahl kann als fester Wert gewählt werden. Die gegebene Geometrie, die Randbedingungen und die Belastung schließen die geschlossene analytische Lösung der partiellen Differentialgleichung des

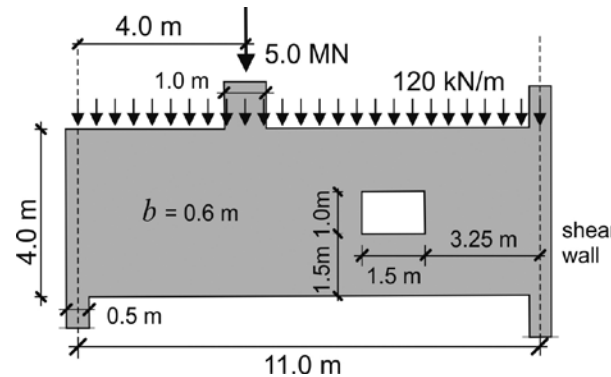


Bild 2
Beispiel wandartiger
Träger, nach [3]

Scheibenproblems aus. Für linear elastische Problemstellungen lässt sich aber – ausgeschlossen sind Singularitäten – die Lösung zuverlässig mit der FEM ermitteln [5]. Die für das Folgende durchgehend gewählte Diskretisierung mit 4-Knoten-Scheibenelementen mit Verschiebungsansatz zeigt das Bild 3. Die Diskretisierung ist relativ grob, Konvergenzbetrachtungen ergeben aber kein wesentlich abweichendes Bild der Ergebnisse bei feineren Diskretisierungen. Für die Einleitung der konzentrierten Last und die Auflagerreaktion links unten werden gesonderte Elemente angeordnet. Dies erweist sich als zweckmäßig im Hinblick auf die nachfolgenden nichtlinearen Berechnungen.

Das Bild 4 zeigt die mit dem linear elastischen Ansatz ermittelten Hauptspannungen. Es zeigt sich ein Druckgewölbe, welches auf der Unterseite durch ein Zugfeld zusammengehalten wird. Weiterhin wird das Gewölbe auf der rechten Oberseite durch ein weiteres Zugfeld zurückgehängt. Die rechte Druckstrebe spaltet sich infolge der Aussparung auf. Durch lokale Kräfteumlenkungen spreizen sich die linke obere und rechte untere Ecke der Aussparung auf, die linke untere und rechte obere Ecke werden dagegen gestaucht.

3 Stabwerkmodell

Der Verlauf der Hauptspannungen charakterisiert das Tragverhalten: welche Bereiche stehen in welcher Richtung überwiegend unter Druck, welche

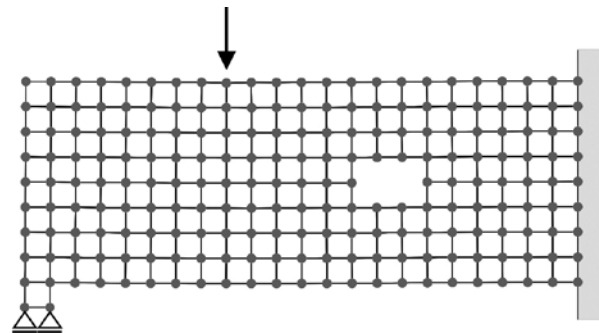


Bild 3
FE-Diskretisierung des
wandartigen Trägers

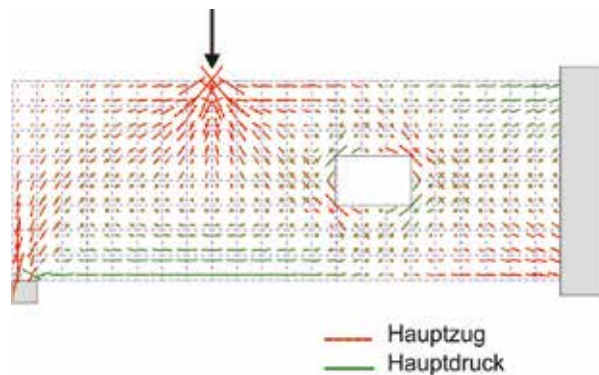


Bild 4
Hauptspannungen im
wandartigen Träger
bei linear elastischer
Berechnung

Bereiche in welcher Richtung überwiegend unter Zug. Hinzu kommen Bereiche mit kombinierter Beanspruchung. Das Stabwerkmodell setzt entsprechende Druck- und Zugstreben [6]. Abgesehen von einfachen Fällen ist die Festlegung der Geometrie eines Stabwerkmodells aufgrund des Hauptspannungsverlaufs nicht zwingend, es bestehen häufig Variationsmöglichkeiten. Im vorliegenden Fall wird das Modell nach [3] gewählt, sie-

Bild 5
Stabwerkmodell des
wandartigen Trägers
nach [3]

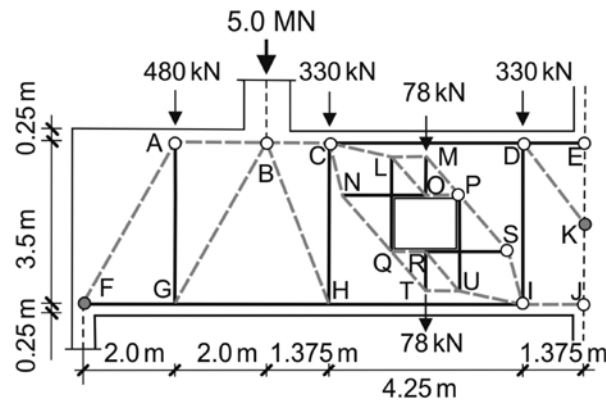


Bild 6
Stabkräfte des
Stabwerkmodells des
wandartigen Trägers

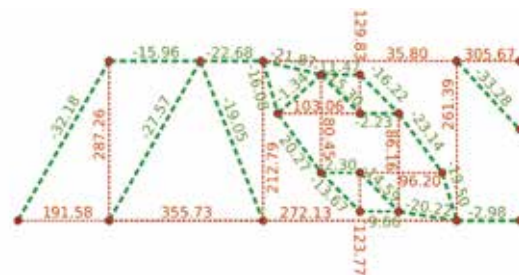
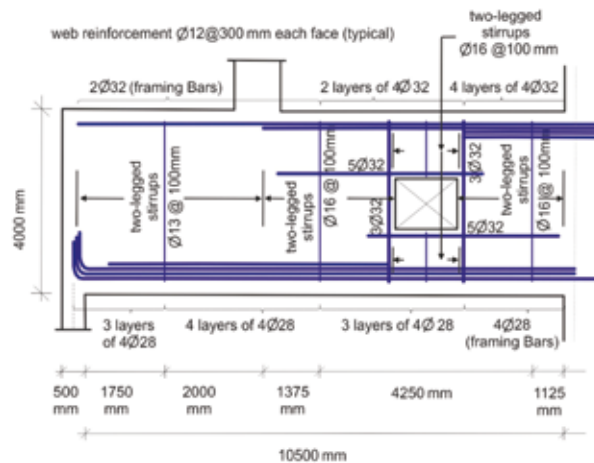


Bild 7
Bewehrung des wand-
artigen Trägers



he Bild 5. Es handelt sich um ein einfach statisch unbestimmtes System, damit wären die Stabkräfte von den Stabsteifigkeiten abhängig. Im vorliegenden Fall ist der Einfluss aber sehr gering. Plausible Annahmen zu den Stabeigenschaften liefern die Stabspannungen nach Bild 6. Danach ist die Tragfähigkeit des wandartigen Trägers gesichert. Die Spannungen von Druck- und Zugstreben liegen im Rahmen der Festigkeiten von konventionellem Beton und von Betonstahl. Hinsichtlich der Konstruktion der Bewehrung ist zu beachten, dass einzelne Zugstreben, insbesondere vertikale Zugstreben abseits der Umfassung der Aussparung, in eine Reihe von Bewehrungsstäben bzw. Bügel mit äquivalentem Querschnitt zerlegt werden. Die entsprechende Bewehrungskonstruktion nach [3] zeigt das Bild 7.

Nach den bereits erwähnten Kriterien ist mit dem Stabwerkmodell ein zweckmäßiges Modell gegeben. Zum einen ist es einfach und erfordert nur einen geringen Aufwand. Zum anderen soll ein bekannter Satz der Plastizitätstheorie herangezogen werden: ein Modell, in dem innere und äußere Kräfte im Gleichgewicht stehen und in dem Kräfte bzw. Spannungen die Materialfestigkeit an keiner Stelle überschreiten, liefert einen unteren Grenzwert der Tragfähigkeit des realen Tragwerks. Das Stabwerkmodell ist zum anderen also auch sicher, sofern eine gewisse Duktilität gewährleistet ist. Damit können alle weiteren Überlegungen aus der Sicht praktischer Erwägungen entfallen.

Das Thema soll trotzdem weiterverfolgt werden. So lässt der erwähnte Grenzwertsatz der Plastizitätstheorie die kinematische Verträglichkeit der Tragwerksverformungen außer Acht. Die Sicherstellung der Duktilität beruht somit auf erfahrungsgestützten Konstruktionsregeln. Es kann somit nicht ausgeschlossen werden, dass der Grenzzustand des Tragwerks – in dem mindestens an einer Stelle die Materialfestigkeit ausgenutzt wird – nur mit erheblichen Rissbildungen erreicht wird. Zudem sind für die gebräuchlichen statisch bestimmten Stabwerkmodelle keine Umlagerungsmöglichkeiten innerer Kräfte darstellbar. Damit können die Tragfähigkeitsreserven innerlich hochgradig statisch unbestimmter Flächentragwerke mit solchen Modellen nicht erschlossen werden. Die tatsächliche Tragfähigkeit liegt also i. d. R. über derjenigen, wie sie mit Stabwerkmodellen bestimmt wird. Letztendlich wird überbemessen und Materialressourcen werden nicht, wie es heißt, nachhaltig eingesetzt.

4 Bemessung auf der Grundlage der linear elastischen Lösung

Die linear elastische Lösung liefert für eine repräsentative Zahl von Stellen des wandartigen Trägers die Spannungswerte, z. B. in Form von Hauptspannungen, siehe Bild 4. Der berechnete Spannungszustand kann lokal als Einwirkung mit drei Komponenten – drei Spannungskomponenten oder zwei Hauptspannungskomponenten und ein

Orientierungswinkel – aufgefasst werden. Dem kann lokal ein Widerstand in Form eines z. B. orthogonalen Bewehrungsnetzes und einer flächenhaften Betondruckstrebe entgegengesetzt werden. Das Widerstandsmodell umfasst an variablen Größen die Bewehrungsspannungen in den beiden Richtungen sowie die Spannung und die Orientierung der Betondruckstrebe. Die vier widerstehenden Komponenten können so gewählt werden, dass im Hinblick auf die einwirkenden Komponenten Gleichgewicht besteht. Hierbei ist eine widerstehende Komponente frei wählbar. Das Grundkonzept entspricht der *Compression Field Theory* [7]. Weiterhin besteht eine Analogie zur Schubbemessung bei Biegebalken, bei der die Orientierung der Betondruckstrebe vorab gewählt wird, um dann das Gleichgewicht zwischen gegebener Querkraft, Betondruckstrebenkraft, Bügelkraft sowie den Längskräften herzustellen.

Wird nun für die Bewehrungsspannung die Stahlfestigkeit gewählt, so können der erforderliche bezogene Bewehrungsgrad sowie die Spannung in der Betondruckstrebe in Abhängigkeit vom einwirkenden Spannungszustand und der Orientierung der Betondruckstrebe bestimmt werden. Die Minimierung des Bewehrungsgehalts führt bei einem orthogonalen Bewehrungsnetz auf eine Druckstrebenorientierung von 45° oder 135° , je nach Vorzeichen der Schubspannung [8]. Dieser Bemessungsansatz ist zunächst lokal, d. h. an einen lokalen Spannungszustand gebunden, führt dann

in der Gesamtschau zur erforderlichen Bewehrung für den Träger. Unter der Voraussetzung, dass die berechnete Spannung in der Betondruckstrebe die Betondruckfestigkeit nicht überschreitet, genügt die so erfolgte Bemessung den Bedingungen des erwähnten Grenzwertsatzes der Plastizität: der Spannungszustand ist im Hinblick auf die einwirkenden Lasten ein Gleichgewichtszustand und überschreitet nicht die Materialfestigkeit. Damit stellen die einwirkenden Lasten einen unteren Grenzwert der tatsächlichen Tragfähigkeit dar.

Die kinematische Verträglichkeit der dem Spannungszustand zuzuordnenden Verformungen bleibt wiederum unbeachtet. Dies entspricht dem Sachverhalt, dass auf der Widerstandsseite eine Komponente frei wählbar ist. Auch hier führt der skizzierte Ansatz i. d. R. zu einer Überbemessung. Die erheblichen Tragfähigkeitsreserven von Flächentragwerken infolge Spannungsumlagerungen bleiben auch hier unberücksichtigt.

5 Nichtlineare Modelle

5.1 Grundlagen

Die vorherigen Bemessungsmodelle beruhen auf linear elastischen Lösungen des Tragverhaltens. Die Bemessungsmodelle selbst beziehen aber lokal ein nichtlineares Materialverhalten – z. B. die beschränkte Zugfestigkeit des Betons und seine Rissbildung – in die Bemessung mit ein. Diese Methodenmischung ist nicht nur für die skizzierten Fäl-

le gebräuchlich, sondern wird allgemein praktiziert. Man betrachte z. B. Durchlaufträger und Rahmen aus Stahlbeton. Die statischen Berechnungen dazu beruhen i. d. R. auf der Annahme linear elastischen Verhaltens. Die Querschnittsbemessung setzt dagegen nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehungen von Beton und Bewehrungsstahl voraus. Allerdings dürfte das daraus resultierende Phänomen der Überbemessung bei Balken weniger ausgeprägt sein als bei Flächentragwerken.

Die Einschätzung der tatsächlichen Tragfähigkeit von Strukturen unter Berücksichtigung ihrer Grenzzustände erfordert grundsätzlich die Berücksichtigung von

- Gleichgewicht,
- nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen,
- kinematischer Verträglichkeit.

Die im Weiteren diskutierten Modelle werden mittels der Finite-Elemente-Methode (FEM) gelöst. Dies gründet auf der Diskretisierung von Verschiebungsfeldern mit den Knotenverschiebungen als Unbekannten. Als Beispiel der Diskretisierung siehe Bild 3. Damit ist die kinematische Verträglichkeit bereits im Ansatz gegeben. Das Gleichgewicht zwischen innerem Spannungszustand und äußeren Einwirkungen wird mit der FEM bekanntlich

in einem integralen Sinn erfüllt. Die Verbindung zwischen Spannungszustand und Verschiebungsfeldern wird schließlich durch Spannungs-Dehnungs-Beziehungen hergestellt.

Im vorliegenden Fall des wandartigen Trägers ist zu beachten, dass ein Verbundmaterial aus Bewehrung und Beton vorliegt. Für das orthogonale Bewehrungsnetz kann ein orthotropes Materialverhalten mit jeweils verschwindender Schubsteifigkeit und Querdehnzahl angenommen werden. In jeder der beiden Richtungen wird ein einaxiales elastoplastisches Verhalten mit den Kennwerten für Stahl angenommen. Dabei wird das Bewehrungsnetz verschmiert und liegt im Modell als spezielles „Blech“ vor. Der Bewehrungsgehalt wird durch die Blechdicke bestimmt. Der Bewehrungskomponente wird die Betonkomponente mit eigenen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen überlagert, was im Rahmen der FE-Methodik, die hier auf einer Integration über Flächen beruht, ohne weiteres möglich ist. Zur Vereinfachung werden ein starrer Verbund und damit dasselbe Verschiebungsfeld für Beton und Bewehrung angenommen.

Mit diesen Festlegungen ist die Modellierung im Wesentlichen unstrittig. Alternativen ergeben sich mit der genauen Festlegung der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Beton. Dazu sollen im Folgenden Alternativen betrachtet werden.

5.2 Ein Betonmodell mit beschränkter Zugfestigkeit

Zunächst wird ein linear elastisches Betonmodell mit beschränkter Zugfestigkeit betrachtet, wobei ein ebener Spannungszustand gegeben ist. Damit ist ein entsprechender Grenzzustand für die Zugfestigkeit zu definieren. Es wird das Kriterium nach Rankine gewählt, d. h. Zugversagen tritt auf, wenn eine Hauptspannung die Zugfestigkeit erreicht. Die Prüfung im Hinblick auf dieses Kriterium erfolgt für alle Integrationspunkte der FE-Diskretisierung. Mit der Rissentstehung wird eine Entfestigung mit abnehmenden Spannungen und zunehmenden Dehnungen angenommen. Dies wird mit einem verschmierten Rissmodell abgebildet [9]. Dabei werden Spannungs-Dehnungs-Beziehungen durch Beziehungen zwischen Rissbreiten und rissüberbrückenden Spannungen ersetzt. Es liegt das Konzept des fiktiven Risses (*fictitious crack*) zugrunde [10], eine erhebliche aber unumgängliche Vereinfachung der komplexen Vorgänge bei der Rissbildung, siehe Bild 8. Die Orientierung des Rissufers wird rechtwinklig zur risserzeugenden Hauptspannung angenommen.

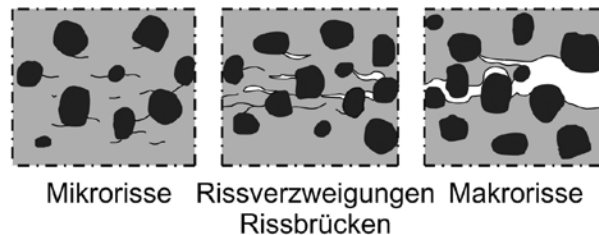
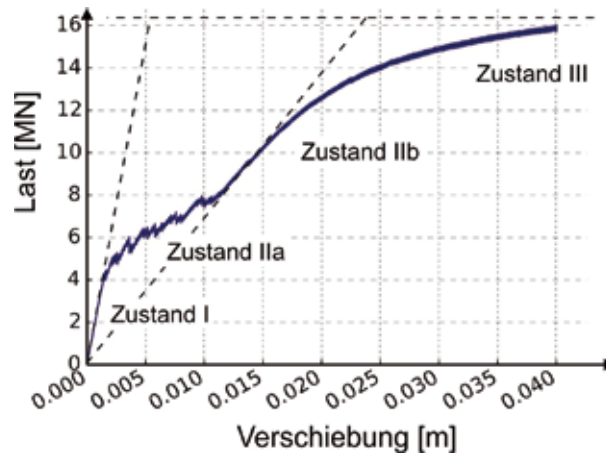


Bild 8
Phasen der Rissbildung
in mesoskopischer
Sicht

Bild 9
Modell mit beschränkter Betonzugfestigkeit:
Last-Verformungs-Diagramm des wandartigen Trägers



Das Konzept des fiktiven Risses impliziert auch eine Regularisierung [11], d. h. die grundsätzliche Netzabhängigkeit der Ergebnisse von der Feinheit der Diskretisierung bei Entfestigung ist vermieden. Weiterhin wird das Konzept des mitgedrehten Risses (*rotating crack*) verwendet, wobei sich die Rissorientierung mit der Orientierung der Hauptspannungen verändert.

Die Vor- und Nachteile des *rotating crack* gegenüber dem *fixed crack* können in der Kürze nicht weiter erörtert werden, für einen Einstieg sei auf [12] verwiesen. Mit diesem Rissmodell ergibt sich auch eine belastungsinduzierte Anisotropie, da die Tragfähigkeit parallel zum Riss im Modell nicht beeinträchtigt ist, solange die zweite Hauptspannung die Zugfestigkeit nicht erreicht. Erreicht sie die Zugfestigkeit, so tritt rechtwinklig zum ersten

ein zweiter Riss auf, der entsprechend wie der erste behandelt wird. Insgesamt deutet sich an, dass das vordergründig einfache Modell „linear elastisches Verhalten mit beschränkter Zugfestigkeit“ eine nicht unerhebliche Komplexität aufweist. Die Ergebnisse der Anwendung auf das Beispiel des wandartigen Trägers werden im Folgenden beschrieben.

Das Bild 9 zeigt das Last-Verformungs-Diagramm für die konzentrierte Einzellast. Die Bewehrung wird entsprechend einer Bemessung nach Abschnitt 4 gewählt. Dabei erfolgt zur Vereinfachung keine Bewehrungsstaffelung, d. h. die Stelle mit dem größten Bewehrungsbedarf ist im Wesentlichen durchgehend für den Bewehrungsgehalt maßgebend. Die Simulation selbst erfolgt mit verformungsgesteuerter inkrementeller Belastung. Im Grundsatz zeigt sich typisches Stahlbetonverhalten. Zunächst der Zustand I mit linearem Verlauf. Es folgt der Zustand IIa mit zunehmender Rissbildung. Die Sägezahncharakteristik ergibt sich aus der sequentiellen Rissbildung: Mit dem Auftreten eines Risses in einem Integrationspunkt der FE-Diskretisierung verliert das System an Steifigkeit und mit vorgegebener Verschiebung verringert sich die Reaktionskraft. Es folgt der Zustand IIb der abgeschlossenen Rissbildung. Dabei nimmt die Steifigkeit des Systems gegenüber dem Zustand der zunehmenden Rissbildung wieder deutlich zu. Schließlich ergibt sich der Zustand III mit dem Fließen der Bewehrung und dem allmählichen Erreichen der Traglast.

Der Übergang zwischen den verschiedenen Zuständen erfolgt aufgrund der Vielzahl der Risse und der großflächigen Bewehrungsbereiche nicht abrupt sondern allmählich. Bemerkenswert ist, dass die in der Simulation erreichte Traglast diejenige, die als Entwurfslast für die Bemessung der Bewehrung – ohne Berücksichtigung von Sicherheitsfaktoren – entsprechend Abschnitt 4 angenommen wurde, um ca. den Faktor 3 überschreitet.

Neben der Belastungsgeschichte einer einzelnen Stelle soll der gesamte Träger im zuletzt berechneten Zeitpunkt betrachtet werden. Bild 10 zeigt die Hauptspannungen der Betonkomponente. Insgesamt zeigt sich ein Druckgewölbe mit überwiegenden Druckspannungen und geringen Zugspannungen. Vereinzelt liegen die berechneten Hauptzugspannungen über der nominellen Zugfestigkeit, dies ist auf speziellen Ansatz der Gleichgewichtsiteration für dieses Modell zurückzuführen. Ausgeprägter sind große Hauptdruckspannungen. Sie ergeben sich, weil das Betonmodell zwar eine begrenzte Zugfestigkeit und damit eine Begrenzung der Zugspannungen vorgibt, aber keine Begrenzung der Druckspannungen. Was in Erweiterung des linear elastischen Ansatzes mit einem Rissmodell im Zugbereich darstellbar ist, führt im Druckbereich zu konzeptionellen Schwierigkeiten und ist deshalb hier nicht analog erfasst. Mit den deutlich zu großen Druckspannungen ergibt sich vermutlich auch eine deutliche Überschätzung der Traglast, wie sie sich aus dem Last-Verformungs-Diagramm ergibt.

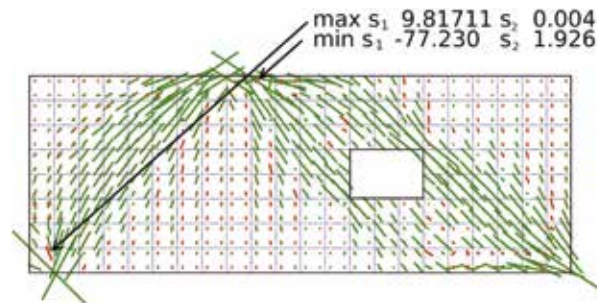


Bild 10
Modell mit beschränkter Betonzugfestigkeit:
Hauptspannungen
[MN/m²] der Betonkomponente

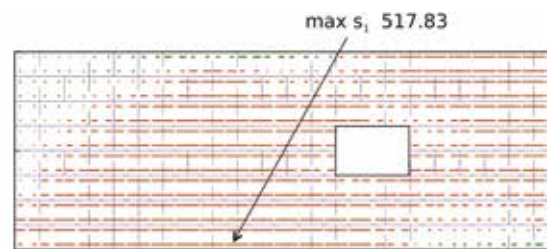


Bild 11
Modell mit beschränkter Betonzugfestigkeit:
Bewehrungsspannungen [MN/m²] horizontal

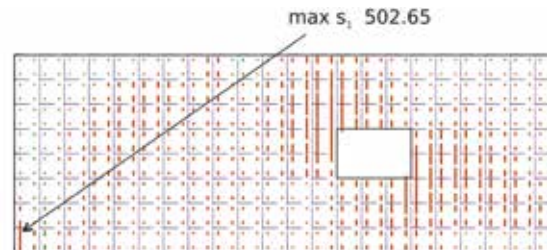


Bild 12
Modell mit beschränkter Betonzugfestigkeit:
Bewehrungsspannungen [MN/m²] vertikal

Dazu soll zur Vervollständigung das Bewehrungsverhalten betrachtet werden. Das Bild 11 zeigt die Spannungen der horizontalen Bewehrungskomponente. Es ergeben sich zwei großflächige Zug-

felder. Zum einen wird an der Unterseite das verschiebbliche linke Auflager mit dem unnachgiebigen rechten Auflager verbunden, zum anderen wird die Oberkante in die rechte Seite zurückgehängt. Hinzu kommt, dass die linke untere und rechte obere Ecke der Aussparung durch kleinere Zugfelder zusammengehalten werden. Dies geschieht im Zusammenwirken mit der vertikalen Bewehrungskomponente, deren Spannungen im Bild 12 gezeigt sind. Beide Bewehrungskomponenten überschreiten in weiten Bereichen die angenommene Fließgrenze von 500 MPa. Dazu ist im Modell eine geringe Verfestigung im Materialmodell des Bewehrungsstahls vorgesehen.

5.3 Ein Betonmodell mit isotroper Schädigung

Neben der beschränkten Zugfestigkeit des Betons ist auch seine beschränkte Druckfestigkeit zu berücksichtigen. Für den hier betrachteten ebenen Spannungszustand liegt die bekannte Grenzbedingung nach [13] vor, siehe Bild 13. Daneben ist wiederum das mehraxiale Spannungs-Dehnungs-Verhalten zu beschreiben. Die Grenzbedingung der Festigkeit sollte sich automatisch aus den nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen ergeben. Dies wird durch nichtlineare Konzepte wie Schädigung und Plastizität erreicht [8], [14], [15]. Diese werden generell als dreiaxiale Gesetzmäßigkeiten formuliert, der ein- und zweiaxiale Zustand ergeben sich als Sonderfälle. Hier soll das Schädigungskonzept einbezogen werden, als Beispiel entsprechenden einaxialen Verhaltens siehe Bild 14. Typisch ist das Entfestigungsverhalten mit abnehmenden Spannungen bei zunehmenden Dehnungen nach Erreichen eines maximalen Spannungswertes bzw. der Festigkeit. Risse werden i. d. R. nicht explizit dargestellt. Sie ergeben sich im Zugbereich als verschmierte Risse mit dem Spannungsabfall auf Null. Dazu bestehen verschiedene Regularisierungsansätze [11], [16].

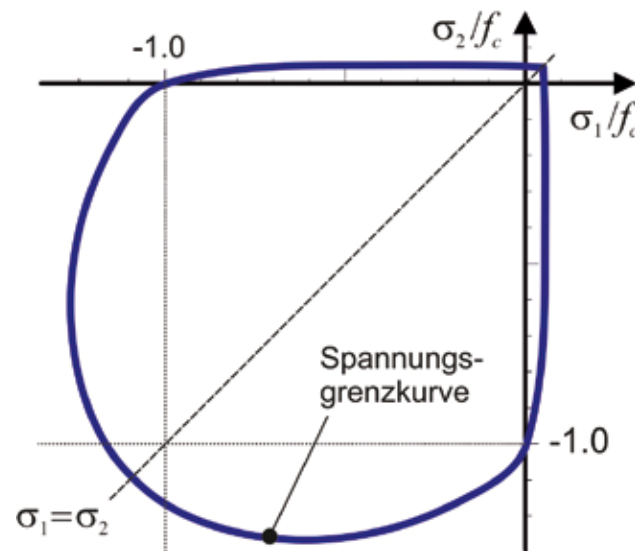


Bild 13
Zweiaxiale Grenzbedingung der Betonfestigkeit nach [13]

Ein erster Ansatz besteht mit der isotropen Schädigung, die sich relativ einfach formulieren lässt. Isotrop bedeutet, dass z. B. nach einer einaxialen Beanspruchung mit großer Schädigung und

geringer Resttragfähigkeit die Resttragfähigkeit in der unbelasteten Querrichtung in gleicher Weise vermindert ist. Damit kann die bereits erwähnte belastungsinduzierte Anisotropie nicht dargestellt werden: wird eine Stelle weit in den Entfestigungsbereich hinein auf Zug beansprucht, so kann nach diesem Modell in der Querrichtung entsprechend wenig Druck aufgenommen werden. Die Formulierung anisotroper Schädigungsmodelle ist erfahrungsgemäß komplex. Dies gilt entsprechend für anisotrope Plastizitätsmodelle. Gebräuchlich sind daher isotrope Modelle. Hier wird das Schädigungsmodell nach [17] verwendet. Für die Regularisierung und als Iterationshilfe wird der Ansatz nach [18] verfolgt.

Gegenüber dem vorherigen Modell des wandartigen Trägers erfolgt einzig der Austausch der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der Betonkomponente. Ansonsten erfolgt die Berechnung in gleicher Weise. So zeigt das Bild 15 das Last-Verformungs-Diagramm der konzentrierten Einzellast. Nach wie vor zeigt sich die Sägezahncharakteristik infolge Steifigkeitsverlusts durch Rissbildung. Der Vergleich mit Bild 9 zeigt, dass die Rissbildung etwa bei derselben Last einsetzt. Dagegen ergibt sich kein Zustand abgeschlossener Rissbildung, Der Träger geht nach dieser Rechnung insgesamt in eine Entfestigung mit abnehmender Reaktionskraft bei zunehmender Verformung über. Immerhin liegt die erreichte Maximallast noch deutlich über der Entwurfslast für den Grenzzustand der Tragfähigkeit.

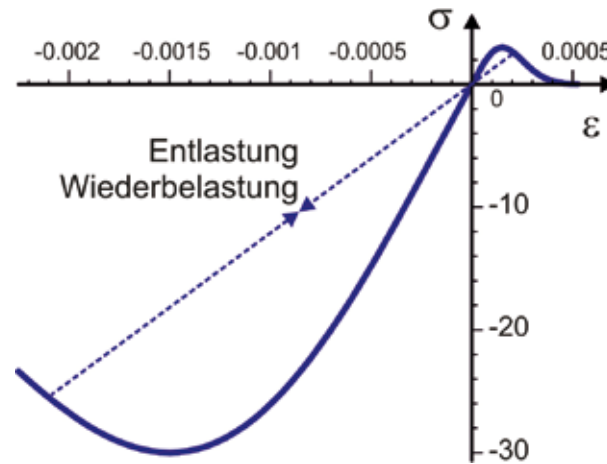


Bild 14
Einaxiale Spannungs-
Dehnungs-Beziehungen
mit Schädigungsansatz

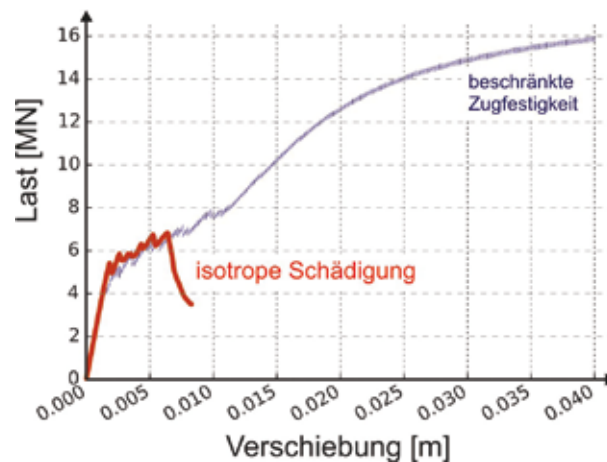
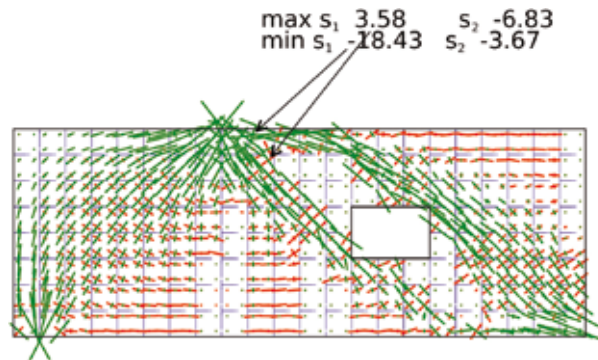


Bild 15
Betonmodell mit isotro-
per Schädigung: Last-
Verformungs-Diagramm
des wandartigen
Trägers

Das Bild 16 zeigt die berechneten Betonspannungen im Zeitpunkt der maximalen Last. Die zweiaxiale Spannungsgrenzbedingung nach Bild 13 ist eingehalten. Es bildet sich wiederum ein Druck-

Bild 16

Betonmodell mit isotroper Schädigung: Hauptspannungen [MN/m²] der Betonkomponente



gewölbe, wobei aber im unterschiedlich zu Bild 10 vermehrt kombinierte Hauptspannungskombinationen mit Druck und Zug auftreten. Die spannungsfreien Bänder ausgehend von der Unterkante Feldmitte und der Oberkante rechts entsprechen einer weitgehenden Rissbildung. Das Versagen tritt bei diesem Modell durch zunehmendes Abscheren an der rechten Seite und damit einhergehender Einschnürung der unteren rechten Betondruckzone auf. Dabei erreicht die Bewehrung an keiner Stelle den Fließzustand. Dessen ungeachtet schert der Träger letztendlich entlang der rechten Kante vollständig ab, was mit einer weitgehenden Reduktion der Reaktionskraft verbunden ist.

Während das Betonmodell mit beschränkter Zugfestigkeit offensichtlich zu einer Überschätzung der Traglast führt, ergibt das isotrope Schädigungsmodell vermutlich eine zu geringe Einschätzung. Als Ursache deutet sich die Vernachlässigung der belastungsindizierten Anisotropie an.

5.4 Ein Microplane-Modell für Beton

Die methodisch einfachste Möglichkeit zur Berücksichtigung der belastungsindizierten Anisotropie besteht mit dem Microplane-Modell [19], [20]. In der gebräuchlichen Version wird in einem Materialpunkt ein tensorieller (doppelt indizierter) Dehnungszustand mit Bezug zu einer Ebene – definiert durch eine Normale bzw. Orientierung – in einen vektoriellen (einfach indizierten) Dehnungszustand überführt (*kinematic constraint*). Dem vektoriellen Dehnungszustand wird mit relativ einfachen Beziehungen – dazu können vereinfachte Formalismen von Plastizität und Schädigung verwendet werden – ein vektorieller Spannungszustand zugeordnet. Dies wird für alle Orientierungen, die geometrisch eine Einheitskugel aufspannen, durchgeführt. Schließlich wird die Gesamtheit aller Spannungsvektoren mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit bzw. über integrales Gleichgewicht mittels Integration über die Einheitskugel in einen Spannungstensor mit doppelt indizierten Spannungskomponenten überführt. Praktisch wird die Einheitskugel durch einen Polyeder angenähert. Die Integration erfolgt damit über eine endliche Zahl von Dreiecksfacetten. Im Hinblick auf Anisotropie können die vektoriellen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen in Abhängigkeit von der Ebenenorientierung oder auch von der Belastungsvorgeschichte der jeweiligen Ebene eingestellt werden. Bei der Übertragung auf doppelt indizierte Größen ergeben sich automatisch anisotrope Zusammenhänge.

Die Methode lässt sich problemlos kapseln, in gleicher Form wie sonst werden Dehnungen vorgegeben und zugehörige Spannungen bestimmt. Dies wird ähnlich der Version [21] für den wandartigen Träger wiederum auf die Betonkomponente angewendet. Die Regularisierung erfolgt wie bei der isotropen Schädigung. Das entsprechende Last-Verformungs-Diagramm der konzentrierten Einzellast ist im Bild 17 dargestellt. Die Rissbildung beginnt auf etwas geringerem Niveau wie in den Fällen vorher. Der Zustand zunehmender Rissbildung ist stark ausgeprägt, dagegen ist kein offensichtlicher Zustand abgeschlossener Rissbildung mit wieder zunehmender Steifigkeit erkennbar, vgl. Bild 9. Wiederum zeigt sich abruptes Versagen mit ausgeprägter Entfestigung, immerhin liegt die Traglast um ca. das Doppelte über der Entwurfslast für den Grenzzustand der Tragfähigkeit. Das Bild 18 zeigt wiederum die berechneten Betonspannungen nahe dem Zeitpunkt der maximalen Last. Wie vorher ergibt sich auch hier das Druckgewölbe mit kombinierten Hauptspannungskomponenten von Druck und Zug. Die zweiaxiale Festigkeitsbedingung entsprechend Bild 13 ist an allen Stellen eingehalten. Unterschiedlich zu Bild 16 ergeben sich die spannungsfreien Betonelemente, die sich i. d. R. im weitgehend geschädigten Zustand befinden, in flächiger Ausbreitung. Dies kann auf das höhere Lastniveau zurückgeführt werden. Das endgültige Versagen tritt auch mit diesem Materialmodell durch zunehmendes Abscheren des Trägers am rechten Rand ausgehend vom gezogenen oberen Rand und

durch Einschnürung der Betondruckzone rechts unten auf. Dabei erreicht auch hier die Bewehrung nicht die Fließgrenze.

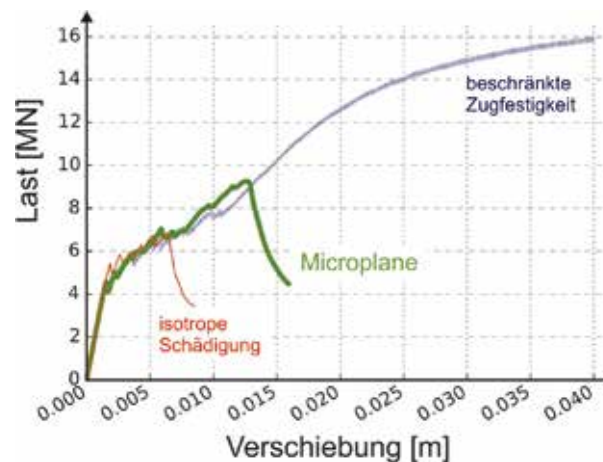


Bild 17
Microplane-Modell
für Beton: Last-Verformungs-Diagramm des wandartigen Trägers

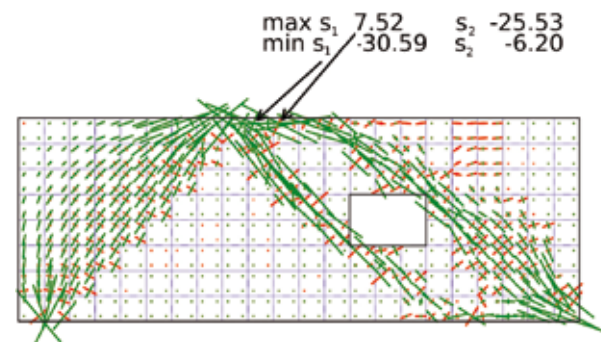


Bild 18
Microplane-Modell
für Beton: Hauptspannungen [MN/m²] der Betonkomponente

6 Zusammenfassung

Welches ist jetzt die richtige Lösung? Die Frage ist grundsätzlich nicht zu beantworten. Ungeachtet vom jeweiligen Rechenaufwand kann man fragen, welches die am besten zutreffende Lösung ist. Im Sinne des bereits erwähnten Grenzwertes der Plastizitätstheorie ergibt die Betonmodellierung mit dem Microplane-Modell eine untere Grenze der Traglast, da ein Gleichgewichtssystem vorliegt und die Grenzbedingungen der Materialfestigkeit eingehalten werden. Als Zugabe werden die kinematischen Verträglichkeitsbedingungen erfüllt, damit ergibt sich auch die Abschätzung der tatsächlich auftretenden Verformungen. Das Modell mit beschränkter Betonzugfestigkeit führt offensichtlich auf eine obere Grenze der Traglast, entsprechend der unteren Grenze für einen wesentlichen festeren Beton als C40. Damit bleibt eine erhebliche Spannbreite offen. Dass sich die tatsächliche Lösung nahe der unteren Grenze befindet, erscheint fraglich. Der Bewehrungsgehalt des Systems ist nicht übermäßig groß und man erwartet doch, dass die Fließgrenze der Bewehrung erreicht wird. Dies sollte wiederum mit höheren Lasten und einem duktilen Tragwerksverhalten verbunden sein.

Es gibt also einerseits noch Raum für eine verbesserte Modellbildung – diese existiert vielleicht schon, ohne dass der Autor sie identifiziert hat –, andererseits würde ein realer Versuch am wandartigen Träger vermutlich mehr Klarheit in die Vielfalt der Vermutun-

gen bringen. Dies ist leider mit der Zumutung eines erheblichen Aufwandes verbunden, sofern überhaupt Pressen im Bereich deutlich > 10 MN zur Verfügung stehen. Dessen ungeachtet sei eine letzte Vermutung erlaubt: Die konventionelle Bemessung von Flächen-tragwerken auf der Grundlage der Elastizitätstheorie führt zu erheblichen Sicherheitsreserven, oder – in anderer Sichtweise – die konventionelle Bemessung nutzt die potentiellen Ressourcen der Bauweise, wie man sagt, nicht nachhaltig aus.

Literatur

- [1] Leonhardt, F.; Mönning, E.: Vorlesungen über Massivbau, Teil 2: Sonderfälle der Bemessung im Stahlbetonbau. 3. völlig Neubearb. u. erw. Aufl., Berlin Heidelberg: Springer, 1986
- [2] DAfStb (Hrsg.): Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen. In: Schriftenreihe des DAfStb, Heft 240, Berlin: Ernst & Sohn, 1991
- [3] CEB-FIP (Ed.): Practitioners' guide to finite element modelling of reinforced concrete structures. Lausanne: International Federation for Structural Concrete FIB, 2008
- [4] CEB-FIP (Ed.): Model Code for Concrete Structures 2010. Lausanne: International Federation for Structural Concrete (FIB), 2012
- [5] Kemmler, R.; Ramm, E.: Modellierung mit der Methode der Finiten Elemente. In: Eibl, J. (Hrsg.): Betonkalender 2001, Bd. II, Berlin: Ernst & Sohn, 2001, 143–208

- [6] Schlaich, J.; Schäfer, K.: Konstruieren im Stahlbetonbau. In: Eibl, J. (Hrsg.): Betonkalender 2001, Bd. II, Berlin: Ernst & Sohn, 2001, 311–492
 - [7] Vecchio, F.; Collins, M.: The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. *ACI Journal* 83 (1986), 219–231
 - [8] Häussler-Combe, U.: Computational Methods for Reinforced Concrete Structures. Berlin: Ernst & Sohn, 2014
 - [9] Bažant, Z. P.; Oh, B. H.: Crack band theory for fracture of concrete. *Materials and Structures* 16 (1983), 155–177
 - [10] Hillerborg, A.: Numerical methods to simulate softening and fracture of concrete. In: Sih, G. C.; DiTommaso, A. (Eds.): *Fracture mechanics of concrete: Structural application and numerical calculation*, New York: Springer, 1985, 141–170
 - [11] Häussler-Combe, U.: Zur Verwendung von Stoffgesetzen mit Entfestigung in numerischen Rechenverfahren. *Bauingenieur* 82 (2007) 6, 286–298
 - [12] Willam, K.; Pramono, E.; Sture, S.: Fundamental issues of smeared crack models. In: Shah, S. P.; Swartz, S. E. (Eds.): *Fracture of concrete and rock*, New York: Springer, 1989, 142–157
 - [13] Kupfer, H.; Hilsdorf, H.: Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses. *ACI Journal* 66 (1969), 656–666
 - [14] Jirásek, M.; Bažant, Z. P.: *Inelastic Analysis of Structures*. New York: John Wiley & Sons, 2001
 - [15] Lemaitre, J.; Desmorat, R.: *Engineering Damage Mechanics*. Berlin: Springer, 2005
 - [16] Jirásek, M.: Nonlocal models for damage and fracture: comparison of approaches. *International Journal of Solids and Structures* 35 (1998), 4133–4155
 - [17] Häussler-Combe, U.; Hartig, J.: Formulation and numerical implementation of a constitutive law for concrete. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 43 (2008) 5, 399–415
 - [18] Needleman, A.: Material Rate Dependence and Mesh Sensitivity in Localization Problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 67 (1988) 69–85
 - [19] Bažant, Z.; Prat, P.: Microplane Model for Brittle Plastic Material: I. Theory, II. Verification. *Journal of Engineering Mechanics* 114 (1988), 1672–1702
 - [20] Ožbolt, J.; Li, Y.; Kozar, I.: Microplane Model for Concrete with Relaxed Kinematic Constraint. *International Journal of Solids and Structures* 38 (2001), 2683–2711
 - [21] Leukart, M.; Ramm, E.: Identification and Interpretation of Microplane Material Laws. *Journal of Engineering Mechanics* 132 (2006), 295–305
- Alle Grafiken wurden vom Autor erstellt, so weit nicht anders vermerkt.