

11 Verhalten von Verbundträgern im Gebrauchszustand – Simulation und Messung

Dipl.-Ing. Frank Hannawald

Lehrstuhl für Stahlbau, Institut für Stahl- und Holzbau, TU Dresden

11.1 Einleitung

Die Stahl-Beton-Verbundbauweise hat sich in den letzten Jahren als fester Bestandteil des Straßen-Brückenbaus im mittleren und großen Spannweitenbereich etabliert. Eine Vielzahl von Bauwerken aus jüngerer Zeit lassen eindrucksvoll die Vorteile und Möglichkeiten dieser Bauweise erkennen. Neben dem ästhetischen Anspruch, dem diese Konstruktionen durch ihre individuellen Gestaltungsmöglichkeiten in Form und Farbe gerecht werden, sind es für den planenden Ingenieur vor allem der werk-stoffspezifische Einsatz der Verbundmaterialien, das vergleichsweise geringe Konstruktionseingewicht sowie die vielfältigen Möglichkeiten bei der Herstellung, welche den Brücken ein breites Anwendungsspektrum eröffnen. Patentierte innovative Konstruktionen und Typenentwürfe von Verbundbrücken unterstützen die Anwendung, indem sie Bemessungshilfen zur Verfügung stellen, und damit den rechnerischen Zugang zu dieser Bauweise aufzeigen und erleichtern.



Bild 11.1: Überführung der B 4 über die A 73 in der Nähe von Coburg – Rahmenbrücke in Verbundbauweise
(Quelle: GMG Ingenieurpartnerschaft)

Neben der ausreichenden Tragsicherheit sind für ein modernes Brückenbauwerk vor allem die Dauerhaftigkeit und die Gebrauchstauglichkeit der Konstruktion über den gesamten Nutzungszeitraum von Bedeutung. Maßgebend wird das Tragverhalten durch die Langzeiteigenschaften des Betons und der Verbindungsmittel zwischen den Verbundwerkstoffen geprägt.

Mit der Forschung zur Tragfähigkeit von Materialien und Verbindungen werden auch im Brückenbau zunehmend schlankere sowie materialsparendere Konstruktionen möglich. Die Praxis zeigt jedoch, dass ein Großteil aktueller Schäden auf zu große Rissbreiten, unzureichende Vorhersagegenauigkeiten der Soll-Gradienten sowie auf unzulässig große Schwingungen zurückzuführen ist. Demzufolge bewegt man sich bei der Gebrauchstauglichkeit gelegentlich in Bereichen, die als kritisch zu bewerten sind und genauere Kenntnisse über die Werkstoffeigenschaften erfordern.

Das zeitabhängige Materialverhalten von Verbundträgern wird durch verschiedene innere und äußere, sich gegenseitig beeinflussende Faktoren bestimmt. Dies erfordert ein spezielles Vorgehen bei der Nachweisführung im Gebrauchszustand. Es werden Lösungsverfahren vorgestellt, welche die Effekte auf unterschiedliche Art und Weise abbilden und bei der Bemessung verschieden genau erfassen. Der damit verbundene Modellierungs- und Rechenaufwand wird im Hinblick auf die Vorhersagegenauigkeit bewertet. Im Anschluss daran wird ein speziell für diese Problematik entwickelter Algorithmus vorgestellt, der eine komplexe Betrachtung des zeitabhängigen Lastprozesses von der Herstellung bis zum Ende eines Nutzungszeitraumes ermöglicht. Abschließend werden an der Unionbrücke Dresden-Radebeul gemessene Hauptträgerverformungen mit rechnerischen Prognosen einer Bemessung nach DIN-Fachbericht 104 sowie eigenen Simulationsrechnungen verglichen. Gegenstand der Untersuchungen sind verschiedene Bau- und Lastzustände.

11.2 Einflüsse auf den Systemzustand

11.2.1 Überblick

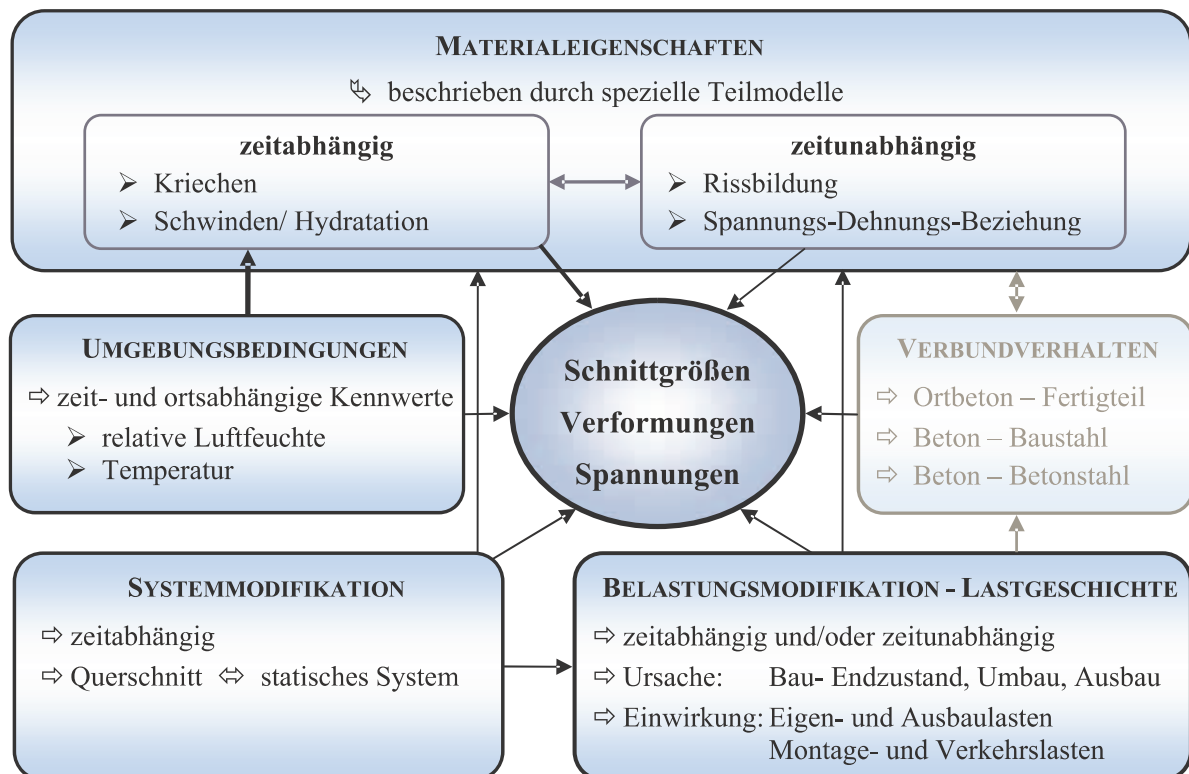


Bild 11.2: Einflüsse auf den Systemzustand und deren Zusammenwirken – Überblick

Stahl-Beton-Verbundkonstruktionen sind während ihrer Herstellungs- und Nutzungsdauer einer Vielzahl z. T. zeitveränderlicher Einflüsse ausgesetzt. Diese resultieren aus dem Verhalten der Verbundpartner und deren Verbindungsmittel in Wechselwirkung mit der Bauteil- und Querschnittsgeometrie, herstellungsspezifischen Systemveränderungen, veränderlichen äußeren Beanspruchungen sowie den Umgebungsbedingungen (Bild 11.2).

Nachfolgend werden für Verbundträger im Gebrauchszustand charakteristischen Einflussparameter beschrieben, die den zeitabhängigen Verlauf der Beanspruchungskenngrößen (Schnittgrößen, Verformungen und Spannungen) beeinflussen. Die Betrachtungen beschränken sich auf Verbundträger mit starrem Verbund.

11.2.2 Materialeigenschaften

Baustahl kann im Gebrauchszustand von Verbundbrücken als elastisches Material mit zeitunabhängigen Materialkennwerten angesehen werden; Beton ist dagegen ein viskoelastisches Material mit zeitabhängigem Materialverhalten und größeren Unschärfen. Die Beanspruchungen des Betonstahls werden durch Rissbildungen im Betongurt zusätzlich beeinflusst – es wird zunächst elastisches Werkstoffverhalten postuliert. Das Werkstoffverhalten kann durch spezielle Teilmodelle beschrieben werden, wobei deren Auswahl maßgeblichen Einfluss auf den sich einstellenden Beanspruchungszustand hat.

Schwinden und Kriechen

Unter konstanter Beanspruchung nehmen Kriechdehnungen monoton zu, allerdings mit abnehmender Geschwindigkeit. Für die Berechnung wird eine Spannungs-Dehnungs-Linearität angenommen, deren Anwendung auf den Druckspannungsbereich $\sigma_c \leq 0,4 \cdot f_c(t_0)$ begrenzt ist. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, das nichtlineare Anwachsen der Kriechverformungen durch Multiplikation mit einer Exponentialfunktion im Bereich von $0,4 \cdot f_c(t_0) < \sigma_c \leq 0,6 \cdot f_c(t_0)$ abzuschätzen. Ändert sich im Untersuchungszeitraum die Gesamtbeanspruchung, wird unter Annahme der Gültigkeit des Boltzmannschen Überlagerungsgesetzes der Kriechprozess in Teilkriechprozesse konstanter Beanspruchungen zerlegt. Die resultierenden Schnittgrößen setzen sich dann aus der Summe aller Teilprozesse zusammen (Bild 11.3). Analog zum Kriechen werden die lastunabhängigen Schwinddehnungen mittels einer über die Zeit veränderlichen Funktion beschrieben.

Im Hinblick auf die universelle Anwendbarkeit erfolgt die Formulierung dieser komplexen Vorgänge i.d.R. durch Kriech- und Schwindansätze, die sich auf allgemein zugängliche Geometrie-, Material- und Umgebungsparameter (Form des Betonquerschnittes, Zementart, relative Luftfeuchte der Umgebung, Erstbelastungsalter etc.) beziehen. Zu beachten ist, dass die Ansätze für Schwinden und Kriechen einaxiale Stoffgesetze darstellen. Das Langzeitverhalten unter mehraxialer Beanspruchung ist bisher wenig erforscht, die bekannten Versuche [2] weisen jedoch Abweichungen von den eindimensionalen Verläufen auf. Das Schwinden und Kriechen eines Betonquerschnittes verursacht infolge der Verformungsbehinderung durch andere Querschnittsteile (Bau- und Bewehrungsstahl sowie weitere Betonquerschnitte) Umlagerungen im Querschnitt, welche in statisch unbestimmten Konstruktionen neben Verformungsänderungen auch Schnittgrößenumlagerungen am Gesamtsystem (sekundäre Beanspruchungen) hervorrufen.

Spannungs-Dehnungs-Beziehungen

Für den Bau- und Betonstahl wird mit der eingangs genannten Beschränkung auf das Gebrauchslastniveau eine linear elastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung verwendet. Dies gilt im ungerissenen Zustand ebenfalls für den Beton.

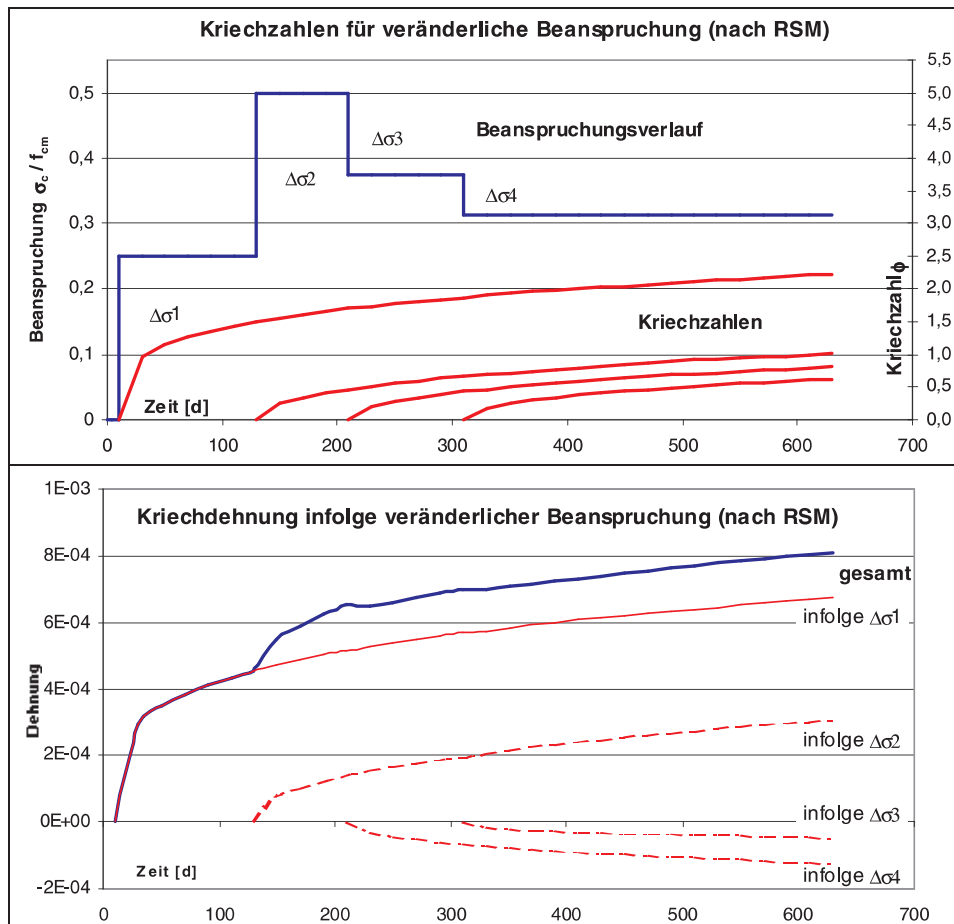


Bild 11.3: Beispiel für die Ermittlung der Kriechdehnung am Betonkörper unter veränderlicher Beanspruchung (Quelle [1])

Rissbildung

Eine Begrenzung der sich einstellenden Rissbreiten ist für den Korrosionsschutz des Betonstahls unerlässlich. Im gezogenen Betongurt ist die Rissbildung abhängig von der wirksamen Zugfestigkeit des Betons sowie der Verbundwirkung zwischen Bewehrungsstahl und Beton. In den Rissen werden die Zugkräfte vom Betonstahl allein aufgenommen und über Verbundspannungen wieder in den Beton zwischen den Rissen eingeleitet. Damit beteiligt sich der Beton auch in gerissenen Bereichen an der Aufnahme der Zugkräfte im Betongurt. Auf Gebrauchslastniveau kann diese Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen als Zugversteifung (Tension-Stiffening) Berücksichtigung finden. Infolge der Rissbildung treten lokale Steifigkeitsverringerungen auf, welche am Gesamtsystem Verformungsänderungen sowie den Abbau von lastunabhängigen Eigenspannungszuständen verursachen. An statisch unbestimmten Systemen wird auch der Schnittkraftverlauf beeinflusst, damit verändert die Rissbildung im Betongurt die Auswirkungen des Schwindens und Kriechens.

11.2.3 System- und Belastungsmodifikationen

Herstellungs- und Sanierungsprozesse von Bauwerken stellen, z. T. dem Bauverfahren geschuldet, eine Zeitfolge von System- und Lastwechseln dar.

Die Systemmodifikationen sind charakterisiert durch das Hinzufügen, Ergänzen oder Entfernen von:

- Querschnittsteilen (Ortbetonerfüllung auf Fertigteilen, nachträgliche Verstärkungen),
- Stäben, Lagerungsbedingungen (Taktchiebeverfahren, Betonieren auf Hilfsstützen)
- und/oder Gelenken (Herstellen der Durchlaufwirkung eines Trägersystems).

Die Auswirkungen auf den Schnittkraft- und Verformungszustand lassen sich am Beispiel der Querschnittsmodifikationen veranschaulichen: Das Hinzufügen erfolgt für den betreffenden Teilquerschnitt spannungs- und dehnungslos. Dagegen müssen beim Entfernen die Spannungen zu beseitigender Querschnittsteile auf den verbleibenden Querschnitt umgelagert werden. Je nach Größe der Spannungsumlagerungen wird sich gegebenenfalls ein neues Rissbild einstellen.

In Abhängigkeit von der Einwirkungsdauer der Beanspruchung ist es sinnvoll, diese als kriechwirksam oder nicht kriechwirksam einzustufen. Beispielsweise stellt die Überfahrt eines Schwerlasttransporters eine kurzzeitige Einwirkung dar, welche keinen Kriechprozess aktiviert. Sie kann jedoch Veränderungen am Risszustand zur Folge haben und damit indirekt Einfluss auf das weitere Langzeitverhalten nehmen.

11.2.4 Umgebungsbedingungen

Die Umgebungsbedingungen Temperatur und relative Luftfeuchtigkeit beeinflussen sowohl das Schwinden als auch das Kriechen der Betongurte. Sie bestimmen vor allem im jungen Betonalter maßgebend den Funktionsverlauf infolge Trocknungsfließens im Bauteil. Bei der Untersuchung von Bauabschnitten komplexer Herstellungsprozesse haben sie damit einen wesentlichen Einfluss auf die Entwicklung der Eigenspannungszustände und die sukzessive Rissbildung im Beton. Für die Prognose längerfristiger Auswirkungen des Schwindens und Kriechens sind sie dagegen von untergeordneter Bedeutung.

11.3 Berechnungsverfahren

11.3.1 Überblick

Für die Berechnung von Stahl-Beton-Verbundträgern stehen verschiedene Rechenmodelle zur Verfügung (Bild 11.4), die die zuvor genannten Effekte unterschiedlich genau abbilden. Die bekanntesten sind das Gesamtquerschnittsverfahren nach HÄNSEL [3] und das Teilquerschnittsverfahren nach SATTLER [4]. Parallel dazu existieren Verfahren, welche die Querschnitte im Hinblick auf die numerische Erfassung nichtlinearen Materialverhaltens weiter zerlegen. In Schichtenmodellen ebener Stabwerke werden die Querschnitte senkrecht zur Bezugsachse in horizontale Schichten unterteilt [5]; die Finite-Element-Methode ermöglicht für räumliche Strukturen darüber hinaus das Auflösen der Querschnitte in Fasern (Fasermodele, z. B. [6], [7]). Im weitesten Sinne kann man diese als eine Sonderform des Teilquerschnittsverfahrens betrachten. Weiterhin gibt es noch das in seiner Anwendung sehr begrenzte grafisch-analytische Kriechfaserverfahren nach BUSEMANN [8].

Die Auswahl eines geeigneten Berechnungsverfahrens zur Berücksichtigung der Einflüsse aus Schwinden und Kriechen ist abhängig von den speziellen konstruktiven und herstellungstechnischen Besonderheiten des Bauwerkes. Die im Folgenden beschriebenen Verfahren sollen einen Überblick über die prinzipiellen Lösungsmöglichkeiten geben. Es wird der Fragestellung nachgegangen, welche der

im Abschnitt 11.2 genannten Effekte wie genau erfassbar sind und wie groß der damit verbundene Modellierungs- und Rechenaufwand ist. Die zeitliche Abbildung des gesamten Prozesses lässt zudem erkennen, inwieweit die Anpassung an tatsächliche Bauabläufe im Hinblick auf die Beurteilung kritischer Zustände möglich ist.

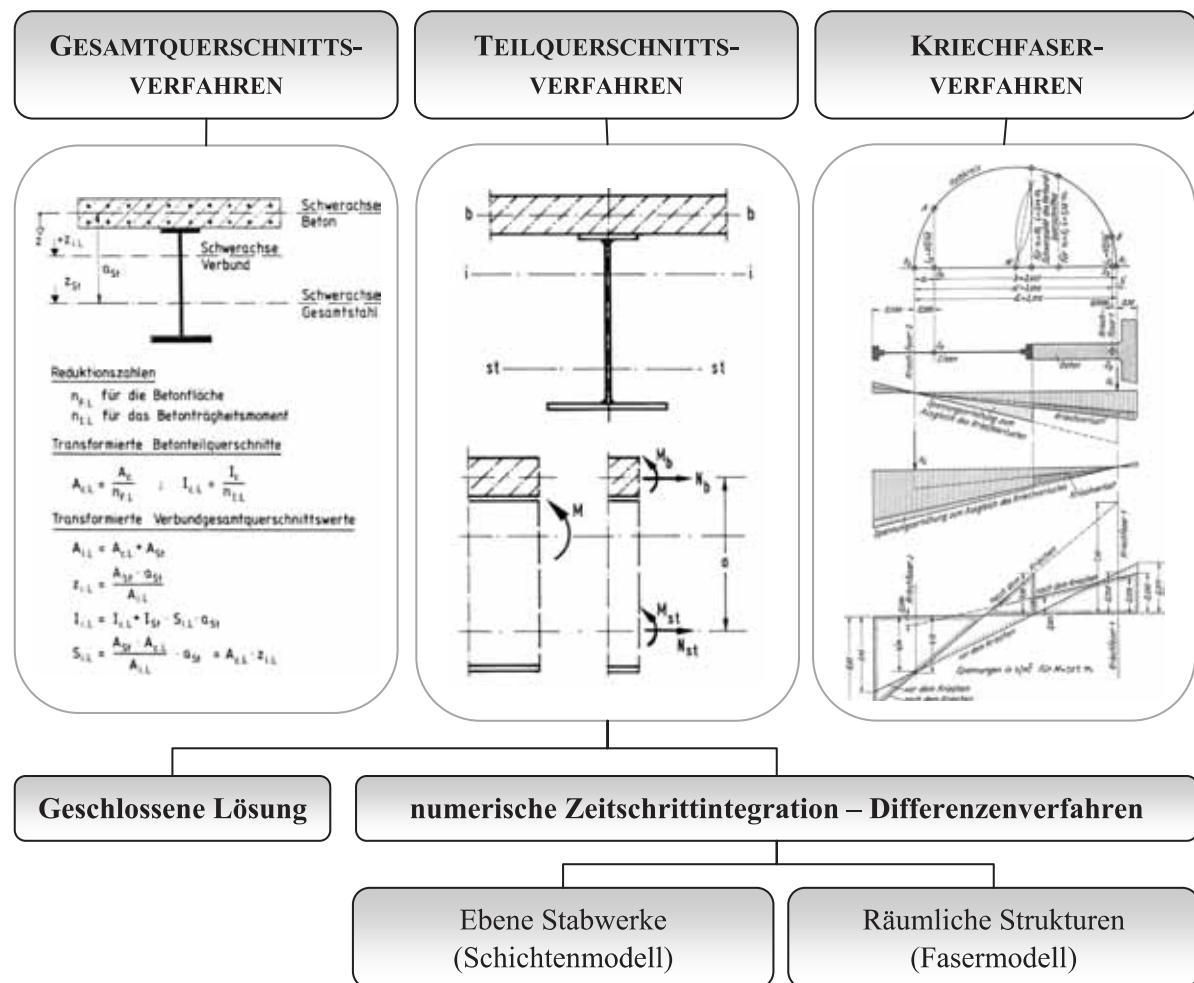


Bild 11.4: Verfahren zur Berechnung des zeitabhängigen Systemverhaltens – Überblick

11.3.2 Gesamtquerschnittsverfahren

Das bekannteste Verfahren zur Berechnung von Verbundträgern unter Beachtung der Einflüsse aus Schwinden und Kriechen ist das Gesamtquerschnittsverfahren. Es bildet die Grundlage der Lösungsansätze „einfacher“ überschaubarer Konstruktionsformen sowohl in DIN 18800, Teil 5 als auch in EC 4-2 bzw. DIN-Fachbericht 104.

Der Ansatz basiert auf folgender Grundidee: Das Langzeitverhalten des Betons wird durch eine Abminderung der Betonquerschnittswerte erfasst. Je nach Art der Einwirkung und deren Zeitverlauf - zeitlich konstant, zeitlich veränderlich, Betonschwinden, eingeprägte Verformungen - werden von Kriechzahlen abhängige Reduktionszahlen für den Betongurt bestimmt. Mit den Reduktionszahlen ermittelt man dann ideelle Gesamtquerschnittswerte, welche die Grundlage weiterer Berechnungen sind.

Für die Ermittlung von Schnittgrößen, Verformungen und Spannungen bedeutet dies, dass je Einwirkung eine zugeordnete Steifigkeitsverteilung der Querschnitte im System zu untersuchen ist. Unter Zuhilfenahme eines Stabwerkprogramms kann die Berechnung von Schnittgrößen und Verformungen erfolgen, das Gesamtergebnis setzt sich aus der Summation über alle Wirkungsgrößen zusammen. Damit ist dieses Verfahren für einfache Systeme ohne spezielle Rechenprogramme anwendbar. Sollen Bauzustände oder Belastungswechsel, z. B. die Herstellung einer Fahrbahnplatte in Betonierabschnitten, Beachtung finden, wächst der Arbeitsaufwand mit der Anzahl der zu untersuchenden Systeme erheblich an.

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde der Aspekt der Rissbildung, der eine physikalische Nichtlinearität darstellt, im Betongurt ignoriert. Wird die Zugfestigkeit im Betonquerschnitt überschritten, muss das Gleichgewicht des Systems wiederhergestellt werden. Dies steht aber im Widerspruch zu der angewendeten Superposition der Schnittgrößen, Verformungen und Spannungen einzelner Einwirkungen, welche bei nichtlinearen Berechnungen unzulässig ist. Demzufolge lässt sich die sukzessive Rissbildung der Betongurte mit dem Gesamtquerschnittsverfahren nicht erfassen. Aus diesem Grund ist für praktische Berechnungen das Verfahren an die Festlegung gerissener Bereiche (z. B. $0,15 \cdot l_E$ nach EC 4-2 beidseits der Stützen von Durchlaufträgern nahezu gleicher Feldweiten) gebunden.

11.3.3 Teilquerschnittsverfahren

Grundgedanke des Teilquerschnittsverfahrens ist die Verteilung der am Gesamtquerschnitt des Verbundträgers vorhandenen Schnittgrößen Normalkraft und Moment auf die Teilquerschnitte Beton und Gesamtstahl. Bezugsachsen sind jeweils die Schwereachsen der Teilquerschnitte bzw. des Gesamtquerschnittes.

Ursprünglich geht die Beschreibung dieses Problems auf Sattler zurück [4]. Die zeitabhängigen differentiellen Verformungsänderungen und Schnittgrößenumlagerungen werden durch ein lineares Differentialgleichungssystem beschrieben. Eine geschlossene Lösung lässt sich nur für Systeme mit zeitlich konstanten Steifigkeiten und Belastungsverhältnissen, sowie unter der Annahme zeitlicher Affinität der Schwind- und Kriechansätze (Schwindbeginn $t_S =$ Erstbelastungsalter t_0) ermitteln. Die Entkopplung des Differentialgleichungssystems gelingt nur unter Vernachlässigung der Änderung der Momentenanteile im Betongurt. Die Berechnung erfolgt dann in zwei Schritten: zunächst werden die Umlagerungen im Querschnitt erfasst, und anschließend für statisch unbestimmte System die resultierenden Schnittkraftkorrektur z. B. mit der Kraftgrößenmethode bestimmt.

Eine Näherungslösung für den (in seiner Anwendung sehr begrenzten) geschlossenen Lösungsansatz gelingt durch das Differenzenverfahren. Dazu wird der untersuchte Zeitbereich in Intervalle geteilt, innerhalb derer die kriecherzeugenden Beanspruchungen als konstant angesehen werden. Einschränkungen bezüglich des Momentenanteils im Betongurt sowie die Affinität der Kriech- und Schwindentwicklung müssen für die numerische Lösung nicht mehr unterstellt werden. Es können die unter 11.2 benannten Einflussgrößen Beachtung finden. Bild 11.5 stellt das Verfahren der geschlossenen Lösung gegenüber.

Die sukzessive Rissbildung lässt sich über geeignete Momenten-Krümmungs-Beziehungen erfassen (siehe [1]). Bei den genannten weiterführenden Ansätzen erlaubt die Unterteilung des Querschnittes in Schichten bzw. Fasern die Behandlung der Rissbildung als nichtlinearen Prozess, womit auch Aussagen über den Rissfortschritt im Bauteil möglich sind.

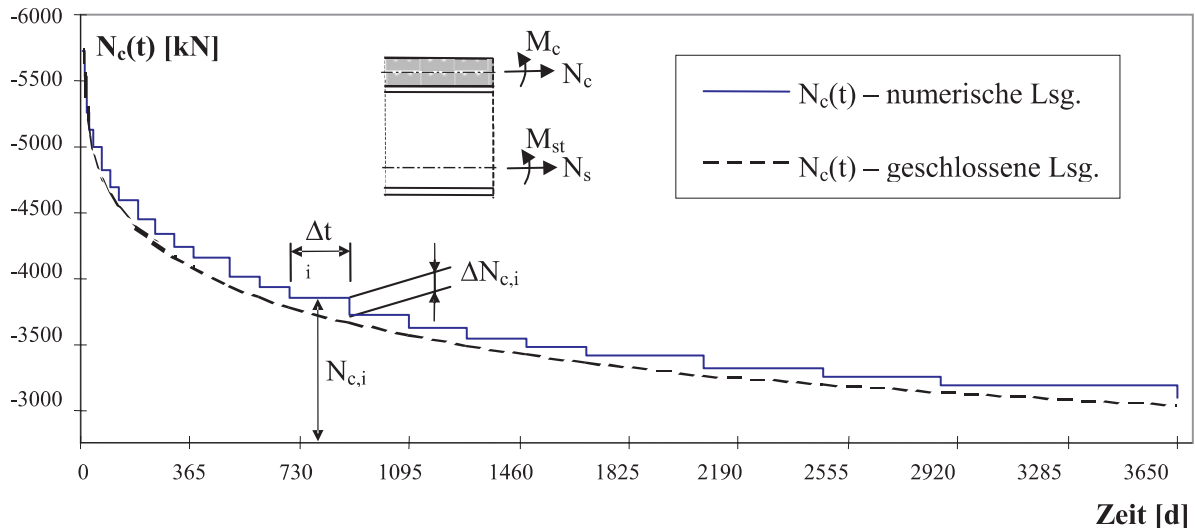


Bild 11.5: Vergleich zwischen numerischer Zeitschritt- und näherungsweise geschlossener Lösung (Quelle [1])

Zur Abbildung des gesamten zeitabhängigen Prozesses wird spezielle Software notwendig, einer Handrechnung ist das Verfahren (abgesehen von der geschlossenen Lösung) nicht mehr zugänglich. Für die Akzeptanz dieses Verfahrens muss demnach ein universeller leistungsfähiger Lösungsalgorithmus in Verbindung mit überschaubaren Eingabe- und Kontrollmöglichkeiten zur Verfügung gestellt werden.

11.3.4 Ein verbessertes Verfahren

Es wird ein numerisches Verfahren vorgestellt, welches die Abbildung und Berechnung ebener Verbundstabzüge – vorrangig gebrauchszustandstypisch – als zeitabhängigen, veränderlichen Prozess gestattet. Mit Blick auf die komplexe Problematik erfolgt eine Beschränkung auf System- und Materialeigenschaften, die in ihrem Zusammenwirken das Verhalten von Verbundträgern im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit bei akzeptabler Rechendauer möglichst realistisch abbilden können. Dabei wird ein starrer Verbund zwischen den Verbundpartnern vorausgesetzt.

11.3.4.1 Modellbildung – Möglichkeiten und Anwendungsgrenzen

Konzipiert man einen Lösungsalgorithmus für Verbundträger, so müssen vielfältige Konstruktionsvarianten berücksichtigt werden. Daneben erfordert die zeitliche Abfolge der Tragwerksherstellung oder Sanierung sowie der äußeren Belastungen eine nichtlineare, realitätsnahe Erfassung als Ganzes (System- und Belastungsmodifikationen). Hierzu ist die Erweiterung um die Dimension **Zeit** notwendig. Mit Bezug auf eine definierte Untersuchungsdauer (z. B. den Nutzungszeitraum) kann die Wirkungsdauer der Prozessgrößen System und äußere Beanspruchung Beachtung finden. Zunächst erfolgt die Beschränkung auf ebene Stabwerke. Anhand der folgenden Abbildungen soll veranschaulicht werden, wie die vorgenannten Parameter übersichtlich zu erfassen, und mit den Materialeigenschaften in einen Kontext zu bringen sind.

Allgemeine Festlegungen zum Betrachtungszeitraum

Ordnet man den Beginn des Untersuchungszeitraumes (i.d.R. den Baubeginn) im Hinblick auf die Umgebungsbedingungen regional ein und stellt durch Betonierzeitpunkte den zeitlichen Bezug zum Gesamtprozess her, so ist es möglich, den Einfluss jahreszeitlich bedingter örtlicher Schwankungen von

Temperatur und Luftfeuchtigkeit in die Berechnungen einzubeziehen. Im Algorithmus besteht die Möglichkeit, die genannten Umgebungsbedingungen durch Monats-, Jahreszeiten oder Jahresmittelwerte zu beschreiben. Die individuelle Festlegung von Untersuchungszeitpunkten für die Ergebnisausgabe oder als Vorgabe für eine interne Berechnung ist ebenfalls Bestandteil des Lösungsalgorithmus.

System

Die Abbildung des Stabzuges erfolgt zunächst über die Definition von Knoten, zwischen denen gerade Stäbe liegen. Zur Berücksichtigung zeitlicher Tragwerksveränderungen werden die Knoten mit einem Wirkungsbeginn versehen, dies macht die Ergänzung des Stabzuges in einer Richtung möglich (z. B. für das Taktschiebverfahren). Der Stabzug stellt für die Querschnitte eine Bezugsachse dar, welche unabhängig von der Schwerachse sein kann (z. B. Lagerachse). Die Längen- und Breitenabmessungen der Querschnitte können mit der Stabachse linear oder quadratisch veränderlich (z. B. Vouten des Stahlträgers) sein (Bild 11.7). Weist man den Lagerungs- und Gelenkbedingungen ebenfalls eine Wirkungsdauer (Anfang – Ende) zu, so lassen sich Effekte wie das Betonieren auf einem Hilfsjoch abbilden. Dazu ist es sinnvoll, den Auflagerungen (starr oder linear elastisch) entsprechend der Wirkungsdauer Knoten und den Gelenken die betreffenden Stabränder zuzuordnen (Bild 11.6). Die in der Praxis

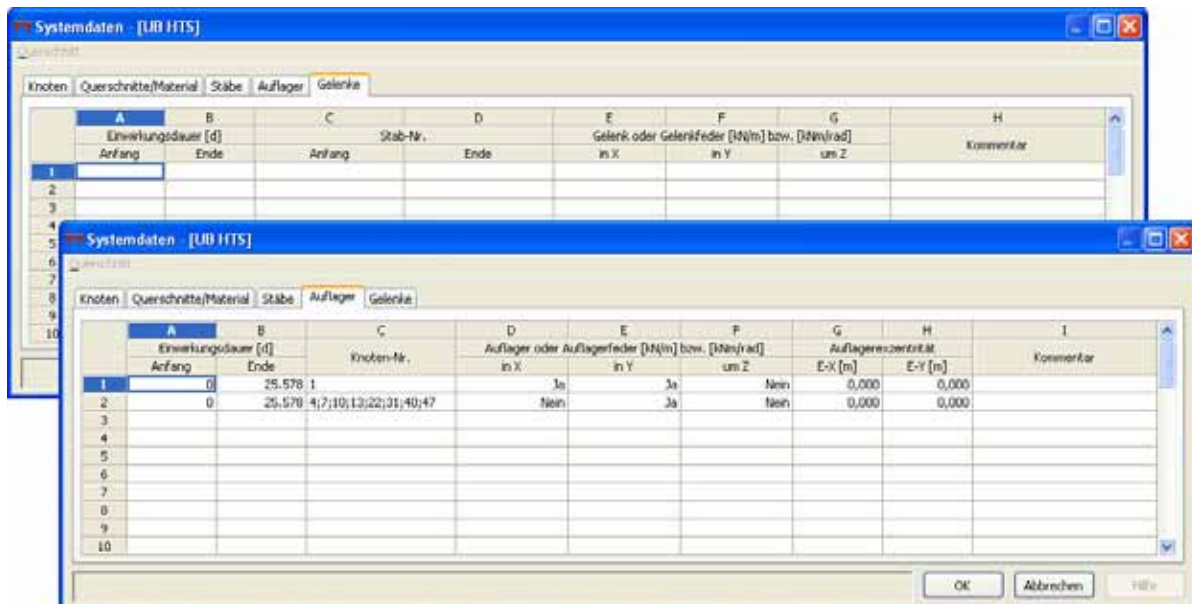


Bild 11.6: Definition zeitabhängiger Lagerungs- und Gelenkbedingungen

sicherlich am häufigsten auftretende Systemmodifikation ist die Veränderung von Querschnittsteilen - beispielsweise durch das abschnittsweise Betonieren der Fahrbahnplatte oder durch nachträgliche Ortbetonergänzungen auf Fertigteilen. Hierfür wurde entsprechend Bild 11.7 eine Lösung gewählt, bei der sich Beton- und Stahlquerschnittsteile chronologisch hinzufügen und/oder entfernen lassen. Es besteht allerdings die Notwendigkeit, dass im gesamten Untersuchungszeitraum ein Stahlteilquerschnitt mit ausreichender Steifigkeit vorhanden ist, um der der Berechnung zugrunde liegenden Charakteristik von Verbundträgern gerecht zu werden.

Querschnitt

Die Verbundquerschnitte können sich aus einer beliebigen Anzahl (schlaff bewehrter) Beton- und Stahlteilquerschnitte zusammensetzen. Um deren Veränderung im Bauablauf zu berücksichtigen, müssen alle während der Nutzungsdauer beteiligten Teilquerschnitte in einem Gesamtquerschnitt erfasst (Bild 11.8) werden. Zur Berücksichtigung nichtlinearen Betontragverhaltens des Betons (Rissbildung)

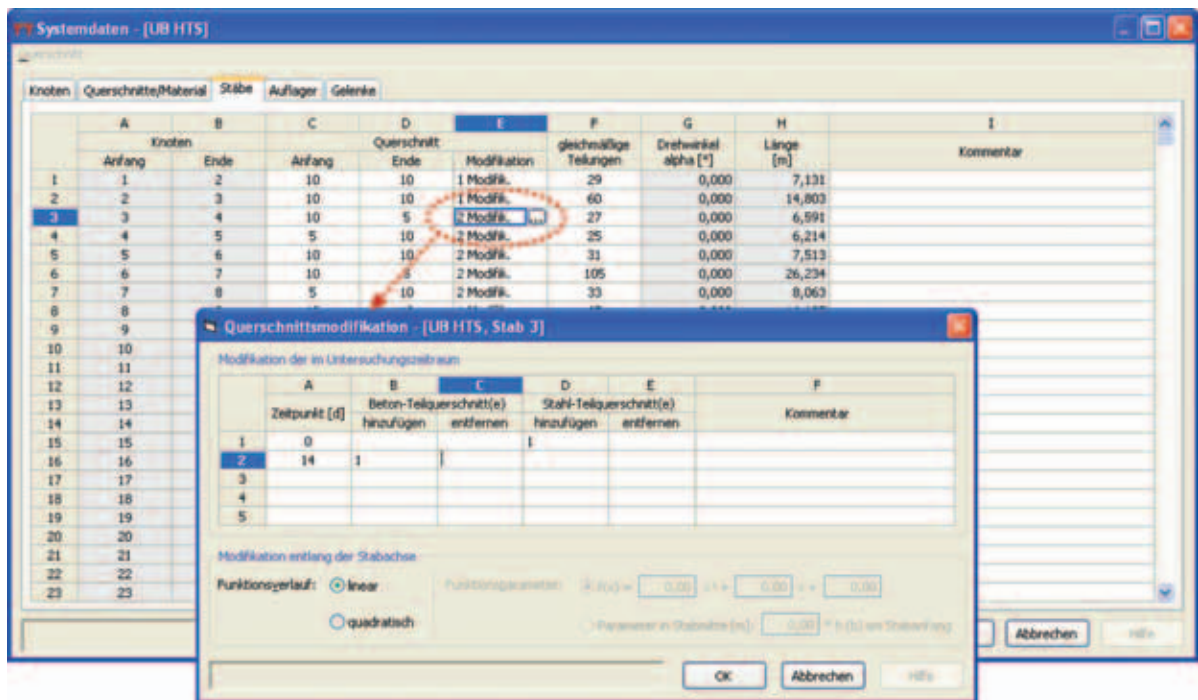


Bild 11.7: Verknüpfung stab- und zeitveränderlicher Querschnitte mit dem Stabzug

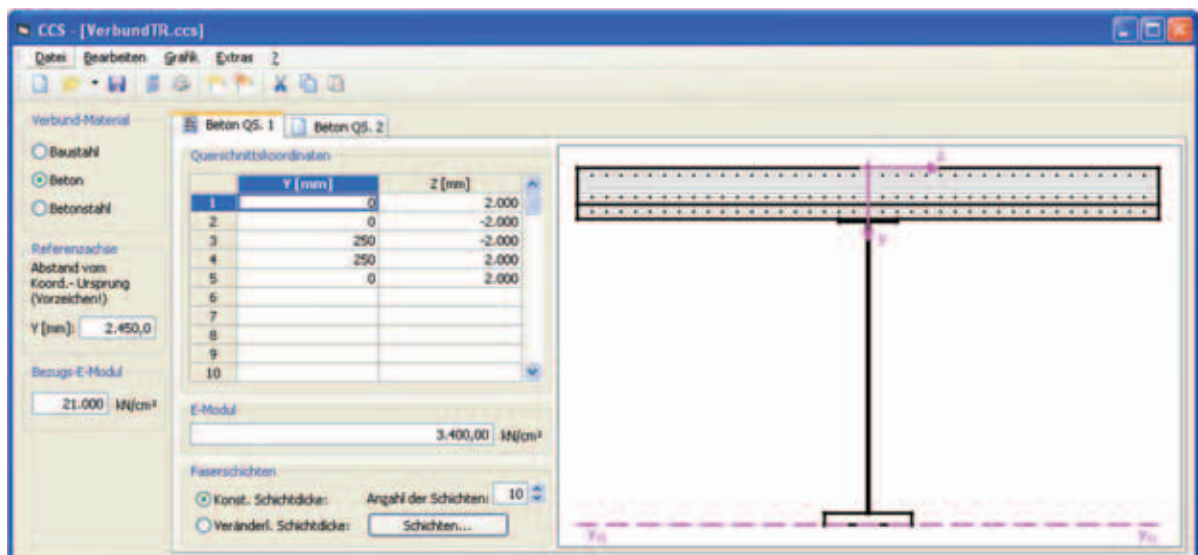


Bild 11.8: Möglichkeiten zur Modellierung von Verbundquerschnitten

werden die Betonquerschnitte senkrecht zur Bezugsachse in Schichten beliebiger Dicke unterteilt. Die Kriech- und Schwindansätze enthalten geometrische (A_c , u_c) und materialspezifische (Druckfestigkeit, Zementart) Kenngrößen, welche querschnittsbezogen Eingang in die Rechnung finden. Gleiches gilt für die Schubnachgiebigkeit des Baustahls sowie die übrigen erforderlichen Werkstoffparameter (Bild 11.9).

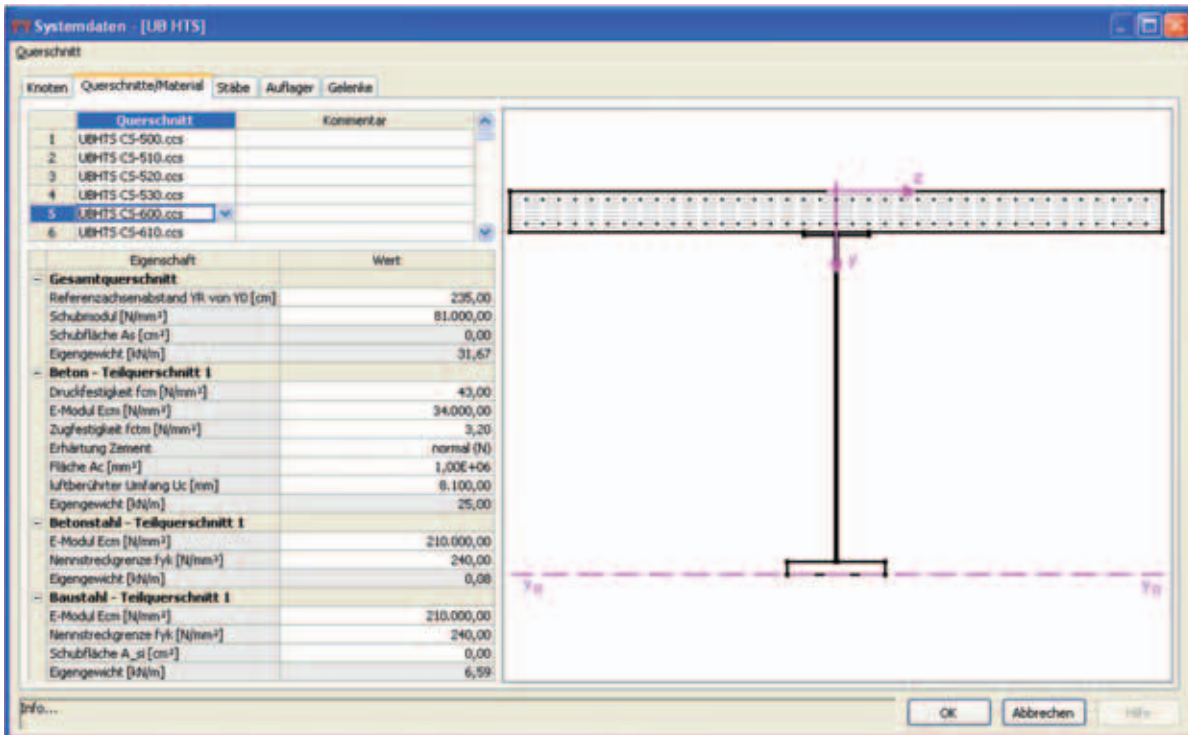


Bild 11.9: Möglichkeiten zur querschnittsweisen Zuordnung von Materialkenngrößen

Äußere Beanspruchungen

Analog zu den Systemparametern werden die quasistatischen Belastungen mit einem Einwirkungszeitraum versehen. Kurzzeitig auftretende Einwirkungen (extreme Temperaturdifferenzen, schwere Einzelüberfahrt etc.) ohne Langzeiteffekt, die möglicherweise den Risszustand ändern, werden durch die Gleichsetzung von Anfangs- und Endzeitpunkt definiert.

Es können Zwangsbedingungen und Knotenlasten sowie stabbezogene beliebig kürzbare Strecken- und (exzentrisch) angeordnete Einzellasten Beachtung finden. Daneben besteht die Möglichkeit, nichtlineare Temperaturverläufe (innerhalb eines Teilquerschnitts) im Gesamtquerschnitt zu erfassen. Das Eigengewicht einzelner Stabquerschnittsteile wird (wahlweise) einbezogen.

Materialparameter

Mit der (teil)querschnittsbezogenen Zuordnung von Werkstoffparametern sowie der systembezogenen Auswahl von Langzeitstoffgesetzen finden die Wechselwirkungen zwischen System und Material Beachtung. Zunächst werden bei zeitunabhängigem Materialverhalten linear-elastische Spannungs-Dehnungs-Beziehungen verwendet, die Rissbildung des Betons ist wahlweise mit oder ohne Tension-Stiffening schichtenweise erfassbar.

Durch verschiedene Kriech- und Schwindansätze lässt sich das Langzeitverhalten des Betons abbilden (DIN 1045-1, EC 2, Kriechen nach RSM [9]). Mit dem Zusammenfassen von Stäben zu Betonierabschnitten ist es weiterhin möglich, die Kriech- und Schwindparameter t_0 und t_S (Kriech- bzw. Schwindbeginn) individuell zuzuweisen (Bild 11.10).

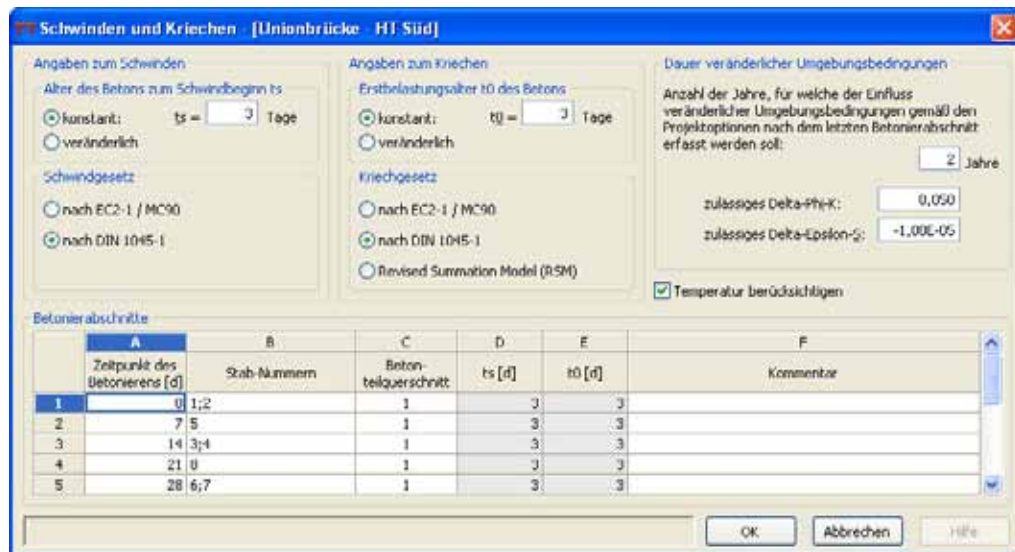


Bild 11.10: Auswahl und Verknüpfung von Langzeitstoffgesetzen mit den Betonierabschnitten am Gesamtsystem

11.3.4.2 Zum Lösungsverfahren

Die Berechnung der zeitveränderlichen Schnittkraft-, Verformungs- und Spannungszustände erfolgt wegen des nichtlinearen Materialverhaltens des Betons inkrementell iterativ, d. h. im Algorithmus wird der Untersuchungszeitraum in einzelne Zeitintervalle unterteilt, für welche numerische Lösungen zu bestimmen sind. Die Summation der Änderungen liefert dann die Gesamtgrößen zu einem betrachteten Zeitpunkt.

Zeitintervallteilung

Entsprechend der chronologischen Abfolge der generierten Systemmodifikationen wird der betrachtete Prozess in **globale Zeitintervalle** unterteilt, denen ein statisches System mit zugehörigen Querschnitten zugeordnet ist. Eine weitere Fein-Unterteilung in **lokale Zeitintervalle** wird notwendig, wenn folgende Ereignisse eintreten:

- Änderungen der äußere Beanspruchung
- Wechsel der Umgebungsbedingungen
- benutzerdefinierte Berechnungszeitpunkte

Beim Differenzenverfahren werden im Intervall die kriecherzeugenden Beanspruchungen als konstant angenommen (siehe auch Bild 11.4). Dies ist nur für Zeitschritte erfüllt, in denen die Schnittkraft- und Verformungsänderungen, sich aus dem Schwinden und Kriechen ergebenden, hinreichend klein sind. Bei starken Änderungen müssen gegebenenfalls die lokalen Intervalle weiter in **Kriechintervalle** unterteilt werden.

Grundlösung im Kriechintervall

Wird eine Intervallbegrenzung durch System- oder Belastungsmodifikationen erforderlich, so erfolgt am Intervallanfang die Berechnung der daraus resultierenden Beanspruchungsänderungen. Die Rechnung am Intervallende erfasst die Einflüsse aus Schwinden und Kriechen innerhalb des Intervalls. Zu beachten ist dabei, dass sich die Beanspruchungsänderungen infolge Kriechens aus einer Summe aller bisherigen Teilkriechprozesse am Betongurt zusammensetzen (Bild 11.3). Damit geht die Beanspruchungsgeschichte des Bauteils in den Lösungsansatz ein.

Die Schnittkraft- und Verformungsberechnungen erfolgen auf die Referenzachse bezogen nach Theorie I. Ordnung unter Beachtung der Bernoulli-Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte.

Wird im untersuchten Zeitpunkt durch Beanspruchungsänderung die Zugfestigkeit im Betongurt überschritten, kommt es zu lokalen Steifigkeitsänderungen infolge Rissbildung, die resultierenden Schnittgrößenumlagerungen werden durch Gleichgewichtsiteration ermittelt. Für die Berechnung der Strukturantwort am Gesamtsystem wird die vollständige **Deformationsmethode** verwendet, sie erlaubt die iterative Erfassung nichtlinearen Materialverhaltens durch abschnittsweise Linearisierung (modifiziertes Newton-Raphson-Verfahren). Dabei werden die Stabsteifigkeitsmatrizen und Randschnittkräfte mittels numerischer Integration (Runge-Kutta) des Stab-Differentialgleichungssystems über Stababschnitte erhalten. Dieses Vorgehen erfüllt die Gleichgewichtsbedingungen exakt ([5]; [10]). Für die Auswertung von Eigenfrequenzen lässt sich das Differentialgleichungssystem entsprechend erweitern.

Aus den Verformungsänderungen der Bezugsachse ermittelt man die Dehnungszuwächse der Schichtschwerachsen mit Hilfe der Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte. Unter Ansatz der zugehörigen Spannungs-Dehnungs-Beziehung folgt aus den Gesamtdehnungen einer Schicht der Spannungszustand. Der Schnittgrößen- und Verformungszustand am Gesamtsystem ergibt sich schließlich aus der Summe der Änderungen in allen bisherigen Kriechintervallen und den aktuellen Zuwächsen. Damit können anschließend mittlere Rissbreiten abgeschätzt werden.

11.4 Gegenüberstellung von Messung und Simulation am Beispiel

11.4.1 Die Unionbrücke Dresden-Radebeul

Im Zuge des sechsspurigen Ausbaus der Bundesautobahn A 4 entstand die Unionbrücke Dresden-Radebeul zwischen den Anschlussstellen Dresden Wilder Mann und Dresden Neustadt neu. Sie wurde im März 2001 dem Verkehr übergeben. Die alte Unionbrücke, eine Stahlkonstruktion, bestehend aus zwei getrennten Überbauten mit je zwei Fahrspuren, stammte aus den dreißiger Jahren und war durch den ständig anwachsenden PKW- und Schwerlastverkehr den heutigen Anforderungen nicht mehr gewachsen.

Beginn der Bauarbeiten zu der ebenfalls aus zwei getrennten Überbauten bestehenden Brücke war im Dezember 1997. Die Überbauten und Stützen wurden als Stahlverbundkonstruktion errichtet. Das Haupttragssystem besteht aus zwei Hauptträgern, die aus luftdicht verschweißten, nicht begehbaren Hohlkästen bestehen. Querträger sind nur in den Stützachsen angeordnet. Nachdem im März 1999 der südliche Überbau fertig gestellt wurde, begannen zwei Monate später die Arbeiten an der nördlichen Brücke.



Bild 11.11: Ansicht der Brücke im Bauzustand

Bauwerksdaten

Gesamtlänge:	253,72 m, Radius = 2 500 m
Statisches System:	Durchlaufträger über acht Felder
Einzelstützweiten:	zwischen 24,85 m und 35,35 m
Lagerung:	Elastomerlager
Gefälle:	längs: 0,4 %, quer: 3 %
Querschnitt:	RQ 37,5 halbseitig

Die Brücke quert die Leipziger Straße mit Straßenbahnverkehr, ein Industriegelände sowie Gleisanlagen der Deutschen Bahn AG (Bild 11.12). In den Achsen 500 und 800 ist der Überbau auf massiven Pfeilerscheiben gelagert, und in den Achsen 200 bis 400 sowie 600 und 700 befinden sich je zwei schlanke Stahlverbundstützen. Der Festpunkt der Brücke liegt in der Pfeilerscheibe 500.

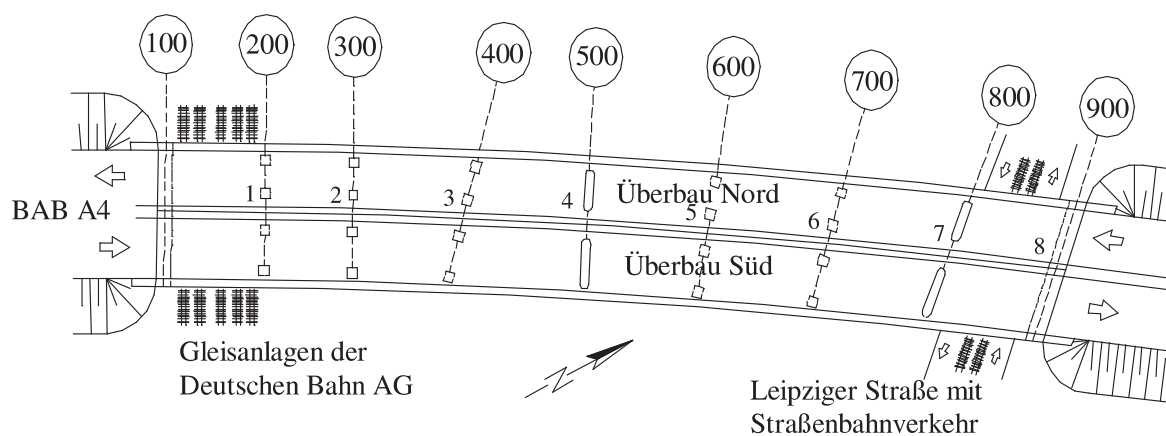


Bild 11.12: Grundriss Unionbrücke Dresden-Radebeul

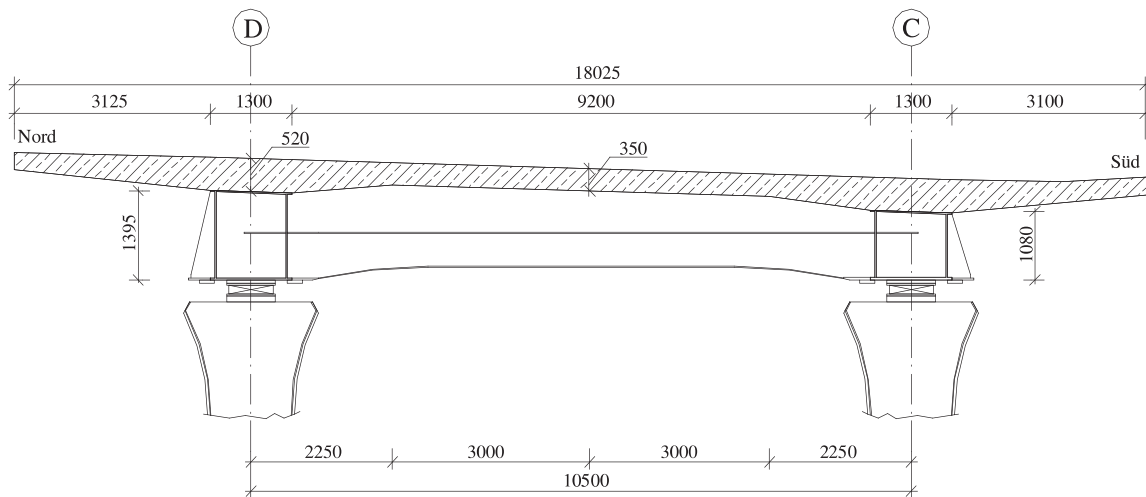


Bild 11.13: Regelquerschnitt RQ 37,5 (Überbau Nord)

Der Querschnitt ist ein zweistegiger Plattenbalken (Beton B 45, Betonstahl BSt 500S, Baustahl S 355 J2 G3). Durch unterschiedliche Steg- und Gurtblechdicken sowie abgestufte Lamellenzulagen in den Ober- und Untergurten entstand ein in seinen äußeren Abmessungen konstanter Querschnitt der stählernen Hauptträger. Durch unterschiedlich hohe Hohlkästen wird die Querneigung realisiert. In Abhängigkeit von der Richtung der Stützenachsen sind die auf der Kurveninnenseite liegenden Hauptträger bis zu 2 m kürzer als die äußeren. Die Fahrbahnplatte hat einen in Längsrichtung konstanten Querschnitt; in Querrichtung ist die Platte zu den Hauptträgern hin gevoutet. Bedingt durch die große Spannweite in Brückenquerrichtung ist die Fahrbahnplatte in Querrichtung vorgespannt (St 1570/1770). Bild 11.13 zeigt den Regelquerschnitt des betrachteten nördlichen Überbaus.

Der Bauablauf stellte sich folgendermaßen dar: Nach Fertigstellung der Widerlager, Pfeilerscheiben und Stützen wurden die Stahlhohlkästen schussweise eingehoben und positioniert, anschließend die Querträger fixiert und alle Stöße verschweißt. Die Fahrbahnplatte wurde danach mit Hilfe einer hierfür entwickelten Schalwagenkonstruktion mit Vorschubshnabel (Eigengewicht ca. 90 t) im Pilgerschrittverfahren betoniert (Bild 11.14).

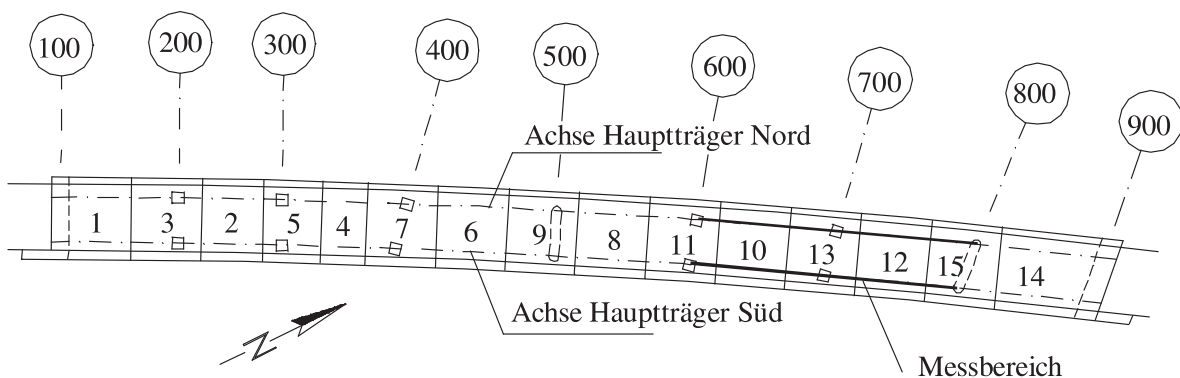


Bild 11.14: Betonierabschnitte – Pilgerschrittverfahren

Vom Lehrstuhl für Stahlbau der TU Dresden wurden im Auftrag der DEGES parallel zum Baufortschritt des Überbaus zu allen Betonierabschnitten (BA) die vertikalen Hauptträgerverformungen ingenieurgeodätisch gemessen. Nach Fertigstellung des Überbaus folgten in größeren Zeitabständen zwei Folgemessungen (FM), um weitere Ausbaustufen zu erfassen. Aufgrund der guten Zugänglichkeit erfolgten die Messungen im Bereich zwischen den Achsen 600 und 800 [11].

Im Folgenden wird die Einordnung der Messungen in das Bauverfahren geschildert. Zur Bewertung verschiedener Vorhersagemodelle werden anschließend die Messergebnisse einer Berechnung gemäß EC 4-2 (DIN-Fachbericht 104) eigenen Simulationsberechnungen gegenübergestellt.

11.4.2 Ergebnisse der Messungen und Simulationen

Ziel der Berechnungen ist es, den Einfluss des Herstellungsverfahrens auf die sich einstellenden Schnittgrößen und Verformungen am Bauwerk im Hinblick auf den Endzustand rechnerisch nachzuvollziehen und zu untersuchen. Die Vorhersagegenauigkeit des jeweiligen Berechnungsmodells sowie der damit verbundene Aufwand für die Systemmodellierung sollen mit Blick auf die Messergebnisse diskutiert werden. Angewendet werden das Normenkonzept des Eurocode 4-2 (DIN-Fachbericht 104 [12]) in Verbindung mit dem Gesamtquerschnittsverfahren (im Folgenden **Modell 1** genannt) und das in Abschnitt 11.3.4 vorgestellte Verfahren (nachfolgend als **Modell 2** bezeichnet). Ausgehend vom gleichen statischen System sollen die den Verfahren zugrunde liegenden Möglichkeiten bei der Abbildung der in Abschnitt 11.2 genannten Einflussgrößen Verwendung finden.

Rechenmodell

In beiden Fällen wird ein ebenes Stabwerkmodell des südlichen Hauptträgers verwendet. Bezüglich der System- und Querschnittsmodellierung sowie der äußeren Belastungen werden gleiche Eingangsgrößen zugrunde gelegt. Die Querschnitte sind dazu unter Berücksichtigung der Längsbewehrung sowie der Gurt- und Stegzulagen im Stahlhohlkasten modelliert; die Schubnachgiebigkeit der Hohlkastenstege findet Beachtung. DIN-Fachbericht 104 ist für die Materialeigenschaften und Stoffgesetze für Schwinden und Kriechen maßgebend, allerdings wird die mitwirkende Breite der Fahrbahnplatte vernachlässigt.

Zeitliche Abfolge von System- und Belastungsänderungen

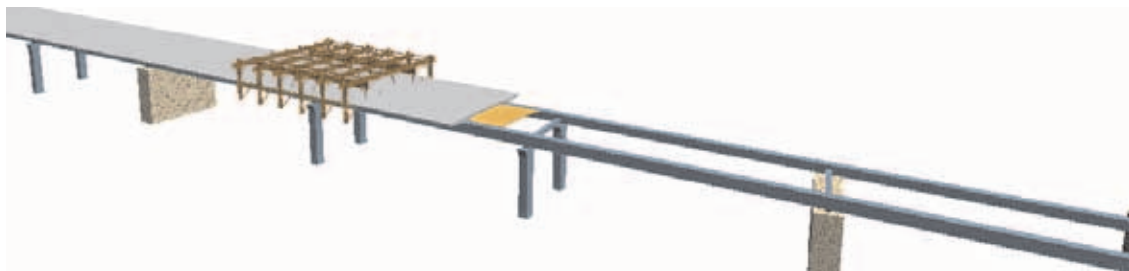
Aus dem genannten Herstellungsverfahren resultieren eine Vielzahl von System- und Beanspruchungswechseln, der Bauablauf zwischen zwei Betonierabschnitten wird in Bild 11.15 veranschaulicht.

Das Betonieren der Abschnitte erfolgte im Abstand von ca. sieben Tagen, im Regelfall wurde drei Tage nach dem Betonieren die Fahrbahn in Querrichtung vorgespannt. Am gleichen Tag erfolgte nach jedem zweiten Betonierabschnitt zunächst der Verschub der Zwischenschalung (Bild 11.15b), und nach jedem Betonierabschnitt der des Schalwagens (Bild 11.15c). Daraus können folgende den Kriechprozess beeinflussende Beanspruchungswechsel abgeleitet werden:

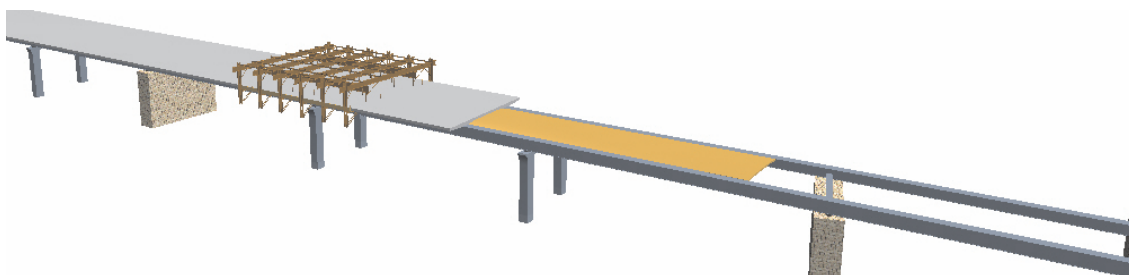
- Umsetzen der Zwischenschalung 3 Tage nach jedem zweiten Betonierabschnitt, Wirkungsdauer je Position ca. 14 Tage.
- Umsetzen des Schalwagens 3 Tage nach jedem Betonieren, Wirkungsdauer je Position ca. 7 Tage.
- Einbringen des Frischbetons ca. 7 Tage nach dem vorangegangenen Abschnitt, Wirkungsdauer bis $t = \infty$.

Die Frischbetonlast wirkt zuerst auf den Stahlträgerquerschnitt allein, die Laststellungen der Schalwagenkonstruktion anschließend auf den Verbundquerschnitt. Zu berücksichtigen ist auch, dass mit dem Verschieben von Schalwagen und Zwischenschalung eine Entlastung in der Ausgangsposition einerseits und andererseits in der aktuellen Stellung eine Belastung verbunden ist.

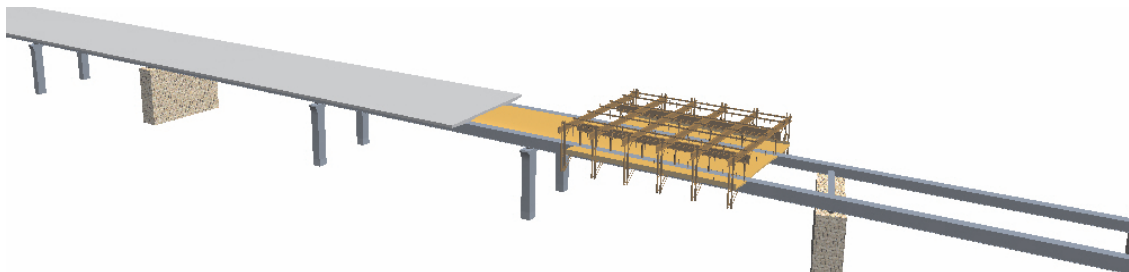
a) Betonieren von Abschnitt 11



b) Verschiebung der Zwischenschalung



c) Verschiebung des Schalwagens



d) Betonieren von Abschnitt 12

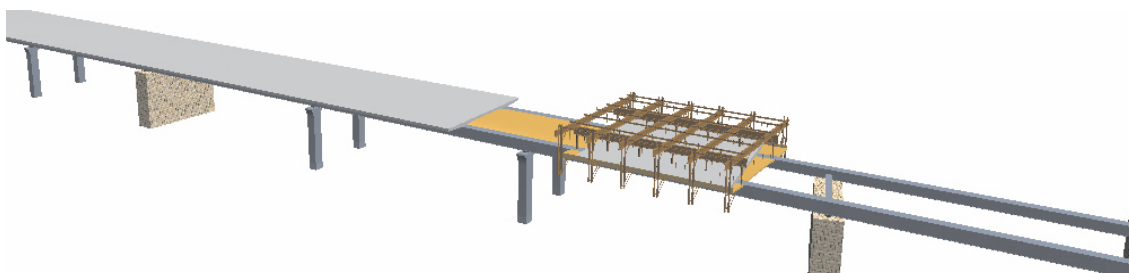


Bild 11.15: Herstellungsbedingte Belastungsänderungen zwischen zwei Betonierabschnitten – Überblick

Modell 1 - Berechnung nach DIN-Fachbericht 104

Zur Berücksichtigung der Einflüsse aus Schwinden und Kriechen wurde das Gesamtquerschnittsverfahren verwendet. Die Betrachtungen gehen von Beton im ungerissenen Zustand aus.

Konsequenterweise wäre jeder kriechwirksame Beanspruchungswechsel an einem neuen Modell zu erfassen. Für das Beispiel der Unionbrücke bedeutet dies, dass für jede der o.g. System- oder Belastungsänderungen die Modellierung eines entsprechenden statischen Systems (unter Beachtung der zugeordneten reduzierten Gesamtquerschnittssteifigkeiten) notwendig wird. Dieses System ist dann bis zum Ende des Untersuchungszeitraumes parallel zu allen anderen Teilsystemen weiter zu betrachten. Die Gesamtschnittgrößen und -verformungen zu einem betrachteten Zeitpunkt werden durch Superposition der Anteile aus den Teilsystemen ermittelt. Um die Bauteilspannungen zu erhalten, müssen diese vor der Überlagerung zunächst lastfallabhängig am Teilsystem bestimmt werden. Betrachtet man nur die Lastwechsel, welche sich aus dem abschnittswisen Betonieren der Fahrbahnplatte ergeben, so beträgt die Anzahl der zu erfassenden Systeme bereits 120 (Bild 11.16). Der daraus resultierende Arbeits- und Rechenaufwand muss für eine praktische Berechnung als unwirtschaftlich und nicht mehr überschaubar angesehen werden.

		Betonierabschnitte														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Anzahl der erforderlichen Rechenmodelle	1	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	2		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	3			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	4				•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	5					•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	6						•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	7							•	•	•	•	•	•	•	•	•
	8								•	•	•	•	•	•	•	•
	9									•	•	•	•	•	•	•
	10										•	•	•	•	•	•
	11											•	•	•	•	•
	12												•	•	•	•
	13													•	•	•
	14														•	•
	15															•

Bild 11.16: Erforderliche statische Systeme in Abhängigkeit vom Betonierabschnitt

In der Praxis ist es daher üblich, die Auswirkungen des Kriechens an nur einem System abzubilden. Entsprechend dem Bauablauf werden zu jedem Untersuchungszeitpunkt die Querschnittswerte der einzelnen Betonierabschnitte reduziert und damit die primären Beanspruchungen (Eigenspannungen) im Querschnitt erfasst. Da jedoch der umlagerungsbedingte Einfluss sekundärer Beanspruchungen (Zwang) in statisch unbestimmten Systemen dabei nur unzureichend beachtet wird, kann diese Vorgehensweise letztlich nur bei zwangsunempfindlichen statischen Systemen Anwendung finden.

Für die Beispielrechnung wurde das erstgenannte Verfahren angewendet. Um den Aufwand zu begrenzen, wurde mit Betonierabschnitt 8 begonnen. Das Langzeitverhalten vorheriger Betonierabschnitte hat auf die Verformungen im Messbereich keinen Einfluss.

Modell 2 - Verfahren nach Abschnitt 11.4

Wie bereits in Abschnitt refsec:MessSim beschrieben, wird der gesamte zeitveränderliche System- und Belastungsprozess in einem einzigen Modell abgebildet. Die Berechnung erfolgt unter Beachtung der Rissbildung, aufgezeichnete Monatsmittelwerte für Temperatur und relative Luftfeuchte fließen parallel ebenfalls ein.

Zeitliche Veränderungen im realen Bauablauf lassen sich durch die Korrektur des Wirkungsbegins (z. B. von einem Betonteilquerschnitt) im Rahmen einer neuen Rechnung berücksichtigen. In gleicher Weise können auch Parameterstudien zum Einfluss der Festigkeitseigenschaften des Betons auf das Ergebnis durchgeführt werden.

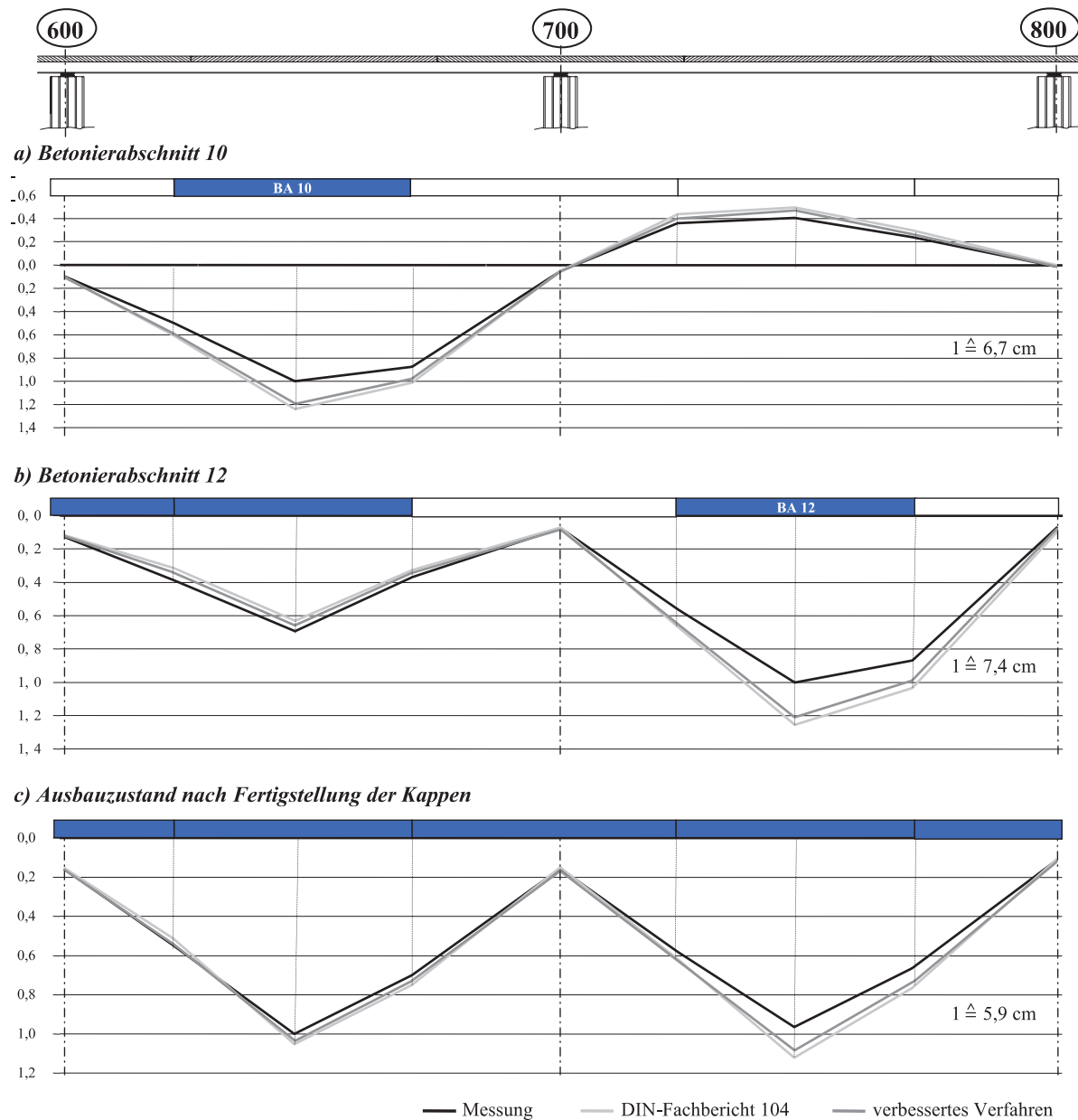


Bild 11.17: Normierte Darstellung der Verformungen aus Rechnung und Messung am Hauptträger Süd unter Beachtung von Stützpunktverschiebungen (Bezug: Nullmessung)

Ergebnisse

In Bild 11.17 sind die gemessenen und die berechneten Verformungen der für den Messbereich wesentlichen Betonierabschnitte 10 und 12 sowie für die zweite Folgemessung im Ausbauzustand dargestellt. Die Abweichungen zwischen Rechnung und Messung während der Bauzustände deuten auf einen systematischen Fehler hin. Dabei liegt die Unterschätzung der Steifigkeiten im Rechenmodell nahe. Zum einen findet die versteifende Wirkung des Schalwagens und vor allem der Zwischenschalung, verbunden mit möglichen räumlichen Trageffekten, keine Beachtung, und zum anderen wird die vorhandene (wenn auch sehr geringe) Biegesteifigkeit des jungen Betons rechnerisch nicht in Ansatz gebracht. Weitere Einflüsse können zufällig variierende Materialparameter sein.

Zwischen den Ergebnissen von Modell 1 und 2 treten erwartungsgemäß nur geringe Unterschiede auf, da die Verformungen gegenüber dem Einfluss aus Schwinden und Kriechen relativ unempfindlich sind. Vereinzelt Rissbildungen während der Bauphase mindern die Systemsteifigkeiten nach Modell 2 ebenfalls nicht signifikant. Durch den mit der Rissbildung verbundenen Abbau von Eigenspannungen sowie die unterschiedliche Abbildung des zeit- und lastabhängigen Kriechens lassen sich die Differenzen begründen. Anhand der zeitlichen Entwicklung der Verformungen nach Fertigstellung der Fahrbahnplatte bis hin zum untersuchten Zeitpunkt $t = \infty$ lässt sich eine Annäherung von Mess- und Rechenwerten erkennen, so dass die Berechnungen in ihrer Größenordnung prinzipiell durch die Messung Bestätigung finden.

Das Beispiel Unionbrücke wurde gewählt, um neben dem rechnerischen Vergleich die Gegenüberstellung mit gemessenen Verformungen an einem Bauwerk durchzuführen. Die geringen Abweichungen zwischen der „praxisunüblichen“ detaillierten Berechnung nach Eurocode und dem in diesem Beitrag vorgestellten genaueren Verfahren sind der Konstruktion des Überbaus geschuldet. Brückenbauwerke, wie der in Bild 11.1 dargestellten gevouteten Fertigteilrahmen mit nachträglicher Ortbetonergänzung und Betonieren auf Hilfsjoch, lassen hier größere Unterschiede erwarten. Neben der Vorhersagegenauigkeit eines Verfahrens ist auch der damit entstehende Arbeitsaufwand für die Praxis von Interesse – das vorgestellte Lösungsverfahren ist dabei erheblich effektiver.

11.5 Schlussbemerkungen

Im vorliegenden Aufsatz wurden die rechnerischen Möglichkeiten verschiedener Verfahren zur realitätsnahen Berechnung von Verbundträgern unter gebrauchszustandstypischen Beanspruchungen verglichen. Unter anderem wurde ein verbessertes Verfahren vorgestellt, dessen Effizienz vor allem durch die zeitabhängige Prozessbeschreibung in einem einzigen Modell erreicht wird und dazu noch nichtlineare Effekte erfasst. Weiterführend lassen sich in den gewählten Lösungsansatz sowohl das Verbundverhalten zwischen den Querschnittsteilen als auch interne und externe Vorspannungen implementieren.

Bisher erfolgt die Darstellung des o. g. Prozesses i. d. R. durch deterministische (mittlere) Kenngrößen. Im Hinblick auf eine Vielzahl tatsächlich stochastischer Material- und Modellparameter sollte die Beurteilung des Gebrauchsverhaltens durch probabilistische Untersuchungen ergänzt werden, da oft vor allem das wahrscheinliche Verhalten der Konstruktionen, also die Angabe realistischer Bereiche der Strukturantwort interessieren.

Danksagung

Die vorgestellten Messungen und deren Auswertungen wurden durch die finanzielle Unterstützung der DEGES Deutsche Einheit Fernstraßenplanungs- und -bau GmbH ermöglicht. Für die konstruktive Zusammenarbeit möchte ich mich besonders bei Herrn Dipl.-Ing. K.-H. Reintjes bedanken.

Literaturverzeichnis

- [1] Flederer, H.: *Beitrag zur Berechnung von Verbundträgern im Gebrauchszustand unter Berücksichtigung stochastischer Größen*. Dissertation. Lehrstuhl für Stahlbau, TU Dresden, 2002
- [2] Laning, N.: *Langzeitverhalten von Beton bei mehrachsiger Beanspruchung*. Dissertation. Lehrstuhl für Massivbau, TU München, 1988
- [3] Hänsel, J.: *Praktische Berechnungsverfahren für Stahlträgerverbundkonstruktionen unter besonderer Berücksichtigung neuer Erkenntnisse zum Betonzeitverhalten*. Dissertation. Technische Wissenschaftliche Mitteilungen des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau Nr. 75-2, Ruhr-Uni Bochum, 1975
- [4] Sattler, K.: *Theorie der Verbundkonstruktionen - Band 1. Theorie*. Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1959
- [5] Müller, H.; Graf, W.; Schneider, R.; Beer, M.: *Numerische Simulation des nichtlinearen mechanischen Verhaltens von ebenen Stahlbeton- und Spannbeton-Stabtragwerken unter quasistatischen und dynamischen Last- und Zwangsprozessen*. DFG-Projekt Mu 924/2-1, TU Dresden, LS Statik, 1998
- [6] SOFISTIK AG (2004). URL: <http://www.sofistik.de/>. (28.01.2004)
- [7] Kluger, J.: *Numerische Modelle zur physikalisch nichtlinearen Analyse von Stahlbeton-Faltwerken* Dissertation. Veröffentlichungen des Lehrstuhls für Statik, Heft 1, TU Dresden, 2000
- [8] Busemann; R.: Berechnung von Verbundträgern nach dem Kriechfaserverfahren. In: *Stahlbau* 20 (1951), Heft 9, S. 105–109
- [9] CEB: *Evaluation of the time dependent behaviour of concrete*. CEB-Bulletin No 199, Lausanne 09/1990
- [10] Bartzsch, M.; Bothe, E.; Graf, W.; Möller, B.; Schneider, R.: Systemmodifikation und ihre Auswirkung auf den Schnittkraft- und Deformationszustand von Tragwerken. In: *Bautechnik* 78 (2001), Heft 4, S. 263–271
- [11] Hannawald, F.; Reintjes, K.-H.; Graße, W.: Messwertgestützte Beurteilung des Gebrauchsverhaltens einer Stahlverbund-Autobahnbrücke. In: *Stahlbau* 72 (2003), Heft 7, S. 507–516
- [12] DIN-Fachbericht 104, Verbundbrücken. Beuth Verlag, Ausgabe 2003