



**TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DRESDEN**

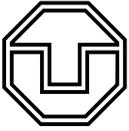
**FAKULTÄT BAUINGENIEURWESEN**

Schriftenreihe  
Konstruktiver Ingenieurbau Dresden  
Heft 40



Manfred Curbach, Heinz Opitz,  
Silke Scheerer, Torsten Hampel (Hrsg.)

## **8. SYMPOSIUM EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN VON BAUKONSTRUKTIONEN**



**TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DRESDEN**

---

FAKULTÄT BAUINGENIEURWESEN

---

Manfred Curbach, Heinz Opitz,  
Silke Scheerer, Torsten Hampel (Hrsg.)

**8. SYMPOSIUM  
EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN  
VON BAUKONSTRUKTIONEN**

Schriftenreihe  
Konstruktiver Ingenieurbau Dresden  
Heft 40

Herausgeber der Reihe

Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Manfred Curbach  
apl. Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Graf  
Prof. Dr.-Ing. Peer Haller  
Prof. Dr.-Ing. habil. Ulrich Häußler-Combe  
Prof. Dr.-Ing. habil. Michael Kaliske  
Prof. Dr.-Ing. Viktor Mechtcherine  
Prof. Dr.-Ing. Richard Stroetmann  
Prof. Dr.-Ing. Bernhard Weller  
Prof. Dr.-Ing. habil. Bernd W. Zastrau

Institut für Massivbau  
Technische Universität Dresden

D - 01062 Dresden

Tel.: 49 351 / 4 63-3 42 77  
Fax: 49 351 / 4 63-3 72 89

Redaktion: Silke Scheerer  
Korrekturen: Angela Heller  
Gestaltung: Ulrich van Stipriaan  
Titelfoto: Kathrin Dietz  
Probebelastung an Fahnenstangen am Goldenen Reiter in Dresden

Diese Publikation gibt es auch Open Access auf [www.qucosa.de](http://www.qucosa.de)

Druck: addprint AG · Am Spitzberg 8a · 01728 Bannewitz  
Veröffentlicht: Dresden, September 2015

ISSN 1613-6934

## Inhalt

DAfStb-Sachstandbericht <i>Mechanische Kennwerte historischer Betone, Betonstähle und Spannstähle für die Nachrechnung bestehender Bauwerke</i> <i>Jürgen Schnell, Michael Weber</i> .....	5
Dynamik von Stahlbetonbrücken – Messprojekte aus dem Eisenbahn- und Straßenverkehr <i>Lutz Auersch, Samir Said</i> .....	17
Messtechnische Überlegungen bei Fallversuchen <i>Tino Kühn</i> .....	31
Identifikation dynamischer Strukturparameter von Eisenbahnbrücken mittels terrestrischer Mikrowelleninterferometrie <i>Jens Schneider, Matthias Becker, Andrei Firus, Jiny Pullamthara, Michael Drass</i> .....	47
Einsatzmöglichkeiten der Schallemissionsanalyse im Bauwesen <i>Stephan Pirskawetz, Julia Wolf, Wolfram Schmidt, Andreas Rogge</i> .....	61
Hochgenaue 3D-Referenzmessungen als ein Beitrag der Geodäsie zur experimentellen Untersuchung des Systemverhaltens neugotischer Gewölbekonstruktionen <i>Jens-André Paffenholz, Ulrich Stenz, Ingo Neumann</i> .....	73
Experimentelle Untersuchung zum Systemtragverhalten neugotischer Gewölbekonstruktionen <i>Jens Piehler, Michael Hansen, Gerd Kapphahn</i> .....	81
Tragfähigkeitsuntersuchungen an historischen Fahnenmasten <i>Silke Scheerer, Sabine Wellner, Torsten Hampel, Bernd Eckoldt</i> .....	93
Pont Lagunaire, Togo – Experimentelle Tragwerksanalyse einer Stahlfachwerkbrücke zum Nachweis der Restnutzungszeit <i>Marc Gutermann, Werner Malgut, Klaus Ammermann</i> .....	103
Experimenteller Nachweis der Tragfähigkeit an der Kettenbrücke im Goethepark in Weimar <i>Erik Meichsner, Phillip Johann Jung, Oliver Hahn, Stefan Finke</i> .....	117
Untersuchungen und Maßnahmen an setzungsauffälligen Pfeilern der Saale-Elster-Talbrücke der Eisenbahnstrecke Erfurt–Leipzig/Halle <i>André Koletzko, Sandra Christein</i> .....	123
Bewertung bestehender Brücken unter besonderer Berücksichtigung der Verkehrsbeanspruchung durch Bauwerksmonitoring <i>Nico Steffens, Karsten Geißler, Ronald Stein</i> .....	135

Lagrange-Multiplikator-Test zur Detektierung von zunehmender Strukturschädigung:  
Experimentelle Verifikation  
*Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Petra Kubowitz, Werner Daum,  
Detlef Hofmann, Frank Basedau* ..... 147

Zustandsbewertung von Stahlbetonbauteilen mithilfe der dynamischen Eigenschaften  
*F. Weisleder, M. Waltering*..... 159

Softwareunterstützte Nachrechnung und Ertüchtigung von Brückenbauwerken  
*Stefan Kimmich, Eckhard Held* ..... 175

## Zustandsbewertung von Stahlbetonbauteilen mithilfe der dynamischen Eigenschaften

F. Weisleder<sup>1</sup>, M. Waltering<sup>2</sup>

**Kurzfassung.** Die modalen Parameter einer Struktur stehen in direktem Zusammenhang zu der Steifigkeit. Das heißt sie korrelieren bei Stahlbetonbauteilen mit der Betongüte und dem Bewehrungsgehalt sowie mit dem Fortschritt der Rissbildung. Als einfach zu messende Parameter eignen sich die dynamischen Eigenschaften der Theorie nach daher, um schadensbedingte Steifigkeitsverringerungen zu diagnostizieren und zu lokalisieren. In diesem Beitrag wird gezeigt, dass, um den Zustand einer Stahlbetonstruktur bestimmen zu können, ein besonderes Augenmerk auf die Abhängigkeit der modalen Parameter von der Amplitude der anregenden Kraft gelegt werden muss.

**Condition assessment by dynamic properties – Abstract.** *Condition assessment of reinforced concrete structures using the dynamic properties. It is well known that the dynamic parameters of a structure relate directly to its stiffness. In components of reinforced concrete these easily measurable parameters correlate with the concrete quality, reinforcement content and progress of cracking. For this reason, they are well suited to diagnose and to locate damage-related stiffness reduction. In this paper we show that in order to assess the state of a concrete structure, it is crucial to consider the dependence of dynamic parameters on the amplitude of the excitation force.*

### 1 Einleitung

#### 1.1 Motivation

Durch das zunehmende Alter der vorhandenen baulichen Infrastruktur, der Verknappung von nichterneuerbaren Ressourcen und der zunehmenden Optimierung der zur Verfügung stehenden Baufläche zeichnet sich ein Wandel im Bauwesen ab. So wird der Erhalt und Umbau von bestehenden Gebäuden gegenüber Abriss und Neubau das Bauwesen in Zukunft bestimmen.

Dies führt in der Praxis allerdings zu einigen Schwierigkeiten. Da die meisten Regelwerke und Bemessungsnormen ausschließlich für den Neubau konzipiert sind, ist es oftmals nicht möglich, den Nachweis der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit zu erbringen, ohne sehr konservative Annahmen treffen zu müssen. Auch durch fehlende Informationen über die verwendeten Baustoffe, Konstruktionen und ältere Bemessungsverfahren wird die Einschätzung der vorliegenden Bausubstanz erschwert. Dies führt nicht selten dazu, dass die

---

1 M.Sc., Fachhochschule Münster, Fachbereich 6: Bauingenieurwesen

2 Prof. Dr.-Ing., Fachhochschule Münster, Fachbereich 6: Bauingenieurwesen

Maßnahmen für die Umnutzung aufwendiger und kostspieliger werden als nötig oder gar der Neubau erfolgt.

Daher ist die Entwicklung von neuen Bewertungsansätzen und zuverlässigen Methoden zur Zustandsbewertung von größtem Interesse.

### **1.2 Experimentelle Zustandsbewertungen**

Experimentelle Zustandsbewertungen von Bauteilen werden seit dem Bestehen der Ingenieurwissenschaften durchgeführt. Bereits die erste Stahlbetonvorschrift ([1]) beinhaltet Hinweise über die Durchführung von Probelastungen, um die ausreichende Tragfähigkeit von Bauteilen festzustellen. Derartige Versuche sind Mitte des 20. Jahrhunderts mit dem Aufkommen von genaueren Bemessungsmethoden und der zunehmenden Einführung der elektronischen Datenverarbeitung immer mehr in den Hintergrund geraten, vgl. [2]. Erst in den vergangenen Jahrzehnten gewann die experimentelle Tragsicherheitsbeurteilung wieder an Bedeutung, was sich auch in den neueren Normengenerationen widerspiegelt: Durch die Einführung von DIN EN 1990, Anhang D ([3]), wurde so eine erste Grundlage für die versuchsgestützte Bemessung geschaffen.

Prinzipiell besteht bereits die Möglichkeit, die Tragfähigkeit von Stahlbetonstrukturen mithilfe von Probelastungen nachzuweisen. Derartige Versuche sind in der Richtlinie des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton „Belastungsversuche an Betonbauwerken“, Ausgabe 09/2000 ([4]), beschrieben. Dieses Verfahren wurde bereits an vielen Bauwerken, bei denen ein rechnerischer Nachweis nicht erbracht werden konnte, erfolgreich eingesetzt. Allerdings sind derartige Probelastungen oftmals sehr aufwendig und bieten somit lediglich eine ebenfalls zeit- und kostenintensive Alternative zu überdimensionierten Sanierungsmaßnahmen.

Seit einigen Jahren kommen auch vermehrt Methoden der Schadensidentifikation und der Zustandsbewertung zur Anwendung, welche die dynamischen (modalen) Eigenschaften von Bauteilen nutzen. Im Wesentlichen lassen sich diese Bewertungsmethoden in zwei Bereiche gliedern. Das Monitoring ist ein Verfahren, um Änderungen einer Baustruktur über einen längeren Zeitraum zu betrachten. Mithilfe einer begrenzten Anzahl an Sensoren kann die komplette Baustruktur überwacht und so über die Notwendigkeit einer genaueren Untersuchung entschieden werden. Eine solche Untersuchung kann dann beispielsweise mit einer Schwingungsanalyse erfolgen. Dabei wird versucht, über die dynamische Antwort der Baustruktur auf eine erzwungene Schwingung den Schaden festzustellen und gegebenenfalls zu lokalisieren. Dieses gestaltet sich aber bislang noch als schwierig.

### **1.3 Nutzbarkeit von dynamischen Eigenschaften**

In der Literatur sind bereits einige Methoden beschrieben, um den Zustand eines Bauwerks mithilfe von Schwingungsanalysen zu überprüfen, vgl. [5]. Der grundlegende Gedanke besteht darin, dass schadensbedingte Steifigkeitsänderungen zwangsweise auch zu Änderungen des dynamischen Strukturverhaltens führen. Dieses ist durch die Eigenfrequenzen und die dazu gehörigen Eigenformen sowie durch das Dämpfungsvermögen charakterisiert.

Die Eigenfrequenzen sind als globale Eigenschaften einer Struktur zu betrachten. Sie bein-

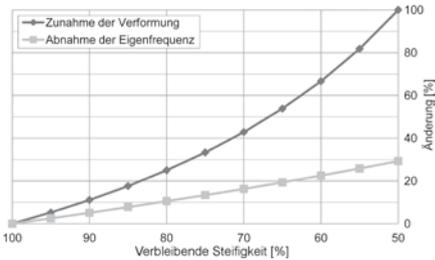


Bild 1: Prozentuale Änderung der statischen Verformung und der Eigenfrequenz in Abhängigkeit der verbleibenden Steifigkeit

halten unter anderem Informationen über die Steifigkeiten und über das System an sich. Zu jeder Eigenfrequenz lässt sich eine Eigenform zuordnen, eine spezifische Schwingungsfigur, mit welcher die Struktur in jener Frequenz schwingt.

Die Änderungen der Eigenfrequenzen alleine können nur bedingt für eine Schadensfeststellung herangezogen werden, da diese nur wenig sensibel auf schadensbedingte Steifigkeitsverringerungen reagieren. Dies kann durch Bild 1 verdeutlicht werden. Es wird hier die Zunahme der statischen Verformung (linear-elastisch) und die Änderung der ersten

Eigenfrequenz in Abhängigkeit einer gleichmäßigen Abnahme der Biegesteifigkeit über die Trägerlänge gegenübergestellt.

Aus diesem Grund sollten immer möglichst viele Informationen aus den dynamischen Versuchen bei einer Bewertung genutzt werden.

In Kombination mit der Eigenform beispielsweise lassen sich sehr genau die tatsächlich vorhandenen statischen Systeme bestimmen. Dies kann zum einen dazu verwendet werden, um konservative Systemannahmen zu umgehen und so systembedingte Tragfähigkeitsreserven zu nutzen. Zum anderen ist so die Gegenüberstellung mit mathematischen Modellen (zum Beispiel mittels FEM) möglich, wodurch Ort und Ausmaß eines Schadens abgeschätzt werden können. Je mehr Informationen aus experimentellen Untersuchungen genutzt werden, um diese Modelle zu verfeinern, desto größer wird auch ihre Aussagekraft bezüglich der Schadensprognosen (model updating).

Um Änderungen der Eigenformen aufzuzeigen, kann das Modal Assurance Criterion (MAC) genutzt werden, vgl. [6], [7], [5]. Es stellt eine Korrelationsbeziehung zwischen zwei Modalformen  $\phi^A$  und  $\phi^B$  dar und ist definiert entsprechend Gl. (1), wobei  $n$  die Anzahl an modalen Freiheitsgraden ist.

$$MAC_{A,B} = \frac{\left| \sum_{i=1}^n \varphi_i^A \cdot \varphi_i^B \right|^2}{\sum_{i=1}^n (\varphi_i^A)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (\varphi_i^B)^2} \quad (1)$$

So kann beispielsweise die Eigenform  $\phi^A$  einer geschädigten Struktur der Eigenform  $\phi^B$  des ungeschädigten Zustandes gegenübergestellt werden. Der MAC-Wert liegt stets zwischen 0 und 1, wobei 0 für keine Korrelation und 1 für volle Korrelation zwischen den zu vergleichenden Eigenformen steht. Die Abweichung des Wertes von 1 kann somit als Schädigungsmaß genutzt werden.

Eine Weiterentwicklung dieses Verfahrens ist das Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC), vgl. [6], [7], [5]. Dabei werden Daten verschiedener Eigenformen genutzt, um an einer bestimmten Stelle  $i$  eine Korrelation zwischen der modalen Verschiebung zweier

Eigenformen auszudrücken, Gl. (2). Stimmt diese bei beiden Messungen überein, ist der COMAC-Wert an dieser Stelle gleich 1.

$$\text{COMAC}_{A,B} = \frac{\left| \sum_{j=1}^m \varphi_{k,j}^A \cdot \varphi_{k,j}^B \right|^2}{\sum_{j=1}^m (\varphi_{k,j}^A)^2 \cdot \sum_{j=1}^m (\varphi_{k,j}^B)^2} \quad (2)$$

Während der MAC-Wert als globaler Wert einer Struktur lediglich für die Schadensfeststellung genutzt werden kann, ist mit dem COMAC-Wert eine Schadenslokalisierung möglich.

Schadensbewertungen mithilfe des Dämpfungsvermögens einer Struktur finden in der Praxis bisher nur selten Anwendung. Zwar sind theoretische Zusammenhänge zwischen der Dämpfung, also dem Vermögen, mechanische Schwingungsenergie zu dissipieren, und der Zustand von Stahlbeton bekannt, doch ist deren Ursache nur schwer zuzuordnen. Generell nimmt das Dämpfungsmaß im Übergang vom ungerissenen in den gerissenen Zustand zu, und erreicht im Zustand II dann seinen größten Wert. Bei weiterer Beanspruchung fällt das Dämpfungsmaß aufgrund der Verbundzerstörung zwischen dem Beton und der Bewehrung ab, um dann unmittelbar vor dem Bruch (plastisches Verhalten von Beton und Bewehrung) wieder anzusteigen. Bei gemessenen Dämpfungsmaßen kann die genaue Ursache der Energiedissipation aber meist nicht festgestellt oder lokalisiert werden, da für jede Eigenform nur ein Dämpfungsmaß für die gesamte Struktur bestimmt werden kann. Auch unterliegt das Dämpfungsmaß einer starken Streuung, was die Nutzung als Schadensindikator erschwert, vgl. [8], [9].

Darüber hinaus gibt es mehrere Methoden der Zustandsbewertung, die auf der Ableitung modaler Parameter beruhen, vgl. [5]. Die Direct Stiffness Calculation (DSC) nach [6] nutzt beispielsweise die Beziehung, dass die modale Biegesteifigkeit  $EI$  an jeder Stelle einer balkenähnlichen Struktur gleich dem Quotienten aus dem dynamischen Biegemoment  $M$  und der zugehörigen modalen Krümmung ist. Die modale Krümmung entspricht der 2. Ableitung der Biegeeigenform  $\phi^b$ , Gl. (3).

$$E \cdot I = \frac{M}{d^2 \cdot \frac{\phi^b}{dx^2}} \quad (3)$$

Um das dynamische Biegemoment  $M(x)$  zu bestimmen, wird ein idealisiertes System durch die Trägheitskraft  $q(x)$ , entsprechend der unten stehenden Gleichung, belastet.

$$q(x) = \omega_m^2 \cdot \rho(x) \cdot A(x) \cdot \phi_m(x) \quad (4)$$

Mit:  $\omega_m$  gemessene Eigenfrequenz  
 $\rho(x) \cdot A(x)$  Massenverteilung  
 $\phi_m(x)$  Amplitude der gemessenen Eigenform

In Kombination mit der modalen Krümmung (2. Ableitung der gemessenen Eigenform) lässt sich nach Gl. (3) nun die Biegesteifigkeit  $EI(x)$  an der Stelle  $x$  berechnen. Dieses Verfahren kann also genutzt werden, um schadensbedingte Steifigkeitsänderung zu lokalisieren und deren Größe zu bestimmen, ohne dabei auf komplizierte Optimierungsalgorithmen zurückzugreifen. Problematisch dabei ist allerdings die sehr genaue Bestimmung der Biegeeigenform. So müssen nach dem zweifachen Ableiten noch entscheidende Informationen enthalten sein.

Insbesondere bei Stahlbetonstrukturen sind Untersuchungen zum nichtlinearen Schwingungsverhalten sehr vielversprechend, um den Zustand einer Struktur beschreiben zu können. Es wurde nachgewiesen, dass mit zunehmender Rissbildung das Ausgangssignal einer sinusförmig angeregten Struktur Frequenzanteile aufweist, die im Eingangssignal (Erregerfrequenz) nicht enthalten sind. Das Auftreten dieser Höher-Harmonischen der Grundwelle kann als Bewertungsparameter dienen. Des Weiteren entsteht mit zunehmendem Schädigungsgrad eine deutliche Abhängigkeit der Eigenfrequenz von der Amplitude der anregenden Kraft. Je größer diese Kraft ist, desto weiter öffnen sich vorhandene Risse während des Schwingvorgangs. Dies führt zu einer Abnahme der Steifigkeit und damit zu einer Verschiebung der Eigenfrequenz.

## 2 Experimentelle Untersuchungen

### 2.1 Versuchsbeschreibung

Wie bereits beschrieben, stehen die Eigenfrequenzen und Eigenformen einer Struktur in direktem Zusammenhang zu der Steifigkeit. Das heißt sie korrelieren bei Stahlbetonbauteilen mit der Betongüte und dem Bewehrungsgehalt sowie mit dem Fortschritt der Rissbildung.

Um die Verknüpfung zwischen der Steifigkeit eines Stahlbetonbauteils und den dynamischen Eigenschaften zu untersuchen, wurden im Labor zwei Stahlbetonbalken ( $0,2 \times 0,24 \times 3,80$  m) mit unterschiedlichem Bewehrungsgehalt geprüft. Die Balken wurden dafür in einem symmetrischen 4-Punkt-Biegeversuch in mehreren Laststufen sukzessiv belastet und geschädigt

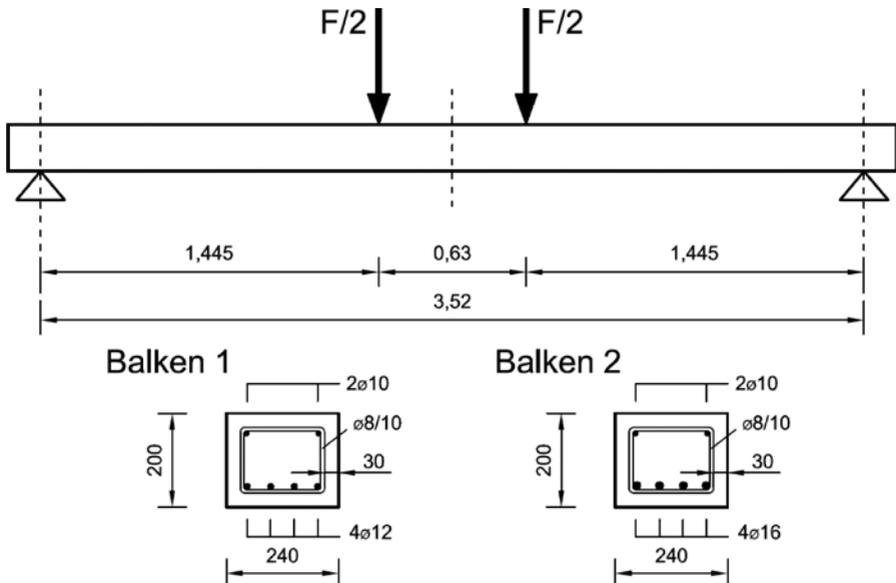


Bild 2: Untersuchte Stahlbetonbalken und statisches System



Bild 3: Versuchsaufbau

(Bild 2 und Bild 3). Dabei wurde mithilfe von ausgewählten Verformungskriterien die Tragfähigkeit der Stahlbetonbalken überprüft. Nach jeder Laststufe entsprechend Tabelle 1 wurden die Balken entlastet und die Änderungen der dynamischen Eigenschaften mithilfe eines Impulshammers und eines Shakers dokumentiert (Bild 4). Der Shaker wurde über einen Kraftsensor an die Balken gekoppelt, wodurch die harmonische Kraftanregung (Eingangssignal) gemessen bzw. geregelt werden konnte. Das Ausgangssignal wurde mithilfe von drei Beschleunigungssensoren

(Acc 1–3) gemessen, welche sich nach Möglichkeit nicht in den Knotenpunkten der ersten Eigenformen befinden sollten.

Tabelle 1: Laststufen

Laststufe	Balken 1	Balken 2
	Last F aus Zylinder [kN]	
#0	0,0	0,0
#1	2,0	10,0
#2	5,0	25,0
#3	10,0	31,0
#4	20,0	37,5
#5	25,0	46,1
#6	31,0	61,1
#7	37,5	

Ein besonderes Augenmerk wurde bei den Versuchen auf die Verringerung der ersten Eigenfrequenzen und auf das nichtlineare Verhalten gelegt, welches sich in der Abhängigkeit der Eigenfrequenzen und der Dämpfung von der Erregeramplitude äußert. Dafür wurden die modalen Parameter mithilfe der Übertragungsfunktion  $H_{ik}(\omega)$  nach Gl. (5) (frequency response function) ermittelt.

$$H_{ik}(\omega) = \frac{Y_i(\omega)}{F_k(\omega)} \quad (5)$$

Die Übertragungsfunktion ergibt sich aus der komplexen Division der Schwingungsantwort  $Y_i(\omega)$  und des Eingangssignals (Erregerkraft)  $F_k(\omega)$  im Frequenzbereich. Das bedeutet, dass bei jener Frequenz, bei der die Übertragungsfunktion ein Peak aufweist, die Antwort der Struktur am größten ist bzw. die Eigenfrequenz des Systems vorliegt.

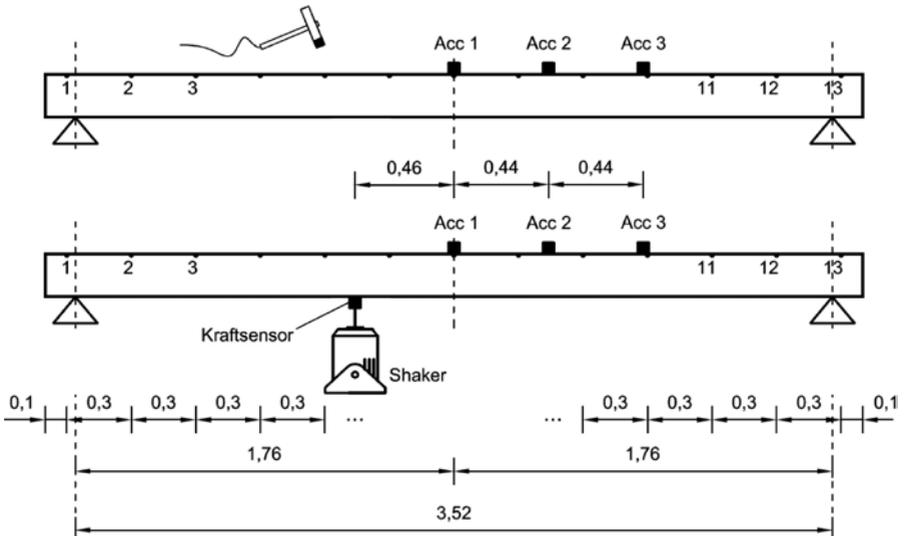


Bild 4: Anregung mit Impulshammer, Messpunkte 1–13, Beschleunigungssensoren Acc 1–3 (oben); Anregung mit Shaker (unten)

## 2.2 Anregung mit Impulshammer

Durch die Anregung der Balken mithilfe eines Impulshammers (von Menschenhand) können die modalen Parameter sehr schnell bestimmt werden. An der Hammerspitze befindet sich ein Kraftsensor, der die Kraftamplitude des Impulses misst (Eingangssignal). Durch einen einfachen Hammerschlag werden viele Frequenzen gleichzeitig angesprochen, auch wenn deren aufgebrachte Energie je Frequenz nur sehr gering ist. Daher sind auch die Schwingungsamplituden sehr gering, sodass davon ausgegangen werden kann, dass lineare Schwingungen vorliegen bzw. nichtlineare Effekte nur bedingt aktiviert werden.

Bild 5 zeigt die Übertragungsfunktionen der ersten Eigenformen zu jeder Laststufe des Balkens 1. Es wird die Verschiebung der ersten Eigenfrequenz infolge der zunehmenden Schädigung exemplarisch verdeutlicht.

## 2.3 Harmonische Anregung mit Shaker

Darüber hinaus wurden nach jeder Laststufe die Balken mithilfe eines elektrodynamischen Shakers angeregt. Die Anregung erfolgte mit einem harmonischen Sinussignal mit langsam ansteigender Erregerfrequenz. Dabei darf der Anstieg der Frequenz nicht zu schnell erfolgen, um den Balken die Möglichkeit zu geben, Einschwingvorgänge zu überwinden. Die Kraftamplitude der Anregung wurde mithilfe eines Kraftsensors (Eingangssignal der Übertragungsfunktion) gemessen und geregelt. Es wurden jeweils dynamische Lasten von 20, 40, 60 und 80 N angefahren.

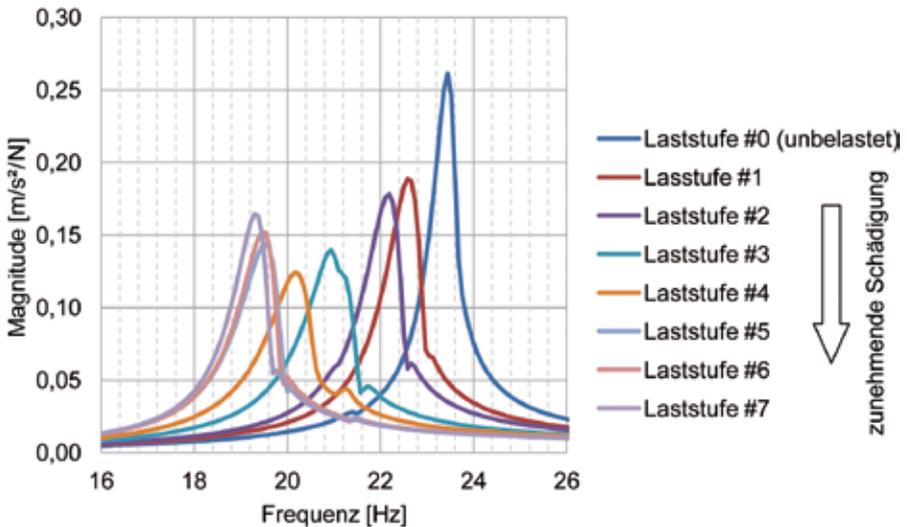


Bild 5: Übertragungsfunktionen der 1. Eigenfrequenz je Laststufe (Beschleunigungssensor Acc 1, Anregung mit Impulshammer in Balkenmitte)

Betrachtet man zunächst die Übertragungsfunktionen des ungeschädigten Balkens (Bild 6, oben), so erkennt man, dass sowohl die Amplitude der Übertragungsfunktion sowie die Eigenfrequenz mit zunehmender Erregerkraft fällt. Da bei diesen geringen Erregerkräften mit keiner Schädigung zu rechnen ist, ist dieses Verhalten mit der zunehmenden Materialdämpfung zu begründen.

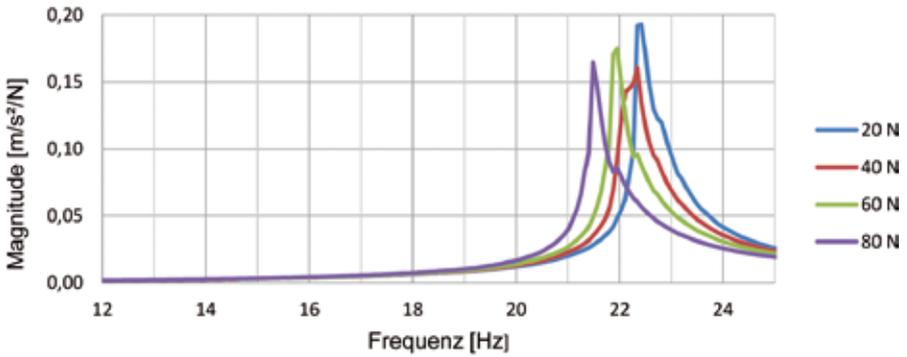
Bei einem direkten Vergleich mit den Übertragungsfunktionen des bereits geschädigten Balkens (Bild 6, Mitte und unten), ist eine Zunahme der Kraftabhängigkeit der Eigenfrequenz zu erkennen. Bei kleinen Kraftamplituden entstehen nur geringe Verformungen und bereits vorhandene Risse bleiben während des Schwingvorgangs geschlossen. Es liegt ein annähernd lineares Schwingungsverhalten vor. Bei Erhöhung der dynamischen Kraft beginnen sich die Risse zu öffnen. Die damit verbundene Steifigkeitsverringering führt zu einem Abnehmen der Eigenfrequenz.

Es wird vermutet, dass diese Kraftabhängigkeit der Eigenfrequenz ab einer bestimmten dynamischen Last wieder abnimmt, da alle vorhandenen Risse sich während des Schwingvorgangs geöffnet haben. Die Eigenfrequenz, bei der die Übertragungsfunktion eine Unabhängigkeit von der Amplitude der dynamischen Kraftanregung aufweist, beinhaltet also jene Steifigkeitsverteilung über die Trägerlänge, die durch die Vorschädigung in den Träger eingebracht wurde.

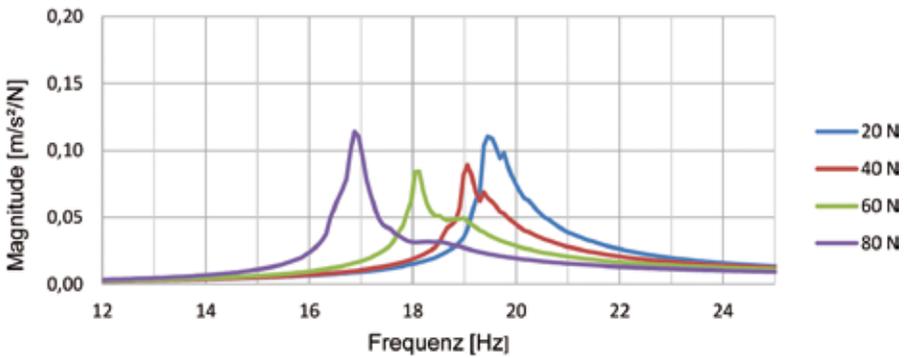
Bild 6 (rechte Seite)

Übertragungsfunktionen des Balkens 1; exemplarisch für die Laststufen #0, #3, #7

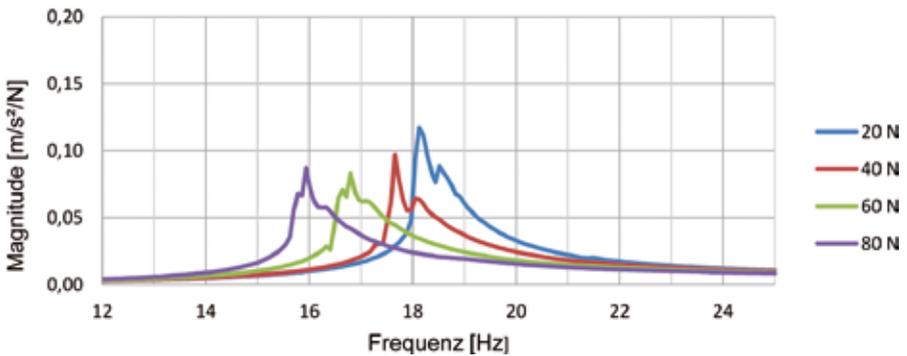
Laststufe #0



Laststufe #3



Laststufe #7



Während bei kleinen Erregerkräften der Verbund zwischen Bewehrung und Beton durch die Haftreibung sichergestellt ist, werden bei größeren Lasten auch Gleitreibungsvorgänge aktiviert. Der ständige Wechsel zwischen diesen Reibungsvorgängen erhöht zunächst das Dämpfungsmaß – die Amplitude der Übertragungsfunktion fällt ab. Bei einer weiteren Steigerung der Last und der damit verbundenen Erhöhung der Schwinggeschwindigkeit wird der Verbund zunehmend über Gleitreibung gewährleistet. Die Dämpfung nimmt wieder ab – die Übertragungsfunktion steigt erneut an, vgl. auch [10].

Es können also zwei nahezu kraftunabhängige Schwingungszustände bestimmt werden. Der erste ist ein Zustand mit kleinen Kraftamplituden, infolgedessen Risse geschlossen bleiben und der Verbund zwischen Beton und Bewehrung über Haftreibung bestimmt wird. Der zweite Zustand wird bei größeren Kräften mit atmenden Rissen erreicht. Die Steifigkeitsverteilung, die im Schwingvorgang vorliegt, entspricht dann der Steifigkeitsverteilung der Vorschädigung.

Leider konnte dieser zweite Zustand bei den durchgeführten Versuchen noch nicht bestimmt werden, da die Leistung des verwendeten Shakers nicht ausreichte.

### 3 Theoretische Ansätze und Forschungsbedarf

Hier soll zunächst der Zusammenhang zwischen der Abhängigkeit der statischen Verformung und der Eigenform von der beanspruchungsabhängigen Änderung der Steifigkeit  $EI(x)$  des Trägers verdeutlicht werden.

Da wirklichkeitsnahe Verformungen zu bestimmen sind, wird hier das nichtlineare Werkstoffverhalten mittels der vereinfachten trilinearen Momenten-Krümmungs-Beziehung nach [11] berücksichtigt. Diese wird durch folgende drei Wertepaare definiert:

- $M_{I,II}$  und  $\kappa_{I,II}$  beim Übergang des Querschnittes von Zustand I zu Zustand II,
- $M_y$  und  $\kappa_y$  an der Streckgrenze des Bewehrungsstahls,
- $M_u$  und  $\kappa_u$  beim Erreichen des Bruchmomentes.

Im Zustand I kann näherungsweise ein linear-elastisches Verhalten angenommen werden, sodass sich bekanntlich das Rissmoment  $M_{I,II}$  des Betonquerschnitts näherungsweise nach Gl. (6) und die zugehörige Krümmung nach Gl. (7) ermitteln:

$$M_{I,II} = f_{ct} \cdot W \tag{6}$$

$$\kappa_{I,II} = \frac{M_{I,II}}{E_c \cdot I_c} \tag{7}$$

Da sich Stahlbeton im Zustand II nichtlinear verhält, ist die Biegesteifigkeit  $K^II = M / \kappa$  nicht mehr konstant, sondern nimmt mit zunehmender Krümmung immer mehr ab. Die Dehnungsverteilung ist grundsätzlich aus den Gleichgewichtsbedingungen am Querschnitt iterativ zu ermitteln. Das horizontale Gleichgewicht ist erfüllt, wenn:

$$|F_{sy}| = |F_c| \tag{8}$$

Dies wird durch Annahmen für die Betondehnung  $\varepsilon_c$  iterativ gefunden. Bekanntlich gelten folgende Zusammenhänge:

$$\text{Stahlzugkraft beim Beginn des Stahlfließens: } F_{sy} = f_{ym} \cdot A_s \quad (9)$$

$$\text{Stahldehnung beim Beginn des Stahlfließens: } \varepsilon_{sy} = \frac{f_{ym}}{E_s} \quad (10)$$

$$\text{Druckkraft des Betons: } F_c = \alpha_R \cdot x \cdot b \cdot f_{cm} \quad (11)$$

$$\text{Druckzonenhöhe: } x = \frac{|\varepsilon_c|}{|\varepsilon_c| + \varepsilon_{sy}} \cdot d \quad (12)$$

$$\text{Völligkeitsbeiwert der } \sigma_c\text{-}\varepsilon_c\text{-Verteilung: } |\varepsilon_c| \leq 2 \text{ ‰: } \alpha_R = \frac{|\varepsilon_c| \cdot (6 - |\varepsilon_c|)}{12} \quad (13)$$

$$|\varepsilon_c| > 2 \text{ ‰: } \alpha_R = \frac{3 \cdot |\varepsilon_c| - 2}{3 \cdot |\varepsilon_c|} \quad (14)$$

Das Moment  $M_y$  und die Krümmung  $\kappa_y$  an der Streckgrenze des Bewehrungsstahls ergeben sich dann zu:

$$M_y = F_{sy} \cdot (d - k_a \cdot x) \quad (15)$$

$$\kappa_y = \frac{|\varepsilon_c| + \varepsilon_{sy}}{d} \quad (16)$$

mit dem Beiwert  $k_a$  zur Bestimmung der Lage der Druckkraftresultierenden in Abhängigkeit der Völligkeit der  $\sigma_c\text{-}\varepsilon_c\text{-Verteilung}$ :

$$|\varepsilon_c| \leq 2 \text{ ‰: } k_a = \frac{8 - |\varepsilon_c|}{4 \cdot (6 - |\varepsilon_c|)} \quad (17)$$

$$|\varepsilon_c| > 2 \text{ ‰: } k_a = \frac{|\varepsilon_c| \cdot (3 \cdot |\varepsilon_c| - 4) + 2}{2 \cdot |\varepsilon_c| \cdot (3 \cdot |\varepsilon_c| - 2)} \quad (18)$$

Für die Ermittlung des Bruchmoments wird das horizontale Gleichgewicht mithilfe des Spannungsblocks nach Gl. (19) mit  $k = 0,8$  und  $\chi = 0,95$  nach [11] für  $f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$  gebildet:

$$F_c = k \cdot x \cdot b \cdot \chi \cdot f_{cm} = F_{sy} \quad (19)$$

Daraus folgt für die Druckzonenhöhe  $x$ :

$$x = \frac{F_{sy}}{k \cdot b \cdot \chi \cdot f_{cm}} \quad (20)$$

$$\varepsilon_s = \frac{|\varepsilon_{cm}|}{x} \cdot (d - x) > \frac{f_{yt}}{E_s} \rightarrow \text{Stahl fließt (unterbewehrter Querschnitt)} \quad (21)$$

Das Moment  $M_u$  und die Krümmung  $\kappa_u$  beim Erreichen des Bruchzustandes ergeben sich dann zu:

$$M_u = F_{sy} \cdot (d - 0,4 \cdot x) \tag{22}$$

$$\kappa_u = \frac{|\epsilon_c| + \epsilon_s}{d} \tag{23}$$

Für den Balken 1 ergibt sich eine Momenten-Krümmungs-Beziehung entsprechend Bild 7. Den Momentenverlauf infolge des 4-Punkt-Biegeversuchs über die Trägerlänge zeigt Bild 8 (oben), hier exemplarisch für die Laststufe #4 des Balkens 1 dargestellt. Aus der Momenten-Krümmungs-Beziehung kann dann ein Krümmungsverlauf entsprechend Bild 8 (Mitte) ermittelt werden. Durch die Beziehung  $EI(x) = M(x) / \kappa(x)$  ergibt sich für die Steifigkeit Bild 8 (unten).

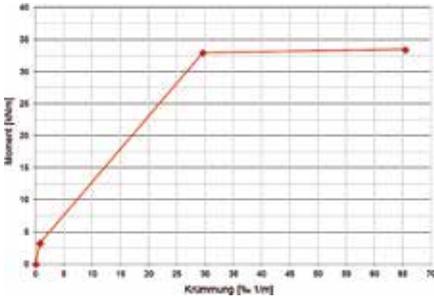


Bild 7 (oben): Trilineare Momenten-Krümmungs-Beziehung des Balkens 1

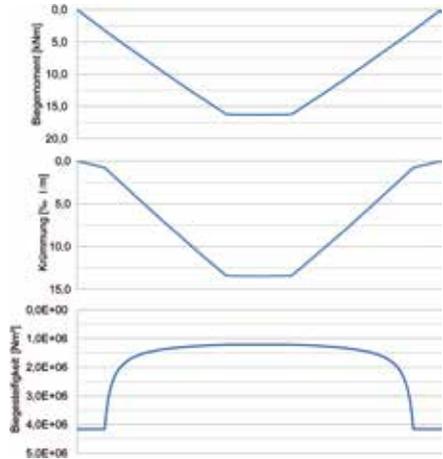


Bild 8 (rechts): exemplarisch für die Laststufe #4 (von oben nach unten): Momentenverlauf  $M(x)$ , Krümmungsverlauf  $\kappa(x)$  und Steifigkeitsverlauf  $EI(x)$

Mithilfe der Arbeitsgleichung (24) werden nun die rechnerischen Durchbiegungen in Feldmitte je Lastfall ermittelt und mit den gemessenen Werten verglichen.

$$f = \int_0^l \frac{M(x)}{EI(x)} \cdot M_1(x) dx = \int_0^l \kappa(x) \cdot M_1(x) dx \tag{24}$$

Bild 9 bestätigt, dass mithilfe der Momenten-Krümmungs-Beziehung die tatsächlichen Verformungen sehr gut abbildet werden können und dass die errechnete Steifigkeitsverteilung den Zustand des Balkens zu jeder Laststufe widerspiegelt.

Im nächsten Schritt soll die Eigenfrequenz unter Berücksichtigung der zuvor ermittelten Steifigkeitsverteilung errechnet werden. Dafür wird hier der Rayleigh-Quotient nach Gl. (25) verwendet:

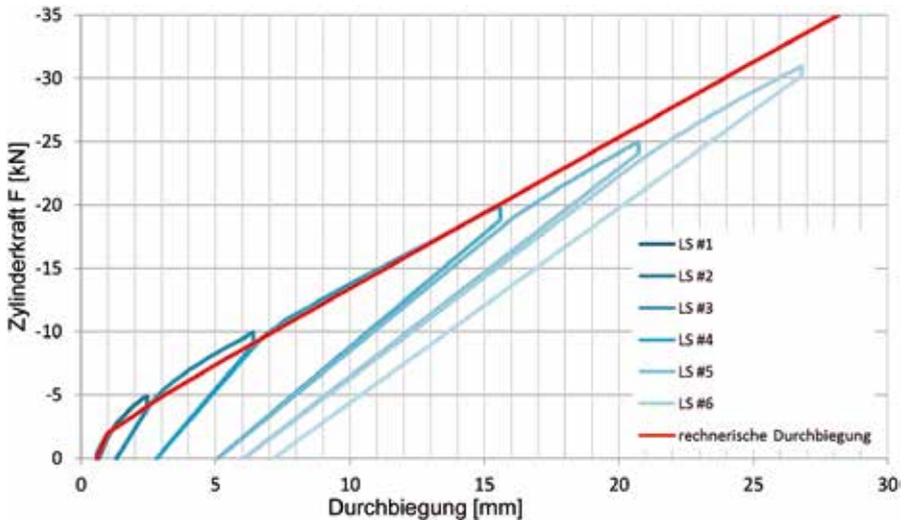


Bild 9: Durchbiegung in Feldmitte; Vergleich von gemessenen und rechnerischen Werten

$$\omega^2 = \frac{\int_0^l EI(x) \cdot [\psi''(x)]^2 dx}{\int_0^l \mu(x) \cdot [\psi(x)]^2 dx} \quad (25)$$

Mit:	$\omega$	Eigenkreisfrequenz [rad/s]
	$EI(x)$	Steifigkeitsverteilung
	$\mu(x)$	Massenverteilung = $\phi(x) \cdot A(x)$
	$\psi(x)$	Näherungsfunktion für die Eigenform
	$\psi'(x)$	2. Ableitung Eigenform

Stimmt  $\psi(x)$  mit der Eigenschwingform der Struktur überein, ist das Ergebnis für die Eigenfrequenz  $\omega$  exakt.

Zunächst wurde der Rayleigh-Quotient mit einer Sinusfunktion nach Gl. (26) abgebildet. Diese würde der exakten Eigenform an einem idealen System entsprechen.

$$\psi(x) = \sin\left(\frac{\pi}{l} \cdot x\right) \quad (26)$$

Nach Morleigh kann für die Näherungsfunktion der Eigenform  $\psi(x)$  die Biegelinie unter Eigengewicht angenommen werden, vgl. [12]. Dabei ist die Steifigkeitsverteilung bereits in  $\psi(x)$  enthalten.

Es hat sich gezeigt, dass zwischen den beiden Ansätzen nur ein geringer Unterschied vorliegt. Das bedeutet, dass für eine weitere Verwendung des Rayleigh-Quotienten die Nutzung der idealisierten Eigenform ausreichend genau ist. In Tabelle 2 werden die errechneten Eigenfrequenzen unter Berücksichtigung der Steifigkeitsverteilung mit den gemessenen Werten des Impulshammers und des Shakers unter einer Erregerkraft von 80 N verglichen.

Tabelle 2: Vergleich der errechneten und gemessenen Eigenfrequenzen

Laststufe	Eigenfrequenzen [Hz]			
	errechnet mit Rayleigh-Quotient		gemessen	
	mit $\psi = \sin(\pi \cdot x/l)$	mit $\psi = \text{Biegelinie}$	mit Impulshammer	mit Shaker (80 N)
#0	23,4	23,4	23,4	21,5
#1	23,2	23,2	22,6	21,1
#2	17,9	16,6	22,2	19,5
#3	14,9	14,2	20,9	16,9
#4	13,2	12,9	20,2	16,1
#5	12,8	12,7	19,5	16,4
#6	12,6	12,5	19,5	16,3
#7	12,4	12,3	19,3	15,9

Vergleicht man die errechneten und die gemessenen Eigenfrequenzen, so wird deutlich, dass insbesondere für die höheren Laststufen die errechneten Eigenfrequenzen deutlich unterhalb der gemessenen Werte liegen. Das liegt daran, dass während des Schwingvorgangs die Erregerkräfte nicht groß genug waren, um alle Risse während des Schwingens zu öffnen. Insbesondere die Anregung mit dem Impulshammer (sehr kleine Kraftamplitude) führt zu keinem Ergebnis, das genauere Aussagen über schädigungsbedingte Steifigkeitsverringerng des Balkens zulässt.

Es wird vermutet, dass durch weitere Steigerung der dynamischen Last ein Zustand erreicht werden kann, der die Schädigung der Struktur abbildet. Dieser Zustand sollte der Theorie nach durch eine Abnahme der Kraftabhängigkeit der Übertragungsfunktion charakterisiert sein (vergleiche auch Abschn. 2.3). Durch weiterführende Versuche soll gezeigt werden, dass die Eigenfrequenz dieses Zustandes mit der errechneten Eigenfrequenz, welche sich aus dem Rayleigh-Quotient ergibt, übereinstimmt.

#### 4 Fazit und Ausblick

Durch die beschriebenen Versuche konnte gezeigt werden, dass die Eigenfrequenzen deutlich von der anregenden Kraft abhängen. Diese Abhängigkeit ist insbesondere bei geschädigten Strukturen ausgeprägt.

Durch weiterführende Versuche soll gezeigt werden, dass dieses charakteristische Verhalten

genutzt werden kann, um direkte Aussagen über den Zustand und die Vorschädigung einer Struktur treffen zu können. Wenn die Eigenfrequenz, welche sich aus der schadensbedingten Steifigkeitsverringerung ergibt, durch Steigerung der dynamischen Erregerkraft messtechnisch erfasst werden kann, sind Rückschlüsse auf die Steifigkeitsverteilung möglich.

## Literatur

- [1] DIN 1045:1925-09: Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton.
- [2] Bolle, G.: Tragwerksplanung im Bestand – Bewertung bestehender Tragwerke. In: Bergmeister, K.; Fingerloos, F.; Wörner, J. (Hrsg.): Betonkalender 2015, Band 1, Berlin: Ernst & Sohn, 2015, S. 81–90.
- [3] DIN EN 1990:2010-12: Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung.
- [4] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (Hrsg.): DAfStb-Richtlinie Belastungsversuche an Betonbauwerken. Berlin: Beuth, 2000.
- [5] Strauss, A.; Bergmeister, K.; Wendner, R.; Hoffmann, S.: System- und Schadensidentifikation von Betontragstrukturen. In: Bergmeister, K.; Fingerloos, F.; Wörner, J. (Hrsg.): Betonkalender 2009, Band 2, Berlin: Ernst & Sohn, 2009, S. 85–102.
- [6] Maeck, J.: Damage Assessment of Civil Engineering Structures by Vibration Monitoring. Diss., KU Leuven (Belgium), 2003.
- [7] Waltering, M.: Damage Assessment of Civil Engineering Structures and Bridges using Nonlinear Dynamic Characteristics. Diss., Aachen: Shaker, 2009.
- [8] Ebert, M.: Experimentelle und numerische Untersuchungen des dynamischen Verhaltens von Stahlbetontragwerken unter Berücksichtigung stochastischer Eigenschaften. Diss., Bauhaus-Universität Weimar, 2001.
- [9] Dieterle, R.; Bachmann, H.: Versuche über den Einfluss der Rissbildung auf die dynamischen Eigenschaften von Leichtbeton- und Betonbalken. Basel: Birkhäuser, 1979.
- [10] Waltering, M.; Waldmann, D.; Maas, S.; Zürbes, A.: Untersuchung nichtlinearer Schwingungseigenschaften zur zerstörungsfreien Zustandsprüfung am Beispiel von Stahlbetonbalken. Beton- und Stahlbetonbau 109 (2007) 9, S. 615–621.
- [11] DIN 1045-1:2008-08: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion.
- [12] Petersen, C.: Dynamik der Baukonstruktionen. Wiesbaden: Vieweg, 1996.