



**TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DRESDEN**

Erweiterte Phasenfeldmethode zur Simulation von Riss- und Ermüdungsvorgängen

Extended Phase-Field Method (XPFM) for the Simulation of Fracture and Fatigue Processes

Von der Fakultät Bauingenieurwesen
der Technische Universität Dresden
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.) genehmigte

DISSERTATION

von Dipl.-Ing. Christian Krüger
geboren am 05. Februar 1995 in Frankfurt (Oder)

Gutachter Prof. Dr.-Ing. Stefan Löhnert
 Prof. Dr. Laura De Lorenzis
 Prof. Dr.-Ing. habil. Markus Kästner

Verteidigung 21. Juni 2024

Abstract

Keywords: Phase-Field Method, XFEM/GFEM, Extended Phase-Field Method (XPFM), Linear Elastic Fracture Mechanics, Fatigue Fracture

Among the plurality of numerical methods to simulate fracture and fatigue processes, the phase-field method gained a lot of attention during the past years. The strength of the method is located in its implicit ability to capture crack phenomena like crack initiation, branching, and merging without consulting further criteria. However, it lacks efficiency due to the fine finite element meshes required in order to accurately capture the high gradients of the phase-field as well as of the displacements across a crack by standard LAGRANGian shape functions. Adding enrichment functions (either gained from analytical considerations or obtained numerically) to the ansatz space, as in the XFEM/GFEM (extended/generalized finite element method), can improve the approximation quality significantly. Particularly functions like discontinuous functions, which otherwise can be approximated by LAGRANGian shape functions only on really fine meshes, are reproduced independently of the mesh orientation and size in the XFEM/GFEM. In the scope of this thesis, a novel framework called extended phase-field method (XPFM), based on a standard phase-field formulation for fracture processes in linear elastic fracture mechanics, is presented. The main idea is to introduce a transformed ansatz formulation for the approximation of the phase-field, which depends on second-order LAGRANGian shape functions. It can exactly reproduce, independently of the mesh, the exponential phase-field profile known from analytical considerations. From this transformed ansatz, enrichment functions are derived to improve the approximation quality of the displacements. In contrast to the XFEM, no additional tracking of the crack geometry is necessary because it is given directly by the phase-field. As a result, the XPFM can handle crack propagation simulations on meshes five to ten times coarser in each spatial direction than the original phase-field formulation without loss of accuracy. Thus, a remarkable reduction of the size of the equation systems to be solved is reached, leading to a considerable reduction of the numerical effort, especially for fatigue simulations.

Zusammenfassung

Schlagwörter: Phasenfeldmethode, XFEM/GFEM, Erweiterte Phasenfeldmethode, Linear-elastische Bruchmechanik, Ermüdungsvorgänge

In den vergangenen Jahren hat die Phasenfeldmethode zur Simulation von Riss- und Ermüdungsvorgängen viel Aufmerksamkeit erlangt. Der Vorteil der Methode besteht darin, dass Rissphänomene wie Rissinitiierung, -verzweigung und -vereinigung ohne die Berücksichtigung weiterer Kriterien implizit behandelt werden. Jedoch sind sehr feine Finite-Elemente-Netze notwendig, um die hohen Gradienten des Phasenfeldes und der Verschiebungen akkurat mit LAGRANGESchen Formfunktionen zu approximieren. Anreicherungsfunktionen (entweder basierend auf analytischen Lösungen des Problems oder auf numerischen Betrachtungen), wie sie in der XFEM/GFEM (erweiterte/generalisierte Finite-Elemente-Methode) eingesetzt werden, können die Approximationsqualität erheblich verbessern. Insbesondere Funktionen mit Diskontinuitäten, welche sonst nur auf äußerst feinen Netzen mit LAGRANGESchen Formfunktionen angenähert werden können, können mithilfe der XFEM/GFEM unabhängig von Elementgröße und -orientierung exakt reproduziert werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird eine neuartige Methode, die erweiterte Phasenfeldmethode (XPFM), vorgestellt. Sie basiert auf einem Standardphasenfeldmodell für Rissvorgänge in linear-elastischen Materialien. Die Grundidee der Methode besteht darin, einen transformierten Ansatz für das Phasenfeld zu konstruieren, welcher auf quadratischen LAGRANGE-Formfunktionen basiert, jedoch das aus der analytischen Lösung folgende exponentielle Phasenfeldprofil exakt reproduzieren kann. Darauf aufbauend werden Anreicherungsfunktionen für eine verbesserte Approximation der Verschiebungen abgeleitet. Im Gegensatz zur XFEM/GFEM wird kein gesonderter Algorithmus zur Verfolgung eines Risses benötigt, da die Rissgeometrie durch das Phasenfeld gegeben ist. Mit der XPFM können Rissprozesse auf fünf- bis zehnmal so groben Netzen (in jeder Raumrichtung) im Vergleich zum ursprünglichen Phasenfeldmodell ohne Verlust der Genauigkeit erfasst werden. Dadurch wird eine bemerkenswerte Reduktion der Größe der zu lösenden Gleichungssysteme und eine spürbare Reduktion des numerischen Aufwands, insbesondere bei der Simulation von Ermüdungsvorgängen, erreicht.