

Modeling of concrete failure by the phase-field approach – from brittle to ductile fracture

Modellierung des Betonversagens mittels der
Phasenfeldmethode – vom spröden zum duktilen Bruch

Zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

an der Fakultät Bauingenieurwesen
der Technischen Universität Dresden
eingereichte

Dissertation

vorgelegt von
M. Sc. Dong Zhao

Gutachter: **Prof. Dr.-Ing. habil. Michael Kaliske**
Technische Universität Dresden

Prof. Dr.-Ing. habil. Jörg Schröder
Universität Duisburg-Essen

Prof. Dr. Leong Hien Poh
National University of Singapore

Tag der Verteidigung: 21. Mai 2026

Summary

This thesis focuses on the phase-field approach for modeling GRIFFITH fracture at small strains and its extension to capture more complex characteristics of concrete materials, including anisotropy, quasi-brittleness, and ductility.

The first step is to investigate the phase-field method within the framework of the Representative Crack Element (RCE) from both analytical and numerical perspectives, with particular emphasis on the crack driving force and post-fracture behavior. For the numerical study, the governing partial differential equations are solved within a standard GALERKIN type finite element framework.

Next, the study explores anisotropy within the RCE phase-field framework, focusing on mode-dependent fracture properties. This involves incorporating mode specific crack driving forces and fracture resistances for both Mode I and Mode II fractures, enabling the numerical simulation of complex failure patterns commonly observed in concrete and rock-like materials.

To account for the post-peak softening behavior characteristic of concrete failure, a quasi-brittle fracture formulation is subsequently developed by incorporating a cohesive failure mechanism into the RCE phase-field framework. This formulation enables the modeling of gradual failure phenomena.

Furthermore, a ductile RCE phase-field fracture model is formulated, considering a DRUCKER-PRAGER-type plasticity and its coupling with the crack resistance evolution. Enhanced by a gradient-extended micromorphic plasticity formulation, the model ensures numerical stability, robustness, and physical consistency, making it well-suited for simulating the failure of fiber-reinforced concrete.

All the four just-mentioned subtopics are consistently derived and validated against analytical solutions and/or experimental observations. In general, the work as a whole provides a consistent framework that describes several important characteristics of concrete failure, and potentially some insights into the failure mechanism of concrete materials.

Zusammenfassung

Diese Dissertation konzentriert sich auf den Phasenfeldansatz zur Modellierung des GRIF-FITH-Bruchs bei kleinen Verzerrungen und dessen Erweiterung zur Erfassung komplexerer Eigenschaften von Betonmaterialien, einschließlich Anisotropie, Quasiversprödung und Duktilität.

Der erste Schritt besteht darin, die Phasenfeldmethode im Rahmen des Representative Crack Element (RCE) sowohl aus analytischer als auch aus numerischer Perspektive zu untersuchen, wobei ein besonderer Schwerpunkt auf die Rissantriebskraft und das Verhalten nach dem Bruch gelegt wird. Für die numerische Untersuchung werden die zugrunde liegenden partiellen Differentialgleichungen in einer standardmäßigen GALERKIN-basierten Finite-Elemente-Methode gelöst.

Anschließend wird die Anisotropie innerhalb des RCE-Phasenfeldmodells untersucht, wobei der Fokus auf den modusspezifischen Brucheigenschaften liegt. Dabei werden modusspezifische Rissantriebskräfte und Bruchwiderstände für den Modus-I- und Modus-II-Bruch berücksichtigt, wodurch die numerische Simulation komplexer Versagensmuster ermöglicht wird, die typischerweise in Beton- und gesteinsähnlichen Materialien auftreten.

Um das für Betonversagen charakteristische Entfestigungsverhalten nach dem Erreichen der Spitzenfestigkeit zu berücksichtigen, wird eine quasi-spröde Bruchformulierung durch die Integration eines kohäsiven Versagensmechanismus in das RCE-Phasenfeldmodell entwickelt. Diese Formulierung ermöglicht die Modellierung allmählicher Versagensphänomene.

Darüber hinaus wird ein duktiles RCE-Phasenfeldbruchmodell formuliert, das eine DRUCKER-PRAGER-Plastizität und deren Kopplung mit der Entwicklung des Bruchwiderstands berücksichtigt. Durch eine gradientenerweiterte mikromorphe Plastizitätsformulierung wird eine numerisch stabile, robuste und physikalisch konsistente Modellierung erreicht, wodurch das Modell besonders gut für die Simulation des Versagens von faserverstärktem Beton geeignet ist.

Alle vier oben genannten Teilaspekte werden systematisch hergeleitet und anhand analytischer Lösungen und/oder experimenteller Beobachtungen validiert. Insgesamt bietet diese Arbeit eine konsistente Methodik zur Beschreibung mehrerer wichtiger Merkmale des Betonversagens und liefert potenziell neue Einblicke in die Versagensmechanismen von Betonmaterialien.