

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN  
Fakultät Bauingenieurwesen

# On the numerical approximation of brittle fracture evolution at impact loading and realistic post-fracture behavior by the phase-field method

An der Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden  
zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
eingereichte

## Dissertation

Vorgelegt von:

Dipl.-Ing. Christian Steinke  
geboren am 4. Oktober 1986 in Radebeul

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. M. Kaliske, M.Sc.  
(Technische Universität Dresden)  
Prof. Dr. L. De Lorenzis  
(ETH Zürich)  
Prof. Dr.-Ing. habil. R. Müller  
(Technische Universität Kaiserslautern)

Tag der Einreichung: 19. September 2020

Tag der Verteidigung: 29. Januar 2021

## Summary

The phase-field method is an emerging technique for the realistic and mesh-independent simulation of fracture. The regularized approximation of the crack surface provides an objective description of arbitrary configurations of the crack in 2D and 3D simulations. Furthermore, the regularized crack surface can be employed to compute a measure of the amount of energy dissipation necessary for the evolution of the crack surface. The second aspect is the decomposition of the strain energy density into crack driving and persistent components. Considering both aspects in a global energy balance, where the dissipation of strain energy is implemented by means of a degradation function multiplied to the strain energy density, yields a straight forward approach for crack evolution. The crack paths obtained exhibit realistic and experimentally validated crack patterns. Furthermore, the consideration of inertia enables the approximation of fundamental phenomena, e.g. branching and limiting crack tip propagation velocity, close to reality without the necessity for additional assumptions.

The thesis at hand considers the formulation, implementation and analysis of a phase-field method for crack approximation within the framework of finite element simulations. The application of the phase-field method for the realistic simulation of impact loading in transient simulations is evaluated with a special focus on the correct approximation of the post-fracture behavior of the broken structure. The thesis provides a comprehensive description of both the theoretical formulation as well as the finite element implementation of the novel directional phase-field split. In general, the phase-field split governs both the definition of the crack driving components of the strain energy density as well as the kinematics of the phase-field split considering the post-fracture behavior. The directional split is designed particularly with regard to a realistic approximation of the post-fracture behavior of an idealized plane crack free of frictional effects. To this end, basic crack kinematics are postulated. A fundamental information, that is not included in standard phase-field split formulations, is the spatial orientation of the crack surface. However, this information is essential for a proper decomposition of stresses and strains with respect to the basic crack kinematics. The local definition of a crack orientation vector is proposed, that is perpendicular to the crack surface and describes the spatial orientation of the crack in a unique manner. The crack orientation vector provides the fundamental basis for the formulation of the directional split. The definition of the crack orientation vector during the evolution of the phase-field crack is discussed and two approaches are pro-

posed. The crack orientation vector can be aligned to the principal direction of the largest tensile strain. However, it can be shown, that this orientation yields a maximum phase-field driving force in a limited range of strain states only. Considering mode-dependent fracture toughnesses for components of the crack driving strain energy density related to mode I and mode II crack deformation, i.e. based on tensile stresses normal to the crack surface and shear stresses on the crack surface, respectively, enables the formulation of a phase-field driving force with respect to the new crack orientation. The crack orientation to obtain a maximum phase-field driving force is derived for 2D states of strain. Furthermore, a novel degradation function and a modified approach to model irreversibility of crack evolution are proposed.

A chapter of the thesis is dedicated to the application and evaluation of the directional phase-field split in numerical examples including a comparison to common alternatives, i.e. the volumetric-deviatoric and the spectral split. The quality of the crack surface approximation by its regularization is investigated. The realistic post-fracture behavior of phase-field cracks is analyzed for predefined crack configurations as well as for crack evolution in mode I, mode II and at compressive loading. Finally, the application of the directional phase-field split to the simulation of impact on a plain concrete plate is used to demonstrate the capabilities of the split with respect to experimental observations.

# Zusammenfassung

Die Phasenfeldmethode ist ein relativ neuer numerischer Ansatz zur realistischen und diskretisierungsunabhängigen Modellierung von Bruchvorgängen. Basierend auf einer regularisierten Näherung der Rissfläche können jegliche Risskonfigurationen in zwei- und dreidimensionalen Berechnungen. Darüber hinaus bietet die regularisierte Rissfläche in Kombination mit der Oberflächenenergie des Materials ein Maß der zur Schaffung der Rissfläche notwendigen Energie. Die Zerlegung der Verzerrungsenergiedichte in risstreibende und bleibende Anteile bildet die Grundlage für die energetische Beschreibung des Risswachstums infolge der Dissipation von Verzerrungsenergieanteilen durch die Multiplikation der risstreibenden Verzerrungsenergiedichte mit einer Degradierungsfunktion in der globalen Energiebilanz. Die dadurch erhaltenen Risspfade entsprechen den durch experimentelle Beobachtungen begründeten Erwartungen. Darüber hinaus führt die Berücksichtigung von Trägheitseffekten in der globalen Energiebilanz zu einer ad-hoc Abbildung fundamentaler Phänomene transientser Rissausbreitung. Als Beispiele sind Rissverzweigungen sowie die Begrenzung der Rissspitzengeschwindigkeit von Bruchvorgängen unter Mode I Belastung zu nennen.

Die vorliegende Arbeit behandelt die theoretischen Grundlagen der Phasenfeldmethode sowie die Implementierung innerhalb eines auf finiten Elementen basierenden Simulationsansatzes. Darüber hinaus werden die grundlegenden Aspekte in numerischen Beispielen analysiert und diskutiert. Die realitätsnahe Abbildung impaktinduzierter Rissbildung in transienten Simulationen steht im Fokus der Arbeit, wobei der korrekten Darstellung des Nachbruchverhaltens besonderes Interesse gewidmet wird. Im Detail wird die neuartige Zerlegung der Verzerrungsenergiedichte – der sogenannte direktionale Phasenfeldsplit – vorgestellt. Dies erfolgt sowohl hinsichtlich der formelmäßigen Grundlagen als auch der Besonderheiten bei der Umsetzung im Rahmen der finiten Elemente. Im Allgemeinen bestimmt die Wahl des Phasenfeldsplits sowohl die risstreibenden Anteile der Verzerrungsenergiedichte als auch die Kinematik des Phasenfeldrisses nach der Rissbildung. Die Entwicklung des direktionalen Phasenfeldsplits basiert auf der realistischen Abbildung des Nachbruchverhaltens von Rissen unter der Annahme einer idealisierten Rissfläche, die sowohl als vollkommen eben als auch reibungsfrei angenommen wird. Für den idealisierten Riss werden 3 grundlegende Charakteristika der Risskinematik postuliert. Die Abbildung der Risskinematik erfordert die Information über die räumliche Ausrichtung der Rissfläche an jedem Materialpunkt. Diese üblicherweise nicht vorhandene Information wird durch die Definition eines

Rissorientierungsvektors erhalten, der durch die senkrechte Ausrichtung auf der Rissfläche deren räumliche Orientierung eindeutig festlegt. Die Bestimmung des Rissorientierungsvektors während der Evolution des Phasenfelds kann in Form eines Hauptdehnungskriteriums erfolgen, indem der Rissorientierungsvektor als identisch mit der Richtung der größten Hauptzugdehnung definiert wird. Allerdings lässt sich zeigen, dass mit einer derartigen Ausrichtung eine maximale risstreibende Verzerrungsenergiedichte für bestimmte Verzerrungszustände nicht gegeben ist. Ein signifikanter Teil der vorliegenden Arbeit widmet sich der Herleitung einer Rissorientierung, die die risstreibende Verzerrungsenergiedichte für beliebige zweidimensionale Verzerrungszustände maximiert. Dabei werden unterschiedliche Bruchfestigkeiten für normalspannungsabhängige und schubspannungsabhängige Anteile der risstreibenden Verzerrungsenergiedichte berücksichtigt. Darüber hinaus enthält die Arbeit eine neuentwickelte Degradierungsfunktion sowie einen modifizierten Ansatz zur Sicherstellung der Irreversibilität der Rissentwicklung.

Ein Kapitel der Arbeit ist der numerischen Analyse der Phasenfeldmethode gewidmet, wobei insbesondere die Unterschiede zwischen den in der Literatur üblichen volumetrisch-deviatorischen und spektralen Phasenfeldsplits und dem neuentwickelten direktionalen Phasenfeldsplit herausgearbeitet und intensiv diskutiert werden. Zunächst wird die Qualität der regularisierten Rissfläche hinsichtlich der abzubildenden Rissfläche für vorgegebene Risskonfigurationen analysiert. Weitere Beispiele demonstrieren die Vorteile des direktionalen Phasenfeldsplits hinsichtlich der realistischen Abbildung des Nachbruchverhaltens für vorgegebene und sich ausbreitende Risskonfigurationen in statischen und dynamischen Berechnungen. Abschließend wird der direktionale Phasenfeldsplit im Rahmen einer Impaktsimulation einer unbewehrten Betonplatte angewendet und hinsichtlich der Erfassung der maßgeblichen Versagensmechanismen evaluiert.