

# Untersuchungen zur Diskrepanz zwischen Relativ- und Absolutgenauigkeit der photogrammetrischen Messung kleiner Bewegungen in dynamischen Prozessen

Torsten PUTZE, Susanne LENK

## Zusammenfassung

Die Genauigkeit von Objektkoordinaten, bestimmt mit einem multiokularen photogrammetrischen Messsystem, ist abhängig u.a. von der Güte der Bestimmung der Kalibrierungs- und Orientierungsparameter der einzelnen Kameras. Hohe Standardabweichungen in diesen Parametern werden sich auch in hohe Standardabweichungen von Objektkoordinaten im räumlichen Vorwärtsschnitt fortpflanzen. Bei kleinen Bewegungen von Punkten zwischen aufeinander folgenden Bildern einer multiokularen Bildsequenz sind die Fehlereinflüsse beider Zeitpunkte jedoch hoch korreliert. Dies führt dazu, dass die Standardabweichung der Komponenten von Bewegungsvektoren oft deutlich kleiner ist als diejenige der zugehörigen Anfangs- und Endpunkte.

Um diese Effekte zu quantifizieren und einen Beitrag zu einer realistischeren Beschreibung der Genauigkeit photogrammetrischer Bewegungsanalysesysteme zu liefern, wurde eine Reihe überprüfender Experimenten mit einem 3D-PTV System durchgeführt.

## 1 Einleitung

Die photogrammetrische Bestimmung von Objektkoordinaten findet in sehr verschiedenen Bereichen Anwendung. Neben den statischen oder quasistatischen Anwendungen, die die einmaligen Zustände von Objekten beschreiben, werden auch dynamische Untersuchungen durchgeführt. Hierbei werden multiokulare Sequenzen aufeinander folgender Bilder ausgewertet und sich zeitlich verändernde 3D Punkte bestimmt. Zumeist sind hier nicht die Koordinaten in einem festgelegten Koordinatensystem von Belang, sondern die Differenzvektoren zwischen aufeinander folgenden Epochen. Je nach Bewegung des Objektes können die Differenzvektoren im Bildraum verschieden lang sein. Verschiebungen von mehreren Pixeln zwischen zwei Epochen sind bei Bewegungsanalysen oder Objektverfolgungen üblich. Im Bereich der Deformationsmessungen (MAAS & HAMPEL 2006, ALBERT et al. 2002) oder Hochgeschwindigkeitsaufnahmen bewegter Felder (z.B. PUTZE 2006) betragen die Verschiebungen hingegen nur wenige Pixel bis hin zu Subpixelwerten (Abb. 1). Auf das Sensorformat bezogen bedeutet das eine Verschiebung im  $\mu\text{m}$ -Bereich, im Objektraum entspricht dies, je nach Bildmaßstab, wenigen Millimetern. Ob diese geringe Verschiebung

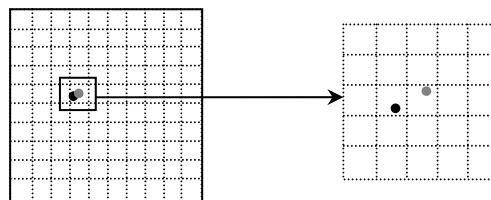


Abb. 1: Darstellung einer kleinen Verschiebung auf dem Sensor

signifikant nachgewiesen werden kann, lässt sich durch einen Signifikanztest klären. Die folgenden Ausführungen gelten für dynamische photogrammetrische Messungen mit kleinen Verschiebungen auf den Kamerasensoren zwischen aufeinander folgenden Epochen.

Die Güte der Differenzvektoren zwischen zwei Epochen ergibt sich durch Varianzfortpflanzung aus den Objektpunktgenauigkeiten. Auf diese wiederum haben die Genauigkeiten der Messgrößen (Bildpunkte) und der zumeist vorab bestimmten Parameter (innere und äußere Orientierung, Verzeichnung) Einfluss. Die Signifikanz der Verschiebung ist abhängig von der Lagegenauigkeit des Punktes zu den jeweiligen aufeinander folgenden Epochen und dem Freiheitsgrad des Gleichungssystems zur Bestimmung der Objektkoordinaten.

Im Allgemeinen können kleine Verschiebungen wegen der kalkulierten Standardabweichungen der Einzelpunkte und der geringen Redundanz statistisch nicht als solche nachgewiesen werden. Betrachtet man die herrschenden Korrelationen benachbarter Bildpunkte und hinterfragt das stochastische Modell zur Fehlerberechnung, so ist das Potential für höhere Genauigkeiten bei kleinen Verschiebungen im Gegensatz zu den zu pessimistisch geschätzten Genauigkeiten der Ausgleichung gegeben.

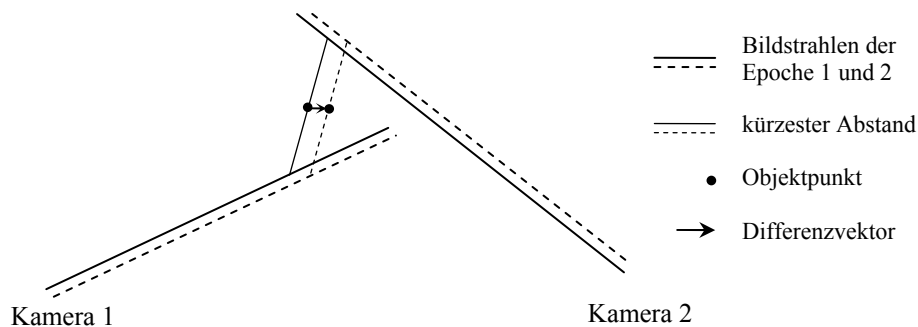
## 2 Theoretische Betrachtung

Um zu dokumentieren, dass die aus einem Vorwärtsschnitt bestimmten Genauigkeiten für den beschriebenen Fall der kleinen Verschiebungen (Abschnitt 1) als zu pessimistisch bewertet werden, müssen alle Einflussgrößen und deren Zusammenhang näher betrachtet werden. Hierzu zählen die Parameter der inneren und äußeren Orientierung, die Verzeichnung und die Bildpunktmessgenauigkeit. Weiterhin gilt es, das statistische Modell und die Varianzfortpflanzung auf die Eignung für diese speziellen Fälle zu prüfen.

### 2.1 Korrekturtherme der Abbildung

Der räumliche Vorwärtsschnitt zur Bestimmung von 3D Objektkoordinaten beruht auf dem Prinzip der Zentralprojektion. Die daraus abgeleiteten Kollinearitätsgleichungen sind für die mathematische Beschreibung realer Kameras (mit Objektiv) zumeist nicht ausreichend. Deshalb werden diese durch Korrekturtherme  $dx'$  und  $dy'$ , bestehend aus einer Reihe von Korrekturparametern, ergänzt. Diese beschreiben den Einfluss der optischen Elemente und der Sensoreigenschaften. Im Allgemeinen werden die Brownschen Verzeichnungsparameter (BROWN 1971) für die radial-symmetrische ( $A_1, A_2, A_3$ ), die radial-asy-mmetrische und die tangentielle Verzeichnung ( $B_1, B_2$ ), die Affinität ( $C_1$ ) und Scherung ( $C_2$ ) genutzt. Dieses Modell beschreibt die globalen Eigenschaften der Abweichungen der Abbildung von der Zentralperspektive. Für deren Bestimmung ist die Qualität und Quantität (Konfiguration) der genutzten Messpunkte für die Kalibrierung besonders entscheidend. Eine Veränderung der Anzahl und/oder der Konfiguration führen zu unterschiedlichen Ergebnissen. Dieser Fakt steht fest, auch wenn die Veränderungen weniger als die Standardabweichungen der einzelnen Parameter betragen (bei gut konfigurierten Netzen). Die Veränderung wiederum führt dazu, dass je nach Korrekturparametersatz der korrigierte Bildstrahl eine andere Richtung beschreibt. Wie jedoch leicht zu erkennen ist, haben diese

unterschiedlichen Werte der Parameter keinen Einfluss auf die Differenz der Korrekturwerte ( $dx'$ ,  $dy'$ ) benachbarter Bildpunkte.



**Abb. 2:** Räumliche Vorwärtsschnitte zweier Epochen und dazugehöriger Differenzvektor

Ebenso haben Veränderungen der inneren und äußeren Orientierung wenig Auswirkung auf die Differenz zweier benachbarter Bildstrahlen. Dies lässt sich aus dem Umstand erklären, dass die Standardabweichung eines Vorwärtsschnittes ein Maß für den kürzesten Abstand der Bildstrahlen ist. Ändert sich die Orientierung einer Kamera, so ändert sich auch der zugehörige Raumsstrahl eines Bildpunktes. Raumstrahlen benachbarter Bildpunkte ändern ihre Richtung in fast identischer Weise. Für Differenzmessungen ist weniger der kürzeste Abstand der homologen Bildstrahlen einer Epoche relevant als vielmehr die Gleichmäßigkeit der Verschiebung der zugehörigen Bildstrahlen. (Abb. 2)

## 2.2 Statistische Größen

Photogrammetrische Auswertungen sind geprägt von Überbestimmungen. Ein einfacher Vorwärtsschnitt basierend auf zwei Kameras ist schon durch eine Überbestimmung charakterisiert. Eine Bündelausgleichung, z.B. einer Simultankalibrierung, besitzt mehrere hundert oder tausend Freiheitsgrade. Die Lösung der überbestimmten Gleichungssysteme wird jedoch in den allermeisten Fällen nach demselben Prinzip, der Methode der kleinsten Quadrate (Gauß-Markov-Modell), durchgeführt. Die für dieses Ausgleichsprinzip geltenden Voraussetzungen (unendlich große Stichprobe mit normalverteilten Abweichungen) gelten nur in den seltensten Fällen. Für den Fall eines einfachen Vorwärtsschnittes werden aus 4 Messwerten 3 Unbekannte geschätzt, systematische Fehler auf Grund unzureichender Modelle für die innere und äußere Orientierung und die Verzeichnung können nicht ausgeschlossen werden. Als Maß für die Genauigkeit von Messungen werden Standardabweichungen ermittelt und angegeben. Diese sind per Definition ein Maß für die Streuung einer Zufallsvariable um ihren Mittelwert und gilt unter denselben Bedingungen des Gauß-Markov-Modells.

Zur Lösung des räumlichen Vorwärtsschnittes werden die Bildpunktmessungen als einzige Beobachtungen eingeführt. Die zumeist vorab bestimmten Parameter der Orientierung und Verzeichnung gehen als fehlerfreie Konstanten in die Ausgleichung ein. Somit ergeben sich die Varianzen der Unbekannten allein aus den Gewichten der Beobachtungen, welche unkorreliert behandelt werden. Durch eine separate Varianzfortpflanzung (Gl. (1)) ist es mög-

lich, die Varianzen der Orientierungsparameter in das stochastische Modell einfließen zu lassen.

$$\hat{C}_{xx} = F \cdot \hat{C}_{ll} \cdot F^T \quad \text{Gl. 1}$$

Wie in Abschnitt 1 beschrieben, sind die Bildstrahlen benachbarter Punkte ( $x$  und  $x + \Delta x$ ) über das gemeinsame globale funktionale Modell ( $f(x)$  und  $f(x + \Delta x)$ ) miteinander korreliert. Diese Tatsache müsste nun in die Kovarianzmatrix  $C_{ll}$  integriert werden. Dies erfordert aber eine explizite Darstellung der Korrelation, welche eine Funktion des Abstandes und nicht bekannt ist. Ziel dieser fehlertheoretischen Betrachtung muss es sein, die Korrelationen der Neupunkte untereinander zu bestimmen.

### 2.3 Signifikanztest

Zur Beurteilung von Deformationen oder Verschiebungen, die mit einem Messverfahren bestimmter Güte untersucht wurden, werden in der beurteilenden Statistik Hypothesentests herangezogen (z.B. AMENT 2003). Es ist dabei zu prüfen, ob der Erwartungswert  $\mu_0$  einer Beobachtung  $x$  auf Grund deren Varianz einem bestimmten Erwartungswert  $\mu$  entspricht (Nullhypothese  $H_0$ , Gl. (2)).

$$H_0 : \mu_0 = \mu \quad \text{Gl. 2}$$

Dazu wird die Testgröße  $t_p$  (Gl. 3) mit dem Quantil der t-Verteilung  $t_{f,1-\alpha/2}$  verglichen.

$$t_p = \frac{|x - \mu_0|}{\sigma_x} \quad \text{Gl. 3}$$

Das Quantil der t-Verteilung ist abhängig vom Freiheitsgrad  $f$  der Messreihe und dem gewählten Signifikanzniveau  $\alpha$ . Nur wenn  $t_p > t_{f,1-\alpha/2}$  ist, wird die Nullhypothese verworfen. Im Fall einer Verschiebung ist diese dann mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit  $1 - \alpha$  nachgewiesen.

Für den räumlichen Vorwärtsschnitt aus basierend auf zwei/vier Kameras gilt bei einem Signifikanzniveau von  $\alpha=5\%$  ein kritischer Wert von 12,7 und 2,6. Dies bedeutet, dass Deformationen/Verschiebungen unter statistischer Beurteilung erst ab Beträgen über der 12,7 fachen bzw. 2,6 fachen Standardabweichung sicher festgestellt und deren Beträge nur für einen solchen Konfidenzbereich angegeben werden können.

### 2.4 Konsequenz

Auf Grund des unzureichenden stochastischen Modells werden die ermittelten Genauigkeiten zu pessimistisch geschätzt. Weiterhin sind die statistischen Hypothesentests für bestimmte Aufgaben nicht aussagekräftig. Fehler 2. Art, die Nullhypothese wird beibehalten, obwohl diese falsch ist, sind auf Grund der Rahmenbedingungen unvermeidbar.

### 3 Praktische Untersuchungen

Die in Abschnitt 2 ausgeführten Grundlagen weisen auf eine zu pessimistische Beurteilung der Ergebnisse hin. Wie im Abschnitt 1 dargestellt, sind für bestimmte Aufgaben die zu erwartenden Genauigkeiten auf Grund von Korrelationen der Unbekannten (Neupunkte) höher vermuten. Diese Aufgaben schließen Verschiebungen zwischen einzelnen Epochen bis zu wenigen Pixeln ein. Um dies zu bestätigen, wurde eine Reihe praktischer Tests durchgeführt, die Aufschluss über das Potential von photogrammetrischen Messungen dieser Art geben sollen. Weiterhin wurde auf den gültigen Bereich der Korrelationen hin untersucht.

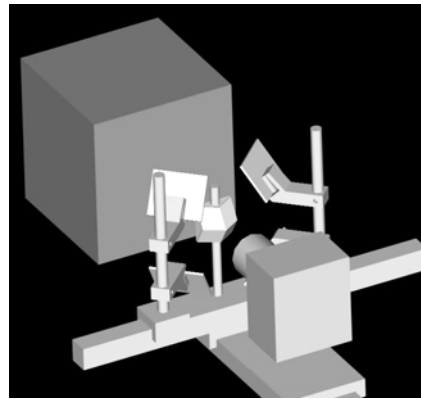
#### 3.1 Versuchsaufbau

Die Versuche wurden mit einem 4fachen Spiegelsystem und einer einzelnen Machine Vision Kamera (siehe Abb. 3) durchgeführt. Die daraus generierten 4 virtuellen Kameras werden im Folgenden als Eigenständig betrachtet. Die grundlegenden Hintergründe zur Nutzung von Spiegelsystemen und deren Eigenschaften sind in PUTZE & RAGUSE (2007) und PUTZE (2005) nachzulesen.

Die Kalibrierung und Orientierung des Kamerasystems wurde mit Hilfe eines kommerziellen Softwarepaketes durchgeführt. Die damit gewonnenen Ergebnisse dienten als Grundlage für den räumlichen Vorwärtsschnitt.

Zur Bestimmung der Genauigkeit bei Verschiebungen diente eine Tafel mit circa 200 Messmarken als Ziel. Diese wurde sowohl in lateraler Richtung als auch in Tiefenrichtung vor dem Kamerasystem um kleine Beträge verschoben. Die Entfernungen zwischen Kalibriertafel/Verschiebetafel und Kamerasystem betragen

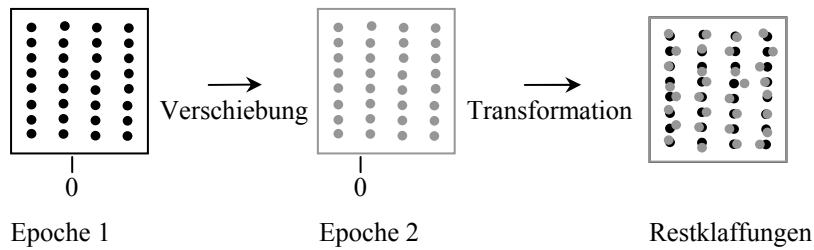
etwa 1 Meter, variierten jedoch zur besseren Beurteilung zwischen den einzelnen Messreihen.



**Abb. 3:** Schematische Darstellung des Spiegelvorsatzes

#### 3.2 Versuchsdurchführung und Auswertung

Die Idee der Untersuchung beruht auf der Annahme, dass sich die Form eines Objektes in einem geringeren Maße ändert, als es durch die ermittelte Standardabweichung zu erwarten ist. Konkret wurde eine Testtafel mit circa 200 Punktmarken zu verschiedenen Epochen beobachtet. Zwischen den einzelnen Epochen fand eine Verschiebung in lateraler oder Tiefenrichtung statt. Da sich das Objekt nicht verändert hat, müssten die Punktwolken unter der Annahme der Fehlerfreiheit des Messsystems alle identisch sein. Durch eine Transformation der Punktwolken zueinander können die durch Messunsicherheiten (zufällige Fehler) entstandenen Restklaffungen zwischen den einzelnen Punktwolken bestimmt werden (Abb. 4).



**Abb. 4:** Schematische Darstellung der Versuchsdurchführung

Aus diesen Untersuchungen ergeben sich je Epochenpaar folgende Informationen:

- Standardabweichungen  $\sigma_p$  der Einzelpunkte aus den Vorwärtsschnitten
- Standardabweichung  $\sigma_s$  der Strecke zwischen homologen Objektpunkten
- Restklaffungen  $r_{XYZ}$  nach der Transformation zwischen homologen Objektpunkten
- Verschiebungsbetrag in Millimeter im Objektraum und in Pixel im Bildraum

Kern der Untersuchung ist der Quotient  $k$  aus der Standardabweichung der Strecke  $\sigma_s$  und der Restklaffung  $r_{XYZ}$  zwischen den homologen Punkten (Gl. 4) und dessen Abhängigkeit von dem Verschiebungsbetrag auf dem Sensor.

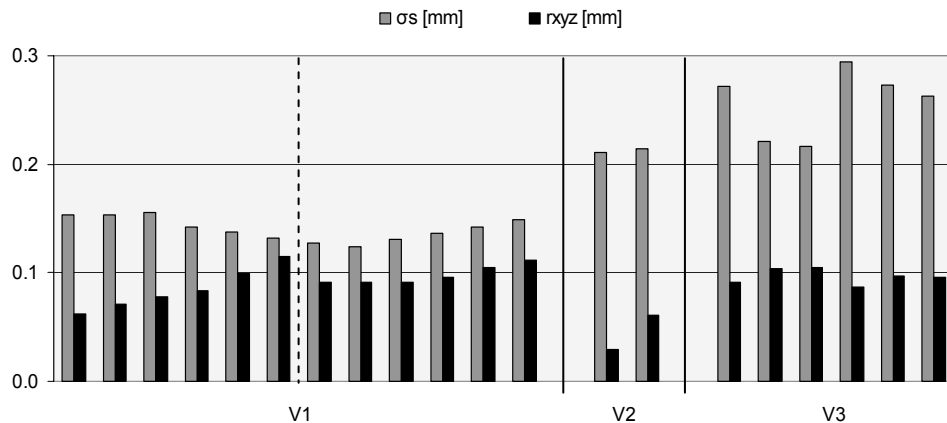
$$k = \frac{\sigma_s}{r_{XYZ}} \quad \text{Gl. 4}$$

### 3.3 Ergebnisse

Es wurden zur Untersuchung der beschriebenen Auswirkung drei verschiedene Versuche (V1, V2, V3) durchgeführt. Deren Rahmenbedingungen sind in Tabelle 1 dargestellt. Das Potential der Messung entspricht der Lagegenauigkeit im Objektraum, basierend auf dem  $\sigma_0$  der Kalibrierung. Dieses Potential kann bei ähnlich guten Bedingungen während des Vorwärtsschnittes erreicht werden. Im Versuch V1 ist dies gelungen, die Versuche V2 und V3 konnten das Potential für einen einzelnen Vorwärtsschnitt nicht voll ausschöpfen.

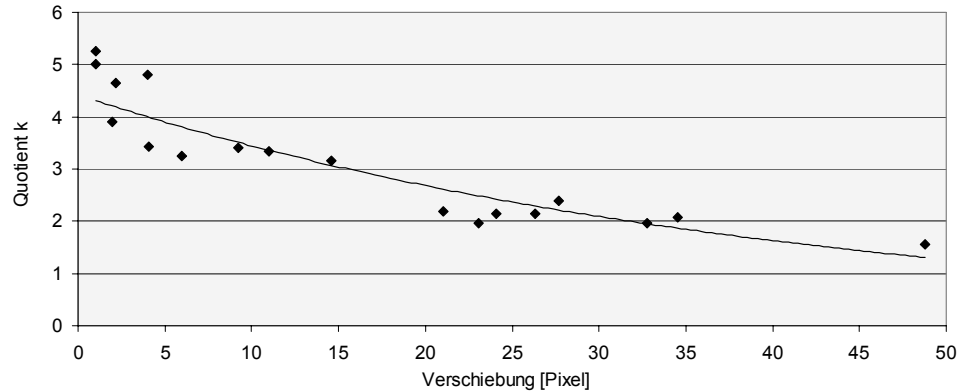
**Tabelle 1:** Rahmenbedingungen der durchgeführten Versuche

	V1	V2	V3
$\sigma_0$ Kalibrierung	0,51 $\mu\text{m}$	0,36 $\mu\text{m}$	0,50 $\mu\text{m}$
Entfernung Kalibrierung	90 cm	65 cm	85 cm
Entfernung Messung	95 cm	75 cm	115 cm
Potential Messung	0,08 mm	0,04 mm	0,09 mm
$\sigma_{XY}$ Neupunkte	0,07 mm	0,13 mm	0,13 mm
$\sigma_Z$ Neupunkte	0,13 mm	0,20 mm	0,23 mm



**Abb. 5:** Differenz zwischen den Standardabweichungen und den Restklaffungen

Die in Abschnitt 3.2 aufgezeigten Ergebnisse können wie folgt veranschaulicht werden. Die Grundidee dieses Beitrages wird durch den Vergleich der Standardabweichungen der Neupunkte mit den Residuen der Transformation gestützt. Abb. 5 zeigt die beiden Größen für alle drei Versuche. Die Daten des ersten Versuches (V1) sind unterteilt in die Verschiebung zur Seite (lat.) und in die Tiefe (spat.). Es ist hier deutlich zu sehen, dass die Standardabweichungen der Neupunkte kaum mit der Position variieren. Hingegen werden Residuen der Transformation mit zunehmendem Abstand von der 1. Epoche größer. Da die Verschiebung in Tiefenrichtung nur eine kleine Änderung der seitlichen Verschiebung auf dem Sensor bewirkt, war eine geringe Veränderung der Residuen zu erwarten. Der große Betrag der Residuen ist auf den Abstand zwischen der ersten Epoche und den weiteren für die Tiefenverschiebung zurückzuführen.



**Abb. 6:** Abhängigkeit des Quotienten  $k$  von der Verschiebung auf dem Sensor

Mit Hilfe der Gl. 4 wird aus den in Abb. 5 dargestellten Größen der Quotient  $k$  berechnet. Wie zu vermuten ist, gibt es eine Abhängigkeit des Quotienten  $k$  von der Verschiebung auf dem Sensor. Trägt man den Quotienten über der Verschiebung im Bildraum ab, erhält man eine Verteilung wie in Abb. 6 dargestellt. Es basiert auf den Daten der Versuche V1 und V3, der Versuch V2 zeichnet sich durch wesentlich größere Quotienten aus. Deutlich ist zu

erkennen, dass der Quotient mit dem Betrag der Verschiebung auf dem Sensor abnimmt. Dies ist hier angedeutet mit einer linearen Regression. Diese Funktion ist jedoch nicht für eine Extrapolation der Genauigkeit geeignet. Weiterhin gilt dieser explizit Zusammenhang zwischen Quotient und Abstand auf dem Sensor nur für die genutzte Konfiguration. Andere Kamerasystem/Konfigurationen werden anderen Zusammenhängen folgen, das Grundverhalten jedoch ist überall gleich.

## 4 Zusammenfassung und Ausblick

Anhand praktischer Versuche konnte der zuvor theoretisch formulierte Zusammenhang zwischen dem Quotienten  $k$  (bestimmt aus absoluter und relativer Genauigkeit) und kleinen Verschiebungsbeträgen auf dem Sensor nachgewiesen werden. Dies hat eine Bedeutung für die Bestimmung von geringen Verschiebungen oder Deformationen, die mit den üblichen statistischen Mitteln nicht ausreichend nachgewiesen werden konnten.

Um die hier dargestellten Ergebnisse zu untermauern, wird es notwendig sein, anhand einer Vielzahl von Versuchen mit verschiedenen Konfigurationen eine große Anzahl von Datenpunkten zu liefern. Neben der hier vorgestellten Methode bietet sich die Nutzung von hochpräzisen Verschiebetischen an. Damit können die Residuen  $r_{XYZ}$  durch Sollwerte ersetzt werden.

## 5 Literatur

- Albert, J. & Maas, H.-G., Schade, A., Schwarz, W. (2002): *Pilot studies on photogrammetric bridge deformation measurement*. 2nd IAG Com. IV Symposium on Geodesy for Geotechnical and Structural Engineering, Berlin.
- Ament, C. (2003): *Signifikanzanalyse im Rahmen des Statistischen Versuchsplanung*. Interner Bericht des SFB 570.
- Brown, D. (1971): *Close-range camera calibration*. Photogrammetric Engineering Vol. 37 No. 8, pp. 855-866.
- Maas, H.-G. & Hampel, U. (2006): *Photogrammetric Techniques in Civil Engineering Material Testing and Structure Monitoring*. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, Vol. 72, No. 1, pp. 39-45.
- Putze, T. (2005): *Geometric modelling and calibration of a virtual four-headed high speed camera-mirror system for 3-D motion analysis applications*. Grün, A.; Kahmen H. (Eds.): Optical 3-D measurement techniques VII, Vol. II, pp. 167-174, Wien.
- Putze, T. (2006): *Quality analysis of flow field data determines by 3D PTV in gas flows*. 12th international symposium on flow visualisation.
- Putze, T. & Raguse, K. (2007): *Configuration of multi mirror systems for single high speed camera based 3D motion analysis*. Videometrics IX (Electronic Imaging 2007), SPIE Proceedings Series.