

---

# Ein universeller Ansatz zur Mehrmedien-Bündeltriangulation

Christian MULSOW

## Zusammenfassung

Die Mehrmedien-Photogrammetrie erfuhr über die letzten Jahre einen Bedeutungszuwachs für viele Anwendungsfelder. Viele Messaufgaben bedingen die Bildakquise durch verschiedene lichtbrechende Medien hindurch. Das herkömmliche kollineare Modell der Photogrammetrie ist hier nicht anwendbar und muss somit erweitert werden. Der Artikel beschreibt einen allgemeingültigen Ansatz für ein Mehrmedien-Modul und dessen Integration in eine Bündeltriangulation. Der vorgestellte Ansatz erlaubt die simultane Bestimmung aller Systemparameter inklusive Brechungsindizes und Parameter der Trennflächen zwischen den unterschiedlichen Medien. Theoretisch existieren keine Restriktionen hinsichtlich der Anzahl der durchquerten Medien. Einzig die Trennflächen müssen implizit beschreibbar sein. Der Beitrag stellt das Grundkonzept sowie die Algorithmik vor. Ein Schwerpunkt liegt auf der Beschreibung der Bildstrahl-Verfolgung (Ray-Tracing). Weiterhin wird auf Optimierungsansätze und mögliche Problematiken eingegangen. Abschließend wird anhand von zwei Experimenten die Leistungsfähigkeit des implementierten Ansatzes nachgewiesen.

## 1 Einleitung

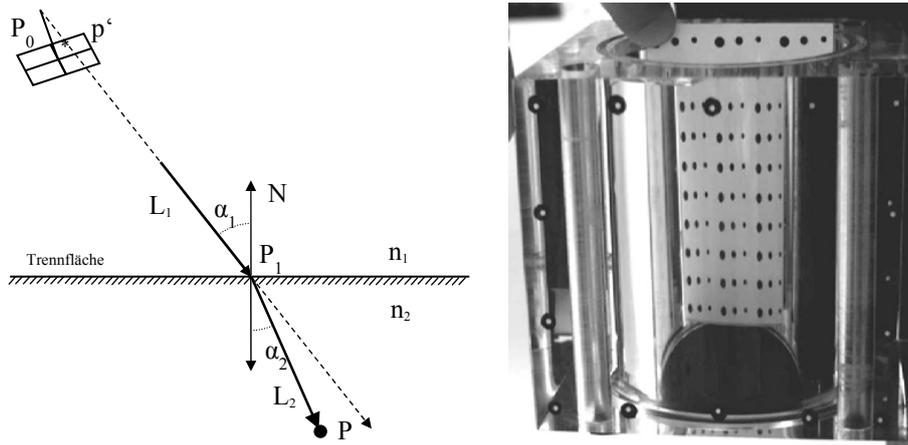
Die Bündeltriangulation als wichtigstes Verfahren in der Photogrammetrie basiert auf dem zentralperspektiven Abbildungsmodell. Dieses wiederum beinhaltet die Forderung, dass Bildpunkt, Projektionszentrum und Objektpunkt auf einer Raumgerade liegen müssen. Streng genommen ist dies nur bei einer idealen Lochkamera erfüllt. Bei der photographischen Abbildung in herkömmlichen Kameras durchquert der Bildstrahl unter anderem das Objektiv, welches aufgrund des von Luft verschiedenen Materials eine mehrfache Brechung bewirkt. Der Abbildungsweg eines Bildpunktes ist daher mitnichten als Strahl sondern als Polygon zu erachten. Das trotzdem die Kollinearitätsbedingung gilt ist daher eine Modellannahme. Abweichungen des Aufnahmesystems vom idealen Modell können mit zusätzlichen additiven Parametern in der Regel hinreichend kompensiert (z.B. radialsymmetrische Verzeichnung, etc.) und damit die Kollinearität wiederhergestellt werden.

Befinden sich zwischen Aufnahmesystem und Objektpunkt weitere Medien mit unterschiedlichen Brechungseigenschaften (Mehrmedienfall) muss ebenfalls das Abbildungsmodell erweitert werden. Dies kann ebenfalls durch additive objektraumunabhängige Parameter erfolgen, wenn entweder nur ein Bild ausgewertet wird oder aber im Mehrbildfall die Trennflächen mit der Kamera mitbewegt werden (z.B. Kamera im Unterwassergehäuse).

Diese Vorgehensweise ist jedoch ungeeignet, wenn die relative räumliche Lage der refraktiven Trennflächen zum Objekt fest ist. In diesem Fall kann die Kompensation der Mehrmedieneffekte nicht über einfache additive, objektraumunabhängige Terme erfolgen.

In der Vergangenheit wurden meist spezielle Ansätze für bestimmte Anwendungen entwickelt um dieses komplexe Problem zu lösen. Die ersten Arbeiten zum Thema Mehrmedien-Photogrammetrie lassen sich z.B. bei (RINNER 1948) oder (ZARA 1948) finden. Grundsätzlich lassen sich die Ansätze in bildseitige und objektseitige Kompensationen einteilen. Für erstere Gruppe lassen sich z.B. bei (Rinner 1969) oder (LI et.al. 1997) entsprechende Realisierungen finden. (MAAS 1995) entwickelte ein vereinfachtes Korrekturmodul für eine herkömmliche Bündeltriangulation, wobei objektseitig ein virtueller Objektpunkt berechnet und in die Kollinearitätsgleichung eingeführt wird.

Eine allgemeingültige Lösung des Mehrmedienproblems veröffentlichte (KOTOWSKI 1987). In dem entwickelten Modell wird die Richtung eines Bildstrahls wie herkömmlich bildseitig durch den Bildpunkt und das Projektionszentrum festgelegt. Da die Kollinearität mit dem Objektpunkt im Mehrmedienfall in der Regel nicht gegeben ist, wird anstatt des Objektpunktes der dem Projektionszentrum auf dem Abbildungsweg am nächsten liegende Trennflächendurchstoßpunkt ( $P_1$  in Abb.1) in das zentralperspektive Modell eingeführt. Diese setzt wiederum voraus, dass der gesamte Abbildungspfad durch die verschiedenen Medien rekonstruiert wird (Raytracing). Die Vorteile dieses Ansatzes liegen in der Universalität, der Flexibilität sowie der einfachen Integrierbarkeit in ein Bündeltriangulationsprogramm. Eine praktische Realisierung lässt sich bei (PRZYBILLA et.al. 1990) finden.



**Abb. 1:** Links: Trennflächendurchgang im Zwei-Medienfall. Rechts: Refraktion an einer Ebenen-Zylinder-Kombination aus (PUTZE 2009)

## 2 Raytracing (Strahlverfolgung)

Der Begriff Raytracing ist primär durch die 3D-Computergrafik geprägt. Hier dient das Verfahren der Generierung fotorealistischer Bilder aus digitalen Oberflächendaten. Jedem Pixel im Ergebnisbild werden dabei basierend auf den Oberflächen- und Materialeigenschaften der Modellszene Farbwerte zugewiesen. Notwendigerweise muss dafür der gesamte Strahlengang simuliert werden. Das Raytracing kann in zwei Richtungen erfolgen – vom Bild- in den Objektraum oder umgekehrt.

### 2.1 Forward-Raytracing (FRT)

Der Bildstrahl wird durch den Bildpunkt  $p'$  und das Projektionszentrum  $P_0$  definiert (siehe Abb.1). Dieser kann auf der Basis der Daten der äußeren Orientierung  $(R, P_0)$  des Sensors vom Bild- in den Objektraum transformiert werden. Passiert der Bildstrahl eine Trennfläche so ist der Bildstrahl im dahinter befindlichen Medium über den Durchstoßpunkt  $P_t$  und die gebrochene Strahlrichtung  $L_{t+1}$  definiert (siehe Abb.1). Der Durchstoßpunkt lässt sich über bekannte Geraden/Flächenschnitt-Algorithmen berechnen. Für die Berechnung der gebrochenen Bildstrahlrichtung kann z.B. die mathematische Darstellung aus (GLASSNER 1989) verwenden:

$$L_{t+1} = \frac{L_t}{n_t} + \left( \frac{C}{n_t} - \sqrt{1 + \frac{1}{n_t^2}(C^2 - 1)} \right) N_t$$

mit

$$C = -N_t \cdot L_t \quad , \quad n_t = \frac{n_{t-1}}{n_t} \quad (1)$$

$L_t$  = normalisierter Richtungsvektor des eintreffenden Strahls

$L_{t+1}$  = Richtungsvektor des ausgehenden Strahls (nicht normiert)

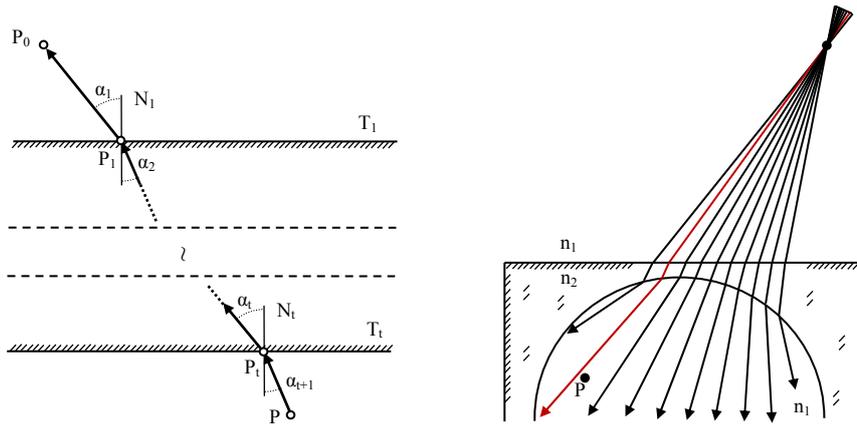
$N_t$  = Flächennormale von  $T_t$  in  $P_t$

$n_t$  = relativer Refraktionsindex

Werden mehrere Trennflächen passiert, so muss die Berechnung ausgehend vom Bildpunkt sequentiell bis zum Zielmedium erfolgen. FRT kann wie bereits erwähnt für den Vorwärtsschritt verwendet werden. Weiterhin lässt sich dieses Verfahren für die diverse Backward-Raytracing-Algorithmen (siehe 2.2) nutzen.

### 2.2 Backward-Raytracing (BRT)

Im Gegensatz zum FRT kann bei beim BRT der Abbildungsweg nicht direkt bestimmt werden, da keine Anfangsrichtung des Bildstrahls am Objektpunkt  $P$  vorliegt. Die Rekonstruktion muss daher simultan für den gesamten Verlauf erfolgen. Mathematisch kann dieses Problem auf die Bestimmung der Durchstoßpunkte  $P_t$  durch die einzelnen Trennflächen  $T_t$  reduziert werden (siehe Abb.2).



**Abb. 2:** Links: BRT durch  $t$  Trennflächen. Rechts: Prinzip des Scatter-Shot-Algorithmus am Beispiel einer Ebenen-Zylinder-Kombination (Luft/Glas/Luft). Der rote Strahl stellt die beste Näherung des Abbildungsweges dar.

Für diese Aufgabe geeignet ist das Berechnungsverfahren von (KOTOWSKI 1987). Das Modell wird dabei durch jeweils drei Bedingungsgleichungen für jeden Trennflächenpunkt  $T_t$  repräsentiert (Durchstoßpunkt ist Element der Trennfläche, Snelliussches Brechungsgesetz, Koplanaritätsbedingung). Das Gleichungssystem muss für jede weitere Trennfläche im Strahlengang um je drei Gleichungen erweitert werden. So besteht z.B. für einen Abbildungsweg durch zwei Trennflächen dann das System aus 6 Gleichungen, mit 6 Unbekannten für zwei Trennflächenpunkte. Aufgrund der Nichtlinearität muss ein iteratives Lösungsverfahren gewählt werden. Die quadratische Struktur des Systems erlaubt die Verwendung des Newton-Verfahrens. Der BRT-Ansatz von (KOTOWSKI 1987) weist einige Vorteile auf, wie Kompaktheit und einen einfachen Aufbau sowie schnelle Konvergenz. In der praktischen Verwendung ergeben sich jedoch einige Probleme hinsichtlich Robustheit und Eindeutigkeit (MULSOW 2010).

### 2.2.1 Minimum Distance Forward Raytracing - MDFRT

Ein äußerst robustes Verfahren ist das im Rahmen der Untersuchungen entwickelte Forward-Raytracing mit variabler Anfangsrichtung und Minimierung des Abstandes des gebrochenen Bildstrahles zum Objektpunkt (Minimum Distance Forward Raytracing - MDFRT). Das zu Grunde liegende Modell entspricht dem in Abschnitt 2.1 erläuterten FRT-Ansatz. Auf der Basis einer Anfangsrichtung wird der Strahlenverlauf durch die Trennflächen hindurch sequentiell bis zum Zielmedium berechnet:

$$(X_t, Y_t, Z_t, X_{t+1}, Y_{t+1}, Z_{t+1}) = f_{FRT}(X_0, Y_0, Z_0, X_{L0}, Y_{L0}, Z_{L0}, \alpha^1, n^t) \quad (2)$$

mit  $X_0, Y_0, Z_0$  = Koordinaten des Projektionszentrums  $P_0$   
 $X_{L0}, Y_{L0}, Z_{L0}$  = Anfangsrichtung des Bildstrahlvektors  
 $t$  = Satz von Trennflächenindizes  $t$

$\mathbf{a}^l$	=	Satz von Trennflächenparametern $\mathbf{a}_l$
$\mathbf{n}^l$	=	Satz von Refraktionsindizes $\mathbf{n}_l$
$X_t, Y_t, Z_t$	=	Objektkoordinaten von Trennflächenpunkt $P_t$
$X_{L_{t+1}}, Y_{L_{t+1}}, Z_{L_{t+1}}$	=	Komponenten des Richtungsvektors des gebrochenen Bildstrahls $L_{t+1}$ im Zielmedium $n_{t+1}$

Als zu minimierendes Kriterium wird dann der Abstand vom gebrochenen Bildstrahl  $L_{t+1}$  zum Objekt- bzw. Zielpunkt  $P$  betrachtet:

$$\begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \\ Z_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_r \\ Y_r \\ Z_r \end{bmatrix} - \frac{\begin{bmatrix} X_{L_{t+1}} \\ Y_{L_{t+1}} \\ Z_{L_{t+1}} \end{bmatrix} \cdot \left( \begin{bmatrix} X_r \\ Y_r \\ Z_r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \right)}{\begin{bmatrix} X_{L_{t+1}} \\ Y_{L_{t+1}} \\ Z_{L_{t+1}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{L_{t+1}} \\ Y_{L_{t+1}} \\ Z_{L_{t+1}} \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} X_{L_{t+1}} \\ Y_{L_{t+1}} \\ Z_{L_{t+1}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Das nichtlineare System kann über geeignete Verfahren iterativ gelöst werden.

### 2.2.2 Scattershot (Brute-Force-Methode)

Bei Vorliegen von komplexen Trennflächen bzw. Kombination können beim AFRT ebenfalls Singularitäten im Berechnungsprozess auftreten. In solchen Fällen kann ein im Rahmen der Untersuchungen entwickelter Brute-Force-Ansatz Abhilfe schaffen. Der Algorithmus arbeitet nach dem „Schrotschuss“-Prinzip und wird daher im Folgenden als Scatter-Shot-Algorithmus benannt. Dabei werden ausgehend vom orientierten Sensor rasterweise Bildstrahlen in den Objektraum projiziert. Trifft dabei der Strahl auf eine oder mehrere Trennflächen wird dieser dann entsprechend rechnerisch gebrochen und weiter bis zu einer zuvor definierten Grenzzone weiter projiziert. Danach werden die Abstände der Einzelstrahlen des Strahlenbündels zum Objektpunkt verglichen und der am nächsten gelegene Abbildungspfad als Initialwerte für einen nächsten „Schrotschuss“ mit verfeinerter Rasterweite verwendet (siehe Abb. 2 links). Dieser Algorithmus kann bis zu einem Unterschreiten eines vordefinierten Abstandes zum Objektpunkt im Zielmedium fortgeführt werden. In der Praxis hat sich eine Kombination aus Scattershot (Näherungswerte, 1-2 Iterationen) und MDFRT (finale Berechnung) als nützlich erwiesen.

## 3 Integration in Bündelausgleichung

Ausgehend vom mathematischen Modell der Zentralperspektive (Gleichung 1) und den Überlegungen in Kapitel 2, kann das folgende System aus modifizierten Kollinearitätsgleichungen aufgestellt werden:

$$\begin{aligned}
 x^f &= x_0^f + z^f \frac{r_{11}(X_1 - X_0) + r_{21}(Y_1 - X_0) + r_{31}(Z_1 - X_0)}{r_{12}(X_1 - X_0) + r_{22}(Y_1 - X_0) + r_{32}(Z_1 - X_0)} + \Delta x^f \\
 y^f &= y_0^f + z^f \frac{r_{12}(X_1 - X_0) + r_{22}(Y_1 - X_0) + r_{32}(Z_1 - X_0)}{r_{13}(X_1 - X_0) + r_{23}(Y_1 - X_0) + r_{33}(Z_1 - X_0)} + \Delta y^f
 \end{aligned} \tag{3}$$

mit:  $X_1, Y_1, Z_1 =$  Objektkoordinaten des am nächsten zum Projektionszentrum gelegenen Trennflächendurchstoßpunktes

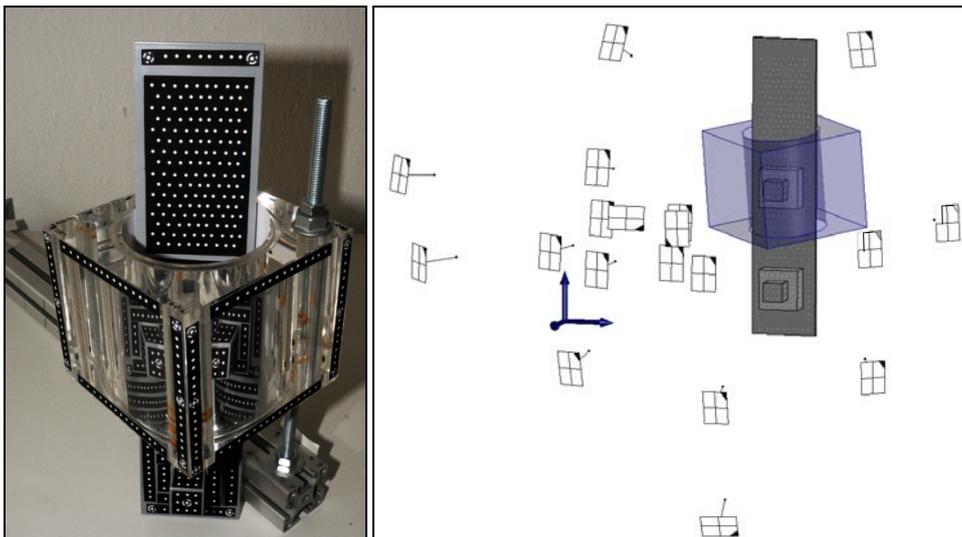
Die Struktur des Systems aus Beobachtungsgleichungen ermöglicht die Anwendung auf unterschiedlichste Strahlengänge, wie z.B. Bildstrahlen ohne Refraktion, einmalig an Trennfläche A abgelenkt, zweifach an B gebrochen (z.B. Zylinder) oder Pfad durch A und B usw. Die Schätzung der unbekannt Parameter im Gauss-Markov-Modell bedingt die Linearisierung der erweiterten Kollinearitätsgleichungssystems. Eine analytische Differentiation ist auf Grund des darin enthaltenen BRT- Moduls nicht möglich, da dieses iterativ eine Lösung bestimmt. Daher ist die Berechnung der ersten Ableitung nur numerisch möglich.

Das vorgestellte Mehrmedien-Bündeltriangulationsmodell ist hoch flexibel, d.h. verschiedenste Aufnahmeszenarien können ausgewertet werden. Alle Parameter lassen sich als Unbekannte definieren. Somit können z.B. auch die Trennflächenparameter sowie die Brechungsindizes im Rahmen der Ausgleichung bestimmt werden. Zusätzlich lassen sich Bedingungen zwischen den Unbekannten, wie z.B. Parallelität von Ebenen oder Zugehörigkeiten von Objektpunkten zu Trennflächen definieren. Einige Parameterkombinationen können jedoch in Singularitäten münden, wie z.B. die Definition aller Brechungsindizes als Unbekannte. Weiterhin ist zu beachten, dass nicht unbegrenzt viele Trennflächen im Strahlengang mit bestimmt werden können, da die Korrelationen zwischen den Parametern mit steigender Anzahl stark zunimmt. Sollte dies der Fall sein, kann mitunter das Einbringen von weiteren Zwangsbedingungen sowie das direkte Messen von markierten Punkten auf der Trennfläche Abhilfe schaffen.

## 4 Experimenteller Nachweis

Für den Nachweis der Eignung des entwickelten Modells wurden diverse Testmessungen durchgeführt. Exemplarisch wird im Folgenden ein Experiment näher vorgestellt sowie die Resultate analysiert.

Ein koordinatenmäßig bestimmtes Testfeld wurde dafür in einem transparenten Zylinderblock (Würfel mit zylindrischer Bohrung) positioniert und durch einen Bildverband beobachtet (siehe Abb 3). Danach wurden die Bildkoordinaten der Marken mittels Ellipsenoperator mit einer Genauigkeit von 0.036 bzw. 0.055 Pixel (Ein- bzw. Mehrmedienfall) gemessen. Die schlechtere Genauigkeit für die Bildmessung der Mehrmedien-Punkte kann u.a. durch Dispersion gestörte Abbildungsqualität erklärt werden.



**Abb. 3:** Links: Testfeld in Plexiglas-Zylinderblock. Rechts: Aufnahmekonfiguration.

Zunächst wurden zunächst nur die Einmedien-Punktmessungen ausgewertet (Berechnungsbeispiel I). Das Datum wurde als freies Netz definiert. Als Maß für die Genauigkeit kann hier der RMS-Wert der Bildmessungen von 0.053 Pixel angegeben werden. Ein zweiter Berechnungsdurchlauf (II) wurde mit den aus I ermittelten äußeren und inneren Orientierungen der Bilder durchgeführt. Die Parametrisierung der Trennflächen erfolgte mit zwei Ebenen (Ebenen 1 und 2) und einem Zylinder. Bedingungen zwischen den Flächen wurden nicht definiert. Neben den Trennflächenparametern gingen die Objektpunkte sowie der Brechungsindex von Plexiglas als Unbekannte in die Ausgleichung ein. Wie erwartet fällt das RMS der Bildmessungen der Marken im Zylinderblock schlechter aus als die der Einmedien-Punkte (siehe Tab. 1). Ursächlich dafür sind, neben der geringeren Genauigkeit der Bildmessungen und die Spannungen induzierende Fixierung der Orientierungsparameter, Mehrmedien-Effekte, wie Inhomogenitäten des Plexiglas-Körpers sowie das Abweichen der Trennflächen von der idealen Ebenen- bzw. Zylinderform. Nichts desto trotz konnten die Flächenparameter sowie der Brechungsindex mit einer hohen Genauigkeit bestimmt werden (zB. Std.-Abweichung Ebenenparameter D1 & D2 0.01 – 0.02 mm, Zylinderradius 0.02 mm, Brechungsindex Plexiglas 0.0002).

**Tabelle 1:** Standardabweichungen der Bild- und Objektkoordinaten inner- und außerhalb des Zylinderblockes

	I	II	III
RMS $x',y'$ (Luft) [Pixel]	0.053	-	0.053
RMS $x',y'$ (Mehrmedien) [Pixel]	-	0.145	0.143
RMS X/Y/Z (Luft) [ $\mu\text{m}$ ]	4.3/2.7/7.0	-	5.3/3.1/8.3
RMS X/Y/Z (Mehrmedien) [ $\mu\text{m}$ ]	-	10.3/9.8/20.1	10.4/9.9/20.2

Durchlauf III wurde ohne Zwang gerechnet, d.h. alle Parameter, außer dem Brechungsindex von Luft, gingen als Unbekannte ein. Das Datum wurde, wie in Durchlauf I, als freies Netz definiert. Die Anpassung der Gewichtung der beiden Beobachtungsgruppen (Ein- bzw. Mehrmedien-Bildmessungen) erfolgte sukzessiv im Rahmen der Ausgleichung über eine Varianzkomponentenschätzung. Auch hier konnten alle Unbekannten mit hoher Genauigkeiten bestimmt werden (ähnlich Durchlauf II, siehe auch Tab. 1).

## 5 Fazit

In Experimenten konnte der gewählte Ansatz bestätigt und dessen Leistungsfähigkeit nachgewiesen werden. Weitere Entwicklungen fokussieren auf bewegte refraktive Flächen, wie z.B. simultane Bestimmung von Gewässersohlen und Wasseroberflächen.

## Literatur

- Glassner, A. S., (1989). *An Introduction to Ray Tracing*. Academic Press, London.
- Kotowski, R., (1987). *Zur Berücksichtigung lichtbrechender Flächen im Strahlenbündel*. Schriftreihe der DGK, Reihe C, Volume 330.
- Li, R.; Tao, C.; Curran, T. A.; Smith, R. G.; (1997). *Digital underwater photogrammetric system for large scale underwater spatial information acquisition*. Marine Geodesy 20, pp. 163-173.
- Maas, H.-G., (1995). *New developments in multimedia photogrammetry*. Optical 3-D Measurement Techniques III, Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- Mulsow, C., (2010). *A flexible multi-media bundle approach*. International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Vol. XXXVIII, Part 5 Commission V Symposium, Newcastle upon Tyne, UK.
- Przybilla, H.-J.; Kotowski, R.; Meid, A.; Weber, B.; (1990). *Geometrical quality control in nuclear power stations: An application of high precision underwater photogrammetry*. Photogrammetric Record, 13(76), S. 577-588
- Putze, T., (2009). *Geometrische und stochastische Modelle zur Optimierung der Leistungsfähigkeit des Strömungsmessverfahrens 3D-PTV*. TU Dresden, Institute of Photogrammetry and Remote Sensing. Dissertation.
- Rinner, K., (1948): *Abbildungsgesetz und Orientierungsaufgaben in der Zweimedienphotogrammetrie*. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen, Sonderheft 5.
- Rinner, H., (1969). *Problems of two medium photogrammetry*. Photogrammetric Engineering, 35(2), pp. 275 - 282.
- Zaar, K., (1948): *Zweimedienphotogrammetrie*, Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen, Sonderheft 4.

---

Mulsow, Christian  
TU-Dresden, Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung  
Christian.Mulsow@tu-dresden.de