

Berücksichtigung des Klimawandels bei der Generierung synthetischer Klimazeitreihen mit dem stochastischen Wettergenerator WettGenWH

Ruben Sippel

Technische Universität Dresden, Institut für Abfallwirtschaft und Altlasten,
Lehrgebiet Systemanalyse,
Pratzschwitzer Straße 15, 01796 Pirna,
Ruben.Sippel@tu-dresden.de

Zusammenfassung

Der Beitrag befasst sich mit zwei Problemstellungen, erstens damit eine Methodik zu entwickeln, mit der sich klimatische Veränderungen bei der Generierung synthetischer Klimazeitreihen mit dem Wettergenerator-Wasserhaushalt, WettGenWH, berücksichtigen lassen und zweitens mit der Implementierung dieser Methodik in das vorhandene Programm.

Zur Lösung dieser Aufgaben werden die Ergebnisse von Katz (1996), Wilks (1992) sowie Wilks und Wilby (1999) vom Fall der Betrachtung einer Zeitperiode auf den Fall der gemeinsamen Betrachtung von n Perioden erweitert, sowohl im Modell zur Generierung der Niederschläge als auch im Temperaturmodell. Mathematisch äußert sich dies im Übergang von einem Modell für eine Periode zu einem aus n Submodellen aggregierten Modell, wobei für jede Periode die bisherigen Annahmen gelten. Dies ist notwendig, da WettGenWH das Jahr in 26 14-tägige Perioden unterteilt. Zur Berücksichtigung dieser Charakteristiken wurden die erwartete jährliche Niederschlagsmenge und deren Varianz sowie die erwarteten Jahresmittel und deren Varianz im Temperaturmodell im n -Perioden-Fall ermittelt.

Dies ermöglichte es eine Methodik zur Szenariengenerierung abzuleiten, die die Berücksichtigung von Änderungen der erwarteten bzw. mittleren jährlichen Niederschlagsmenge sowie der Abweichungen von dieser in Form der Änderung der Varianz beinhaltet. Außerdem ist es möglich, Änderungen der erwarteten Jahresmittel für die Größen im Temperaturmodell sowie der Abweichungen von diesen einzubeziehen. Abschließend wird die Implementierung obiger Ergebnisse in das Programm WettGenWH vorgestellt.

1 Einführung

Der Wettergenerator-Wasserhaushalt, WettGenWH, generiert synthetische Zeitreihen des Niederschlags, der Transpiration und der potenziellen Bodenevaporation. Er wird in Nitsch und Gräber (2007) beschrieben und basiert auf einer erweiterten Version des Wettergenerators WGEN von Richardson und Wright (1984) zur Generierung synthetischer Zeitreihen des Niederschlags, der Temperatur und der Globalstrahlung. Diese dienen als Grundlage, um darüber hinaus Zeitreihen der Transpiration und der potenziellen Bodenevaporation zu generieren.

Unter dem Begriff Klima versteht man nach Pachauri und Reisinger (2007) im Allgemeinen die Statistik des Wetters, die vorrangig mittels der langjährigen Mittelwerte der Klimaelemente wie der Temperatur und dem Niederschlag sowie den langjährigen Abweichungen von diesen beschrieben werden. D. h., unter Klimawandel ist die Gesamtheit der Änderungen der langjährigen Kenngrößen der Klimaelemente zu verstehen.

Mathematisch beschreibt man diese Kenngrößen mittels der Erwartungswerte und der Varianzen der Klimaelemente. Um den Klimawandel bei der Generierung synthetischer Klimazeitreihen mittels des stochastischen Wettergenerators WettGenWH zu berücksichtigen, ist es demzufolge erforderlich, zunächst eine geeignete Darstellung der Erwartungswerte und der Varianzen der Klimakenngrößen im stochastischen Modell der Niederschläge und Temperaturen von WettGenWH zu finden, welche die Identifikation der maßgeblichen Modellparameter dieser Kenngrößen zulässt. Als Grundlage dienen die Ergebnisse von Katz (1996), Wilks (1992) sowie Wilks und Wilby (1999). Diese werden erweitert, um die speziellen Charakteristika von WettGenWH einzubeziehen.

Aus der Modifikation dieser Parameter und den Effekten auf die Kenngrößen kann man eine Methodik ableiten, in welcher Art und Weise die Parameter bei der Generierung der synthetischen Zeitreihen von Niederschlag und Temperatur angepasst werden müssen, um Klimaänderungen zu berücksichtigen. Diese werden damit darüber hinaus in den Zeitreihen der Transpiration und potenziellen Bodenevaporation einbezogen.

2 Mathematische Grundlagen

2.1 Das Modell zur Generierung der Niederschläge

Im Folgenden wird das Modell zur Generierung der Niederschläge diskutiert. Das Ziel besteht darin, explizite ggf. approximative Darstellungen des Erwartungswertes und der Varianz des Jahresniederschlags in Abhängigkeit von den Parametern der täglichen Größen zu erhalten.

Für den Niederschlag werden von WettGenWH zwei Grundannahmen getroffen. Der Zustand X_t feucht oder trocken des aktuellen Tages steht nur in Beziehung zum vorangegangenen Tag X_{t-1} , d. h. X_t nimmt nur die Werte 1 oder 0 mit der Übergangswahrscheinlichkeit $p_{i,j}$ an und die Niederschlagsmenge Y_t eines feuchten Tages t lässt sich mit einer Verteilung P_{Y_t} beschreiben. Das Modell zur Generierung der Niederschläge lässt sich folgendermaßen formulieren, vergleiche Richardson und Wright (1984) sowie Nitsch und Gräber (2007).

Das Modell zur Generierung der Niederschläge

Es existiert eine stationäre Markov-Kette erster Ordnung $\{X_t\}_{t \in \mathbb{N}}$ und eine weibullverteilte Folge $\{Y_t\}_{t \in \mathbb{N}}$ mit $P_{Y_t} = We(m, x_0)$, so dass für den Niederschlag $\{Z_t\}_{t \in \mathbb{N}}$ des Tages t gilt:

$$Z_t = X_t Y_t \quad t \in \mathbb{N}$$

und $\{X_t\}_{t \in \mathbb{N}}$ und $\{Y_t\}_{t \in \mathbb{N}}$ sind unabhängig.

In diesem Modell sind nach Gabriel und Neumann (1962), zitiert nach Wilks und Wilby (1999), für unsere Zwecke die folgenden Größen von Interesse, die unbedingte Regenwahrscheinlichkeit π eines Tages

$$\pi = \frac{p_{01}}{1 + p_{01} - p_{11}},$$

der Autokorrelationskoeffizient erster Ordnung des Niederschlagszustandsprozesses $\{X_t\}_{t \in \mathbb{N}}$

$$d = p_{11} - p_{01},$$

die Anzahl der Regentage N innerhalb eines Zeitraumes von $n \in \mathbb{N}$ Tagen

$$N := \sum_{t=1}^n X_t$$

sowie deren Erwartungswert

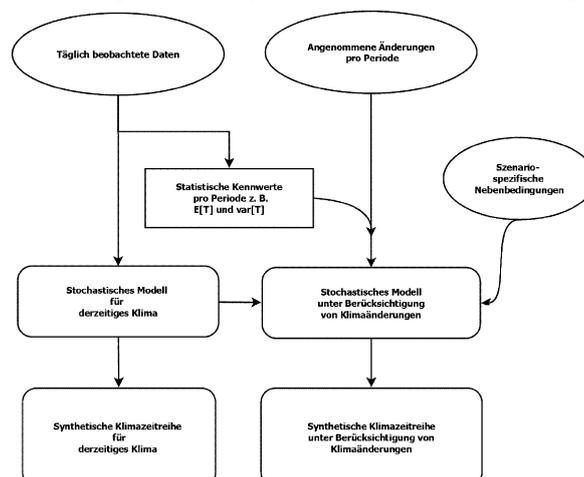
$$E[N] = \pi n$$

und Varianz

$$\text{var}[N] \approx n\pi(1-\pi) \frac{1+d}{1-d}.$$

Die Generierung von Zeitreihen für Szenarien mit abweichenden klimatischen Verhältnissen lässt sich angelehnt an Wilks (1992) folgendermaßen veranschaulichen:

Abbildung 2-1: Prinzip der Szenarienmodellierung



Im Modell des Niederschlags bestimmt man zunächst die statistischen Kenngrößen wie Erwartungswert und Varianz der Jahresniederschlagsmenge S des zu betrachtenden Ortes

$$S := \sum_{t=1}^{365} Z_t.$$

Allgemein lassen sich diese gemäß Wilks und Wilby (1999) wie folgt darstellen:

$$E[S] = E[N]E[Y]$$

und

$$\text{var}[S] = E[N]\text{var}[Y] + \text{var}[N]E[Y]^2$$

wobei Y ein Repräsentant der Folge Y_t ist. Diese Darstellung der Momente der Niederschlagsmenge S entspricht den Gleichungen von Wald, vergleiche dazu Klenke (2006). Die Niederschläge in WettGenWH werden mit einer Weibullverteilung $We(m, x_0)$ mit den Parametern m , x_0 , dem Erwartungswert

$$E[Y] = x_0 \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right)$$

und der Varianz

$$\text{var}[Y] = x_0^2 \left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right)^2 \right)$$

beschrieben, bezüglich des Erwartungswertes und der Varianz vergleiche Rinne (2008). Dabei bezeichnet $\Gamma(\cdot)$ die Gammafunktion

$$\Gamma(x) := \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt.$$

Berücksichtigt man, dass zur Abbildung des saisonalen Verlaufs der Parameter innerhalb eines Jahres in WettGenWH das Jahr in 26 unabhängige 14-tägige Perioden bzw. Modelle der obigen Form zerlegt wird, gilt für die Niederschlagsmenge S

$$S = \sum_{i=1}^{26} \sum_{t=1}^{14} Z_t^{(i)},$$

wobei $Z_t^{(i)}$ jetzt den Niederschlag des Tages t der Periode i bezeichnet. D. h., man betrachtet nicht mehr ein einzelnes Modell zur Generierung der Niederschläge im obigen Sinne, sondern eine Folge dieser Modelle, die zu einem Modell für ein Jahr aggregiert werden. Mittels der Unabhängigkeit der einzelnen Perioden, den Gleichungen von Wald und den Eigenschaften der Weibullverteilung erhält man abschließend folgende Darstellung des Erwartungswertes und der Varianz der Jahresniederschlagsmenge S des aggregierten Niederschlagsmodells in WettGenWH

$$E[S] = 14 \sum_{i=1}^{26} \pi^{(i)} x_0^{(i)} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m^{(i)}}\right)$$

und

$$\text{var}[S] \approx 14 \sum_{i=1}^{26} \pi^{(i)} \left(x_0^{(i)}\right)^2 \left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{m^{(i)}}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{m^{(i)}}\right)^2 + (1 - \pi^{(i)}) \frac{1 + d^{(i)}}{1 - d^{(i)}} \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m^{(i)}}\right) \right).$$

Wobei

- $\pi^{(i)}$ die Regenwahrscheinlichkeit eines beliebigen Tages in Periode i ,
- $m^{(i)}$, $x_0^{(i)}$ die Parameter der Weibullverteilung $We(m^{(i)}, x_0^{(i)})$ der Niederschläge in Periode i und
- $d^{(i)} = p_{11}^{(i)} - p_{01}^{(i)}$ den Autokorrelationskoeffizient erster Ordnung der Markovkette $X_t^{(i)}$ der Periode i

bezeichnen. Für die Details der Herleitung sei an dieser Stelle aufgrund ihrer mathematischen Natur auf den Anhang verwiesen.

Zunächst wählt man eine geeignete klimatische Kenngröße wie die Jahresniederschlagsmenge S und ermittelt deren statistische Kenngrößen wie Erwartungswert und Varianz im Modell zur Generierung der Niederschläge von WettGenWH. Klimaänderungen drücken sich anschließend in der Änderung der statistischen Kenngrößen wie Erwartungswert und Varianz der Jahresniederschlagsmenge aus. Diese lassen sich, mittels der Modifikation der Modellparameter im Sinne der obigen Gleichungen, bei der Zeitreihengenerierung berücksichtigen.

Typischerweise skaliert man die Modellparameter. Um realitätsnahe Skalierungsfaktoren zu benutzen, ist es erforderlich entsprechende Faktoren aus Studien zu Klimaänderungen auf regionaler Ebene abzuleiten, siehe Mearns u.a. (1996). Wilks (1992) schlägt auch globale Studien als Approximation vor. Im implementierten Modell benutzt man obige Gleichungen als Approximation aufgrund der Verletzung der Stationaritätsannahme durch die Interpolation der Parameter von Perioden auf Tageswerte mittels Splineinterpolation. Die dient dem Zweck die saisonalen Variationen noch besser abzubilden, vergleiche Mearns u.a. (1997). Nachfolgende Tabelle gibt einen Überblick über die mittels dieser Methodik realisierbaren Szenarien klimatischer Änderungen.

Tabelle 2-1: Übersicht der Szenarientypen im Modell zur Generierung der Niederschläge

Typ	Beschreibung	Justierte Parameter
I	Isolierte Modifikation der Varianz der Jahresniederschlagsmenge zu seltenen intensiven Niederschlägen	$m^{(i)}, x_0^{(i)} \in \mathbb{R}_+, \pi^{(i)} \in [0, 1]$.
II	Isolierte Modifikation der Varianz der Jahresniederschlagsmenge zu häufigen geringen Niederschlägen	$m^{(i)}, x_0^{(i)} \in \mathbb{R}_+, \pi^{(i)} \in [0, 1]$.
III	Kombinierte Modifikation der erwarteten Jahresniederschlagsmenge sowie deren Varianz	$m^{(i)}, x_0^{(i)} \in \mathbb{R}_+, \pi^{(i)} \in [0, 1]$.

Aufgrund der Wahl der Weibullverteilung für die Generierung der Niederschlagsmenge und des damit verbundenen Problems, dass der Einfluss der Formparameter $m^{(i)}$ auf den Erwartungswert nur implizit mittels der Gammafunktion gegeben ist, sollte die Anpassung der Niederschlagsmenge ausschließlich über die Skalenparameter $x_0^{(i)}$ erfolgen. Die Szenarien vom Typ I lassen sich inspiriert von Mearns u.a. (1996) folgendermaßen umsetzen: Um die Varianz der jährlichen Niederschlagsmenge bei konstantem Erwartungswert zu skalieren, werden im Typ I alle $x_0^{(i)}$ mit einem Faktor $r \in \mathbb{R}_+$ multipliziert und zur Kompensation der Erhöhung der erwarteten Mengen alle Niederschlagswahrscheinlichkeiten π_i mit r^{-1} skaliert.

Zur Überführung der Änderungen der π_i in Änderungen auf der Ebene der bedingten Übergangswahrscheinlichkeiten $p_{i,j}^{(i)}$ der Markov-Ketten wird vom Autor eine zweistufige Vorgehensweise vorgeschlagen. Zuerst wird ein Skalierungsfaktor r für alle π_i vorgegeben und anschließend ein Faktor $\tilde{r}^{(i)}$ für alle bedingten Regenwahrscheinlichkeiten $p_{01}^{(i)}$ und $p_{11}^{(i)}$ mittels folgender Gleichung ermittelt

$$\tilde{r}^{(i)} = \frac{r}{1 + (1-r)p_{01}^{(i)} - (1-r)p_{11}^{(i)}}.$$

In der zweiten Stufe werden die bedingten Regenwahrscheinlichkeiten $p_{01}^{(i)}$ und $p_{11}^{(i)}$ für jede Periode $i \in \{1, \dots, 26\}$ jeweils mit $\tilde{r}^{(i)}$ multipliziert.

Die Typ-II-Szenarien kann man analog zu Typ I implementieren, mit dem Unterschied dass die Erhöhung der Niederschlagswahrscheinlichkeiten π_i um den Faktor $r \in (0, \min\{\pi_i^{-1}\}]$ durch die Verringerung der Intensitäten durch die Skalierung aller $x_0^{(i)}$ mit r^{-1} kompensiert wird.

In den Typ-III-Szenarien schlägt sich der Effekt der simultanen Skalierung von $x_0^{(i)}$ mit $q \in \mathbb{R}_+$ sowie der Niederschlagswahrscheinlichkeiten π_i mit $r \in [0, \min\{\pi_i^{-1}\}]$ in einer Änderung der erwarteten jährlichen Niederschlagsmenge um den Faktor rq und einer Änderung deren Varianz um approximativ rq^2 nieder. Möchte man außerdem in der Implementierung nachträglich die generierten Werte anpassen, sind folgende Zusammenhänge zu beachten:

1. Das Addieren von Zuschlägen führt aufgrund der Linearität des Erwartungswertes zur Addition dieser Zuschläge auf die erwarteten Niederschläge. Dabei bleibt die Varianz unverändert.

2. Das Multiplizieren von Werten mit einem Faktor r schlägt sich in der Änderung des Erwartungswertes um r und der Varianz um r^2 nieder.
3. Das Abschneiden von Werten, z. B. über 70 mm Niederschlag pro Tag, führt im Modell zum Übergang in folgendes Modell

$$Z_t^{(i)} = X_t^{(i)} \cdot \min\{Y_t^{(i)}, 70\}.$$

In diesem besitzt die Jahresniederschlagsmenge andere Momente.

Um unerfahrenen Benutzern sinnvolle Szenarien per Assistenten vorzuschlagen, ist der Aufbau und die Anbindung einer Datenbank erforderlich, die für einen beliebigen Standort innerhalb Deutschlands Skalierungsfaktoren für die Erwartungswerte und Varianzen aus der Auswertung von Studien mit regionalen Klimamodellen für verschiedene Standardszenarien beinhaltet. Falls für die Varianzen keine direkten Ergebnisse vorliegen, müssen diese aus den Daten geschätzt und über Verhältnisbildung abgeleitet werden.

Ferner kann es in Anwendungen bei der Generierung langjähriger Zeitreihen, z.B. in Hinblick auf Sensitivitätsanalysen von an den Wettergenerator gekoppelten Modellen des Wasserhaushalts, nützlich sein, anstelle des sehr idealtypischen Falls eines Satzes von Skalierungsfaktoren für alle Jahre, diese mittels einer Folge von Sätzen $f_n: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ zu beschreiben. Diese stellt die Skalierungsfaktoren des Jahres t bereit. Solch eine Methode bietet den Vorteil, darüber hinaus den zeitlichen Verlauf der Änderung der statistischen Kenngrößen der Jahresniederschlagsmenge mittels der Folge f_n zu berücksichtigen. Prinzipiell kann man diese grob nach ihrer Wachstumsart in unterlinear, linear und superlinear unterscheiden.

2.2 Das Modell zur Generierung der Temperaturgrößen

In diesem Abschnitt wird das Modell zur Generierung der Temperaturgrößen untersucht. Analog zur Diskussion des Modells zur Generierung der Niederschläge besteht das Ziel darin explizite, gegebenenfalls approximative Formulierungen der langjährigen statistischen Kenngrößen des Modells in Abhängigkeit von den Parametern der täglichen Modellgrößen bereitzustellen.

Damit werden die notwendigen Grundlagen zur Modellierung klimatischer Szenarien geschaffen. WettGenWH trifft zwei Grundannahmen für die Größen maximale Tagestemperatur $T_{1,t}$, minimale Tages-temperatur $T_{2,t}$, mittlere Tagestemperatur $T_{3,t}$, Feuchttemperatur $T_{4,t}$ und Globalstrahlung $T_{5,t}$. Erstens werden obige Größen in einem Vektor \mathbf{T}_t

$$\mathbf{T}_t := \begin{pmatrix} T_{1,t} \\ \vdots \\ T_{5,t} \end{pmatrix}$$

zusammengefasst. Zweitens werden diese Größen abhängig vom Niederschlagszustand jeweils durch einen separaten Vektor-autoregressiven-Prozess (VAR) erster Ordnung $\{\mathbf{Y}_t^{(p)}\}_{p \in \{0,1\}, t \in \mathbb{N}}$ mit

$$\mathbf{Y}_t^{(p)} := \begin{pmatrix} Y_{1,t}^{(p)} \\ \vdots \\ Y_{5,t}^{(p)} \end{pmatrix}$$

beschrieben. Das Modell der Temperaturgrößen lässt sich folgendermaßen definieren, vergleiche dazu Richardson und Wright (1984) sowie Nitsch und Gräber (2007).

Das Modell zur Generierung der Temperaturgrößen

Es existiert eine stationäre Markov-Kette erster Ordnung $\{X_t\}_{t \in \mathbb{N}}$ und zwei VAR-Prozesse erster Ordnung $\{\mathbf{Y}_t^{(p)}\}_{p \in \{0,1\}, t \in \mathbb{N}}$, so dass für den Vektor der Temperatur und Globalstrahlung $\{\mathbf{T}_t\}_{t \in \mathbb{N}}$ des Tages t gilt:

$$\mathbf{T}_t = (1 - X_t) \mathbf{Y}_t^{(0)} + X_t \mathbf{Y}_t^{(1)} \quad t \in \mathbb{N}$$

und $\{X_t\}_{t \in \mathbb{N}}$ und $\{\mathbf{Y}_t^{(p)}\}_{p \in \{0,1\}, t \in \mathbb{N}}$ sind unabhängig.

Obige Formulierung des Modells beinhaltet auch den Fall, dass nicht alle Klimaelemente $T_{j,t}$ des Prozesses vom Niederschlagsstatus abhängen. Dazu setzt man für die entsprechenden Klimaelemente $Y_{j,t}^{(0)} = Y_{j,t}^{(1)}$. Des

Weiteren sind der Erwartungswert und die Varianz eines Klimaelementes $T_{j,t}$ unabhängig vom betrachteten Tag t und stellen sich gemäß Katz (1996) folgendermaßen dar

$$E[T_{j,t}] = (1-\pi)\mu_{0,j} + \pi\mu_{1,j},$$

sowie

$$\text{var}[T_{j,t}] = (1-\pi)\sigma_{0,j} + \pi\sigma_{1,j} + \pi(1-\pi)(\mu_{0,j} - \mu_{1,j})^2$$

Dabei bezeichnen

- π die unbedingte Regenwahrscheinlichkeit,
- $\mu_{0,j} := E[Y_{j,t}^{(0)}]$ den Erwartungswert eines trockenen Tages t des Klimaelementes j
- $\mu_{1,j} := E[Y_{j,t}^{(1)}]$ den Erwartungswert eines feuchten Tages t des Klimaelementes j und
- $\sigma_{p,j} := \text{var}[Y_{j,t}^{(p)}]$ für $p \in \{0,1\}$ und $j \in \{1,\dots,5\}$ die Varianzen eines trockenen bzw. feuchten Tages des Klimaelementes j .

Analog zur Szenarienmodellierung im Modell zur Generierung der Niederschläge benötigt man auch im Temperaturmodell eine geeignete Bezugsgröße, an deren statistischen Kenngrößen man klimatische Veränderungen zum Ausdruck bringen kann. Angelehnt an Wilks (1992) benutzen wir die Mittelwerte für einen Zeitraum von $n \in \mathbb{N}$ Tagen.

$$\bar{T}_{j,n} := \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n T_{j,t}.$$

Nach Katz (1985), zitiert nach Wilks (1992), stellen sich der Erwartungswert und die Varianz dieser Mittelwerte für $n \in \mathbb{N}$ wie folgt dar:

$$E[\bar{T}_{j,n}] = (1-\pi)\mu_{0,j} + \pi\mu_{1,j}.$$

und

$$\text{var}[\bar{T}_{j,n}] \approx \frac{\sigma_j^2}{n} \left(1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \rho_{j,k} \right),$$

wobei $\rho_{j,k}$ den Korrelationskoeffizienten zur Ordnung k bezeichnet. Berücksichtigt man auch hier, dass das Jahr im Modell von WettGenWH, um den saisonalen Verlauf der Parameter abzubilden, in 26 unabhängige Perioden mit einer Länge von 14 Tagen zerlegt wird, erhält man für die Jahresmittelwerte

$$\bar{T}_{j,364} = \frac{1}{364} \sum_{i=1}^{26} \sum_{t=1}^{14} T_{j,t}^{(i)}$$

und für deren Erwartungswerte sowie deren Varianzen

$$E[\bar{T}_{j,364}] = \frac{1}{26} \sum_{i=1}^{26} (1-\pi^{(i)})\mu_{0,j}^{(i)} + \pi^{(i)}\mu_{1,j}^{(i)}$$

und

$$\text{var}[\bar{T}_{j,364}] = \frac{1}{(364)^2} \sum_{i=1}^{26} \sigma_j^{(i)} \sum_{t=1}^{14} \sum_{l=1}^{14} \text{corr}[T_{j,t}^{(i)}, T_{j,l}^{(i)}].$$

Hierbei bezeichnet

- $\pi^{(i)}$ die Regenwahrscheinlichkeit eines beliebigen Tages in der Periode i ,
- $\mu_{0,j}^{(i)} := E[Y_{j,t}^{(0)}]$ den Erwartungswert eines trockenen Tages t des Klimaelementes j der Periode i ,
- $\mu_{1,j}^{(i)} := E[Y_{j,t}^{(1)}]$ den Erwartungswert eines feuchten Tages t des Klimaelementes j der Periode i ,
- $\sigma_{p,j}^{(i)} := \text{var}[Y_{j,t}^{(p)}]$ für $i \in \{1,\dots,26\}$, $p \in \{0,1\}$ und $j \in \{1,\dots,5\}$ die Varianzen eines trockenen bzw. feuchten Tages des Klimaelementes j der Periode i

- $\sigma_j^{(i)} := \text{var} \left[T_{j,t}^{(i)} \right]$ die Varianz eines beliebigen Tages t des Klimaelementes j in der Periode i mit

$$\sigma_j^{(i)} = (1 - \pi^{(i)}) \sigma_{0,j}^{(i)} + \pi^{(i)} \sigma_{1,j}^{(i)} + \pi^{(i)} (1 - \pi^{(i)}) (\mu_{0,j}^{(i)} - \mu_{1,j}^{(i)})^2.$$

Mit Hilfe dieser Darstellungen lassen sich Klimaänderungen als Änderungen der Erwartungswerte und der Varianzen der Jahresmittelwerte im Temperaturmodell ausdrücken. Szenarienannahmen zur Änderung des Erwartungswertes und der Varianz lassen sich durch Parametermodifikation gemäß obiger Gleichungen bei der Zeitreihengenerierung berücksichtigen. Die Modifikation besteht typischerweise in Zuschlägen auf die Erwartungswerte und der Skalierung der Varianz.

Auch im Temperaturmodell sollten zur Erstellung realitätsnaher Szenarien die entsprechenden Zuschläge und Faktoren aus Studien zu Klimaänderungen auf regionaler Ebene, bzw. ersatzweise aus globalen Studien, abgeleitet werden. Im implementierten Modell gelten obige Gleichungen nur noch approximativ aufgrund der Verletzung der Stationaritätsannahme durch die Interpolation der Parameter von Perioden auf Tageswerte mittels Splineinterpolation. Nachstehende Tabelle gibt einen Überblick über die mit obigen Ergebnissen realisierbaren Szenarien klimatischer Änderungen.

Tabelle 2-2: Übersicht der Szenariotypen im Temperaturmodell

Typ	Beschreibung	Justierte Parameter
I	Modifikation der erwarteten Jahresmittel der Temperatur bzw. Globalstrahlung	$\mu_{0,j}^{(i)}, \mu_{1,j}^{(i)} \in \mathbb{R}, \pi^{(i)} \in [0,1]$
II	Modifikation der Varianz der Jahresmittel der Temperatur bzw. Globalstrahlung	$\sigma_{0,j}^{(i)}, \sigma_{1,j}^{(i)} \in \mathbb{R}_+, \pi^{(i)} \in [0,1]$
III	Modifikation der erwarteten Jahresmittel der Temperatur bzw. Globalstrahlung sowie deren Varianz	$\mu_{0,j}^{(i)}, \mu_{1,j}^{(i)} \in \mathbb{R},$ $\sigma_{0,j}^{(i)}, \sigma_{1,j}^{(i)} \in \mathbb{R}_+, \pi^{(i)} \in [0,1]$

Obige Gleichungen stellen die Grundlagen zur Modellierung von Szenarien dar, indem der Zusammenhang zwischen der Modifikation der bedingten Parameter der einzelnen Prozesse für einen trockenen sowie feuchten Tag und den unbedingten Momenten des Gesamtprozesses hergestellt wird. Szenarien vom Typ I lassen sich inspiriert von Katz (1996) folgendermaßen umsetzen. In dem man für ein Klimaelement wie bspw. die maximal Temperatur, denselben Zuschlag auf die Erwartungswerte $\mu_{0,j}^{(i)}$ sowie $\mu_{1,j}^{(i)}$ eines trockenen und feuchten Tages macht, bleibt die Varianz von $\bar{T}_{j,364}$ konstant.

Auf Vorschlag des Autors werden Szenarien vom Typ II durch eine zweistufige Vorgehensweise umgesetzt. In einer ersten Stufe wird ein Skalierungsfaktor $r_j \in \mathbb{R}_+$ für die Varianz des Jahresmittels des Klimaelementes j vorgegeben. Anschließend wird ein Skalierungsfaktor $\tilde{r}_j^{(i)}$ der bedingten Varianzen $\sigma_{0,j}^{(i)}$ und $\sigma_{1,j}^{(i)}$ für alle Perioden i durch folgende Verhältnisbildung ermittelt

$$\tilde{r}_j^{(i)} = \frac{r \sigma_j^{(i)} - \pi^{(i)} (1 - \pi^{(i)}) (\mu_{0,j}^{(i)} - \mu_{1,j}^{(i)})^2}{(1 - \pi^{(i)}) \sigma_{0,j}^{(i)} + \pi^{(i)} \sigma_{1,j}^{(i)}}.$$

In der zweiten Stufe werden alle bedingten Varianzen mit dem entsprechenden Faktor skaliert. Dadurch wird dem Einfluss des Terms $\pi^{(i)} (1 - \pi^{(i)}) (\mu_{0,j}^{(i)} - \mu_{1,j}^{(i)})^2$ in obiger Gleichung Rechnung getragen. Im Vergleich zur einfachen Skalierung der bedingten Varianzen mit dem für die unbedingte Varianz vorgegebenen Faktor gilt dieser damit exakt und nicht nur approximativ. Der Vorteil liegt darin die Varianzänderung besser quantifizieren zu können und der Nachteil im Allgemeinen darin die Varianzen auf der bedingten Ebene über- bzw. unterproportional dazu angepasst zu haben. Aus Sicht der Anwendung ist dies jedoch vernachlässigbar, da in dieser die Betrachtung auf der Ebene des unbedingten Prozesses erfolgt.

Szenarien des Typs III lassen sich mittels der Kombination der Szenarien I und II umsetzen. Wenn man simultan dazu auch den Niederschlagsprozess angepasst hat, sind ebenfalls alle unbedingten Regenwahrscheinlichkeiten $\pi^{(i)}$ mit einem Faktor p skaliert worden. Durch die sukzessive Implementierung gelten daher die Szenarien im Temperaturmodell auf der Basis des abgeänderten Niederschlagszustandsprozesses. In diesem Fall muss die obige Vorgehensweise folgendermaßen modifiziert werden: Man benutzt jetzt die Faktoren

$$\tilde{r}_j^{(i)} = \frac{r\sigma_j^{(i)} - p\pi^{(i)}(1 - p\pi^{(i)})\left(\mu_{0,j}^{(i)} - \mu_{1,j}^{(i)}\right)^2}{(1 - p\pi^{(i)})\sigma_{0,j}^{(i)} + p\pi^{(i)}\sigma_{1,j}^{(i)}}$$

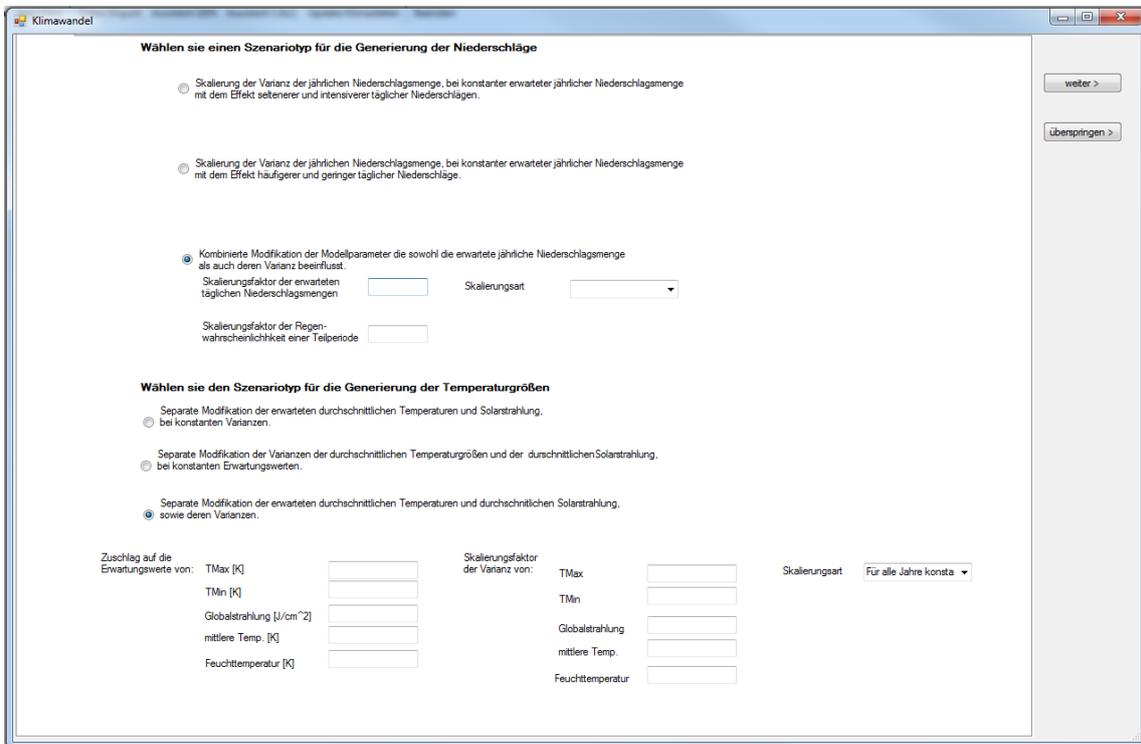
für die Skalierung der Varianzen eines trockenen bzw. feuchten Tages. Analog zum Modell zur Generierung der Niederschläge ist auch im Temperaturmodell die Erstellung und Anbindung einer Datenbank erforderlich, um unerfahrenen Benutzern sinnvolle Zuschläge und Skalierungsfaktoren vorzuschlagen. Diese sollten gleichfalls aus Studien mittels regionaler Klimamodelle erstellt werden. Die Ausführungen über die Erweiterung der Methodik um eine Folge, welche den zeitlichen Verlauf der Parameteranpassung bei der Generierung im Modell zur Generierung der Niederschläge beschreibt, gelten sinngemäß elementweise im Temperaturmodell.

3 Implementierung

3.1 Allgemein

Zur Implementierung der im vorangegangenen Abschnitt bereitgestellten Methodiken wurde die angepasste Generierung in Fortran 2003 umgesetzt. Darüber hinaus ist der Assistent geführte Benutzerdialog der Zeitreihengenerierung von WettGenWH um folgende Benutzeroberfläche mittels VB.NET erweitert worden:

Abb. 3-1: Benutzeroberfläche zur Erstellung von Klimawandelszenarien



Diese Oberfläche wird als letzte Auswahlmöglichkeit im Generierungsvorgang angeboten. Der Nutzer hat dadurch stets die Wahl, sich zwischen der Generierung von herkömmlichen synthetischen Zeitreihen und von Zeitreihen, für die optionale Szenarienvorgaben gemacht werden, zu entscheiden. Dabei kann, je nach Bedarf, ein Szenariotyp ausgewählt werden und anschließend können die entsprechenden Skalierungsfaktoren bzw. Zuschläge eingegeben werden.

Des Weiteren steht zur Auswahl, eine von vier vorgegeben zeitlichen Verläufen der Parameteranpassung bei der Zeitreihengenerierung mit einer Länge von über einem Jahr auszuwählen, diesbezüglich sei auf die Ausführungen in Abschnitt 2.1 verwiesen. Die vorgegebenen Verläufe sind die konstante Änderung in allen Jahren bzw. die lineare, exponentielle oder logarithmische Änderung vom Start bis zum Endjahr.

Dieses Programmfeature ist an erster Stelle dafür gedacht dem Nutzer mehr Spielraum bei der Gestaltung von Sensitivitätsanalysen und Ähnlichem bereitzustellen, anstatt den Anspruch auf realistische Abbildung klimatischer Trends zu erheben.

3.2 Beispiele für Niederschlagszeitreihen

Im Folgenden illustrieren einige von WettGenWH generierte synthetische Niederschlagszeitreihen für den Standort Kölpinsee die vorgestellten Methodiken.

Abb. 3-2: Synthetische Niederschlagszeitreihen für Kölpinsee 2013-2112 basierend auf historischen Parametern und Typ I mit Varianz-Faktor 2

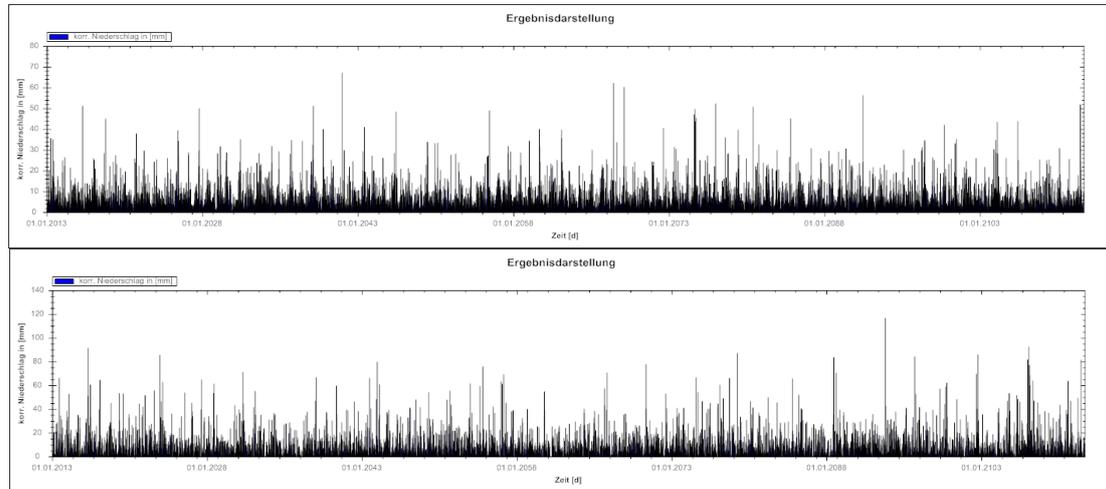
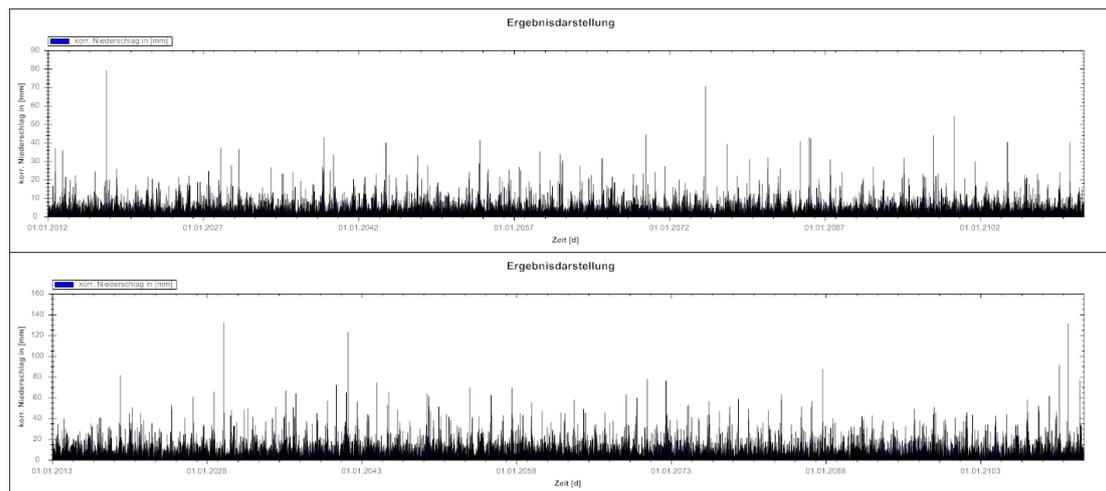


Abb. 3-3: Synthetische Niederschlagszeitreihen für Kölpinsee 2013-2112 Typ II Varianz-Faktor 1/3 Typ III mit Faktor 1,5 für die Niederschlagswahrscheinlichkeiten und Faktor 1,25 für die Skalenparameter



Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die statistischen Kenngrößen obiger synthetischer Zeitreihen.

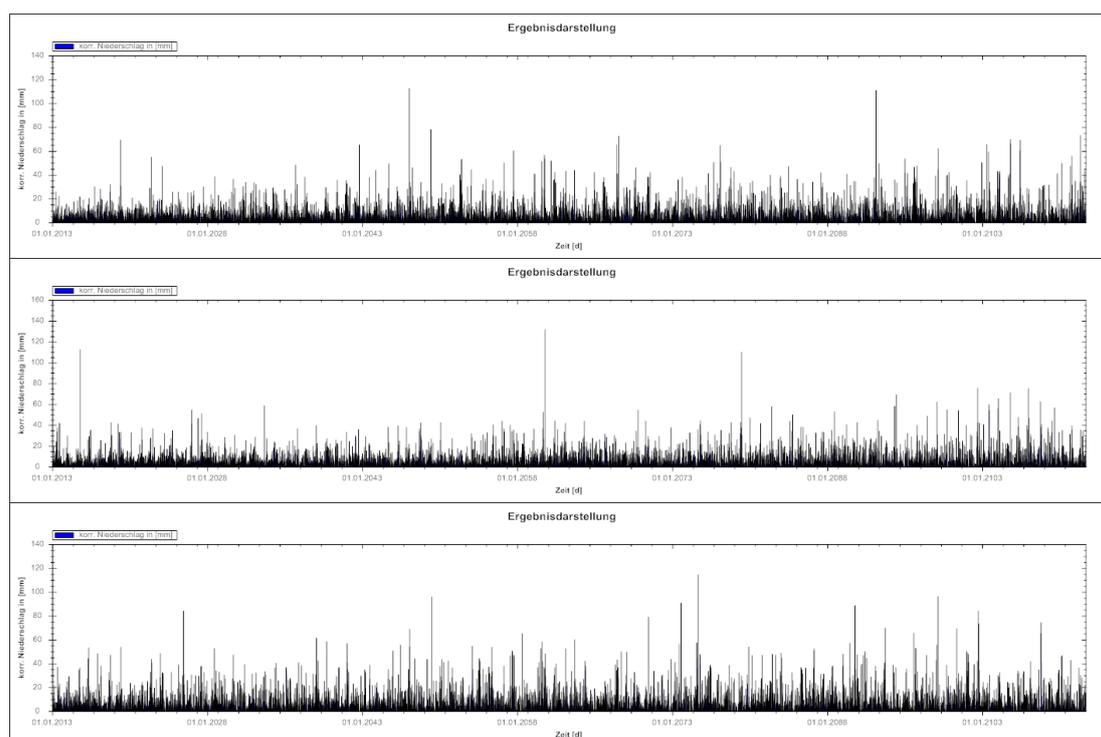
Tabelle 3-1: Vergleich des mittleren Jahresniederschlags und dessen Varianz

Typ	Generierter mittlerer Jahresniederschlag [mm]	Generierte empirische Varianz [mm ²]	Verhältnis mittlerer Jahresniederschlag zu historischen Parametern	Verhältnis empirische Varianz zu historischen Parametern
Zeitreihe historische Parameter	587,8720	6731,3247		
I Varianz-Faktor 2	589,2180	11887,6764	1,0023	1,7660
II Varianz-Faktor 2/3	588,1360	3707,9528	1,0004	0,5509
III Faktoren Pi 1,5 u. Beta 1,25	1097,0520	16996,3106	1,8661	2,5250

Dabei ist deutlich zu erkennen, dass in den Szenarien vom Typ I und vom Typ II die Nebenbedingung konstanter mittlerer Jahresniederschläge fast exakt eingehalten wird. Dies ist insbesondere unter bilanztechnischen Gesichtspunkten von an WettGenWH gekoppelten Simulationen des Wasserhaushalts der ungesättigten Bodenzone von Bedeutung. Die Abweichungen in den Verhältnissen der empirischen Varianzen sind darauf zurückzuführen, dass die Varianzen im Gegensatz zu den Erwartungswerten nicht linear von den Niederschlagswahrscheinlichkeiten π_i abhängen.

Nachstehende Abbildung stellt vergleichsweise die implementierten Arten der zeitlichen Parameterverläufe dar. Dabei ist die Art des zeitlichen Verlaufs am deutlichsten im Verlauf der extremen Niederschläge und dem Ausdünnen der Niederschläge zu erkennen.

Abb. 3-4: Synthetische Niederschlagszeitreihen für Kölpinsee 2013-2112 Typ I Varianz-Faktor 2 mit linearer, exponentieller und logarithmischer Parameteränderung



4 Ausblick

Den nächsten komplementären Schritt in der Entwicklung von WettGenWH stellt die Anbindung einer Datenbank dar, welche Defaultwerte für die Szenariengenerierung beinhaltet. Zusätzliche Erweiterungsmöglichkeiten des Wettergenerators WettGenWH stellen die Verbesserung der räumlichen Interpolation der Parameter im Sinne der Arbeit von Wilks (2008), die Generierung hoch aufgelöster Niederschläge auf Stunden oder Fünf-Minuten-Basis und die Implementierung von Monte-Carlo-Methoden zur detaillierteren Auswertung der generierten Zeitreihen bzw. Szenarien dar. Bezüglich der Generierung hoch aufgelöster Niederschläge sollten sich Klimaänderungen mit der vorgestellten Methodik zumindest approximativ berücksichtigen lassen, wenn diese aus der numerischen oder systematischen Interpolation der Tageswerte hervorgehen.

WettGenWH wurde bisher erfolgreich im Verbund mit dem ebenfalls am Lehrgebiet Systemanalyse entwickelten Programm PCSiWaPro[®] zur Simulation des Wasserhaushalts und der Transportprozesse der ungesättigten Bodenzone eingesetzt. Die Anwendungsgebiete stellen die Sickerwasserprognose, die Modellierung von Dammdurchströmungen, Kapillarsperren und Deponieabdeckungen sowie des Stoffeintrags aus dem Abfluss von Kleinkläranlagen dar. Die vorgestellte Methodik ermöglicht es in den vorstehenden Anwendungen die Auswirkung von Klimaveränderungen besser abzuschätzen und bietet damit ein reichhaltiges Einsatzgebiet.

Anhang

A.1 Das Modell zur Generierung der Niederschläge

Wir betrachten einen Zeitraum von nm Tagen. Diesen zerlegen wir in $n \in \mathbb{N}$ Perioden aus $m \in \mathbb{N}$ Tagen und in jeder Periode $i \in \{1, \dots, n\}$ genügt der Niederschlag einem Modell zur Generierung der Niederschläge i . Dann kann man die einzelnen Modelle als Submodelle eines aggregierten Modells auffassen und in diesem stellt sich die Niederschlagsmenge der nm Tage wie folgt dar

$$S := \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m Z_t^{(i)},$$

wobei $Z_t^{(i)}$ den Niederschlag des Tages t der Periode i bezeichnet. Seien

- π_i die Regenwahrscheinlichkeit eines beliebigen Tages in Periode i ,
- $\Gamma(x) := \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$ die Gammafunktion,
- $m^{(i)}, x_0^{(i)}$ die Parameter der Weibullverteilung $We(m^{(i)}, x_0^{(i)})$ der Niederschläge in Periode i und
- $d^{(i)} = p_{11}^{(i)} - p_{01}^{(i)}$ der Autokorrelationskoeffizient erster Ordnung der Markovkette $X_t^{(i)}$ der Periode i .

Die Eigenschaften der Niederschlagsmenge S beschreibt folgender Satz.

Satz.

Für $n, m \in \mathbb{N}$ genügt die Niederschlagsmenge S

$$E[S] = m \sum_{i=1}^n \pi^{(i)} x_0^{(i)} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m^{(i)}}\right)$$

und

$$\text{var}[S] \approx m \sum_{i=1}^n \pi^{(i)} (x_0^{(i)})^2 \left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{m^{(i)}}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{m^{(i)}}\right) + (1 - \pi^{(i)}) \frac{1 + d^{(i)}}{1 - d^{(i)}} \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m^{(i)}}\right) \right).$$

Beweis.

Für S erhält man mit der Unabhängigkeit des Zustandsprozesses $\{X_t\}_{t \in \mathbb{N}}$ und des Intensitätsprozesses $\{Y_t\}_{t \in \mathbb{N}}$, den Momenten der Anzahl der Regentage N und der Weibullverteilung

$$\begin{aligned} E[S] &= E\left[\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m Z_t^{(i)}\right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m E[Z_t^{(i)}] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m E[X_t^{(i)} Y_t^{(i)}] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m E[X_t^{(i)}] E[Y_t^{(i)}] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m \pi^{(i)} E[Y_t^{(i)}] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m \pi^{(i)} x_0^{(i)} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m^{(i)}}\right) \\ &= \sum_{i=1}^n m \pi^{(i)} x_0^{(i)} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m^{(i)}}\right) \\ &= m \sum_{i=1}^n \pi^{(i)} x_0^{(i)} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m^{(i)}}\right). \end{aligned}$$

Außerdem folgt für $\text{var}[S]$ mit der Unabhängigkeit der Modelle sowie der Prozesse, den Gleichungen von Wald und den Momenten der Anzahl der Regentage und der Weibullverteilung

$$\begin{aligned}\text{var}[S] &= \text{var}\left[\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m Z_t^{(i)}\right] \\ &= \sum_{i=1}^n \text{var}\left[\sum_{t=1}^m Z_t^{(i)}\right] \\ &= \sum_{i=1}^n E[N^{(i)}] \text{var}[Y^{(i)}] + \text{var}[N^{(i)}] E[Y^{(i)}]^2 \\ &\approx m \sum_{i=1}^n \pi^{(i)} \left(x_0^{(i)}\right)^2 \left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{m^{(i)}}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{m^{(i)}}\right) + (1 - \pi^{(i)}) \frac{1 + d^{(i)}}{1 - d^{(i)}} \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m^{(i)}}\right) \right).\end{aligned}$$

A.2 Das Modell zur Generierung der Temperaturgrößen

Wir betrachten erneut einen Zeitraum von nm Tagen und zerlegen ihn in $n \in \mathbb{N}$ Perioden aus $m \in \mathbb{N}$ Tagen. In jeder Periode $i \in \{1, \dots, n\}$ genügen die Temperaturgrößen $\mathbf{T}_t^{(i)}$ einem Temperaturmodell i und die Jahresmittelwerte der Klimaelemente $T_{j,t}^{(i)}$ stellen sich folgendermaßen dar

$$\bar{T}_{j, nm} = \frac{1}{nm} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m T_{j,t}^{(i)}.$$

Seien ferner

- $\pi^{(i)}$ die Regenwahrscheinlichkeit eines beliebigen Tages in der Periode i ,
- $\mu_{0,j}^{(i)} := E[Y_{j,t}^{(0)}]$ der Erwartungswert eines trockenen Tages t des Klimaelementes j der Periode i ,
- $\mu_{1,j}^{(i)} := E[Y_{j,t}^{(1)}]$ der Erwartungswert eines feuchten Tages t des Klimaelementes j der Periode i ,
- $\sigma_{p,j}^{(i)} := \text{var}[Y_j^{(p)}]$ für $i \in \{1, \dots, n\}$, $p \in \{0, 1\}$ und $j \in \{1, \dots, 5\}$ die Varianzen eines trockenen bzw. feuchten Tages des Klimaelementes j der Periode i
- $\sigma_j^{(i)} := \text{var}[T_{j,t}^{(i)}]$ die Varianz eines beliebigen Tages t des Klimaelementes j in der Periode

Die Eigenschaften der Mittelwerte $\bar{T}_{j, nm}$ beschreibt nachstehender Satz.

Satz.

Für $n, m \in \mathbb{N}$ und $j \in \{1, \dots, 5\}$ genügt $\bar{T}_{j, nm}$

$$E[\bar{T}_{j, nm}] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (1 - \pi^{(i)}) \mu_{0,j}^{(i)} + \pi^{(i)} \mu_{1,j}^{(i)}$$

und

$$\text{var}[\bar{T}_{j, nm}] = \frac{1}{(nm)^2} \sum_{i=1}^n \sigma_j^{(i)} \sum_{t=1}^m \sum_{l=1}^m \text{corr}[T_{j,t}^{(i)}, T_{j,l}^{(i)}]$$

mit

$$\sigma_j^{(i)} = (1 - \pi^{(i)}) \sigma_{0,j}^{(i)} + \pi^{(i)} \sigma_{1,j}^{(i)} + \pi^{(i)} (1 - \pi^{(i)}) (\mu_{0,j}^{(i)} - \mu_{1,j}^{(i)})^2.$$

Beweis.

Es gilt

$$\begin{aligned}E[\bar{T}_{j, nm}] &= E\left[\frac{1}{nm} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m T_{j,t}^{(i)}\right] \\ &= \frac{1}{nm} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m E[T_{j,t}^{(i)}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E[\bar{T}_{j, nm}] &= \frac{1}{nm} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m (1 - \pi^{(i)}) \mu_{0,j}^{(i)} + \pi^{(i)} \mu_{1,j}^{(i)} \\
&= \frac{1}{nm} \sum_{i=1}^n m \left((1 - \pi^{(i)}) \mu_{0,j}^{(i)} + \pi^{(i)} \mu_{1,j}^{(i)} \right) \\
&= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left((1 - \pi^{(i)}) \mu_{0,j}^{(i)} + \pi^{(i)} \mu_{1,j}^{(i)} \right).
\end{aligned}$$

Außerdem erhält man aus der Unabhängigkeit der Modelle für alle $i \in \{1, \dots, n\}$

$$\begin{aligned}
\text{var}[\bar{T}_{j, nm}] &= \text{var} \left[\frac{1}{nm} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m T_{j,t}^{(i)} \right] \\
&= \frac{1}{(nm)^2} \sum_{i=1}^n \text{var} \left[\sum_{t=1}^m T_{j,t}^{(i)} \right] \\
&= \frac{1}{(nm)^2} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m \sum_{l=1}^m \text{cov} [T_{j,t}^{(i)}, T_{j,l}^{(i)}] \\
&= \frac{1}{(nm)^2} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\text{var} [T_{j,t}^{(i)}] \text{var} [T_{j,l}^{(i)}] \right)^{1/2} \text{corr} [T_{j,t}^{(i)}, T_{j,l}^{(i)}]
\end{aligned}$$

und mittels der Varianzstationarität der Temperatur-Prozesse folgt

$$\begin{aligned}
\text{var}[\bar{T}_{j, nm}] &= \frac{1}{(nm)^2} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m \sum_{l=1}^m \text{var} [T_{j,t}^{(i)}] \text{corr} [T_{j,t}^{(i)}, T_{j,l}^{(i)}] \\
&= \frac{1}{(nm)^2} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m \sum_{l=1}^m \sigma_j^{(i)} \text{corr} [T_{j,t}^{(i)}, T_{j,l}^{(i)}] \\
&= \frac{1}{(nm)^2} \sum_{i=1}^n \sigma_j^{(i)} \sum_{t=1}^m \sum_{l=1}^m \text{corr} [T_{j,t}^{(i)}, T_{j,l}^{(i)}].
\end{aligned}$$

Für $\sigma_j^{(i)}$ ergibt sich aus der periodenweisen Anwendung der Gleichung für die Varianz einer Periode und der Unabhängigkeit der Perioden

$$\sigma_j^{(i)} = (1 - \pi^{(i)}) \sigma_{0,j}^{(i)} + \pi^{(i)} \sigma_{1,j}^{(i)} + \pi^{(i)} (1 - \pi^{(i)}) (\mu_{0,j}^{(i)} - \mu_{1,j}^{(i)})^2.$$

Literatur

- Gabriel, K. und Neumann, J. (1962):** A markov chain model for daily rainfall occurrence at tel aviv. Quaterly Journal of the Royal Meteorological Society, Vol. 88, 90-95.
- Katz, R. W. (1985):** Probabilistic Models', in Murphy, A.H., and Katz, R.W. (eds.), Probability, Statistics, and Decision Making in the Atmospheric Sciences, Westview, 261-288.
- Katz, R. W. (1996):** Use of conditional stochastic models to generate climate change scenarios. Climatic Change, Vol. 32, 237-255.
- Klenke, A. (2006):** Wahrscheinlichkeitstheorie. Springer.
- Mearns, L. O., Rosenzweig, C. und Goldberg, R. (1996):** The effect of changes in daily and interannual climatic variability on ceres-wheat: A sensitivity study. Climatic Change, Vol. 32, 257-292.
- Mearns, L. O., Rosenzweig, C. und Goldberg, R. (1997):** Mean and variance change in climate scenarios: Methods, agricultural applications and measures of uncertainty. Climatic Change, Vol. 35, 367-396.
- Nitsch, B. und Gräber, P.-W. (2007):** Anwendung synthetischer Niederschlagszeitreihen bei der Strömungssimulation in der ungesättigten Bodenzone. Modellierung und Simulation von Ökosystemen Workshop Kölpinsee 2007. Albrecht Gnauck [Hrsg.], Shaker Verlag.

- Pachauri, R. und Reisinger, A. E. (2007):** Contribution of working groups i, ii and iii to the fourth assessment report of the intergovernmental panel on climate change. Technical report, IPCC, Geneva, Switzerland.
- Richardson, C. W. und Wright, D. (1984):** WGEN: A model for generating daily weather variables. U.S. Department of Agriculture Research and Service, ARS, Vol. 8, 235
- Rinne, H. (2008):** Taschenbuch der Statistik. Verlag Harri Deutsch.
- Wilks, D. S. (1992):** Adapting stochastic weather generation algorithms for climate change studies. Climatic Change, Vol. 22, 67-84.
- Wilks, D. S. (2008):** High-resolution spatial interpolation of weather generator parameters using local weighted regressions. agricultural and forest meteorology, Vol. 148, 111-120.
- Wilks, D. S. und Wilby, R. L. (1999):** The weather generation game: a review of stochastic weather models. Progress in Physical Geography, Vol. 23, 3, 329-357.