

Vorlesung #1

Grundwassermodellierung

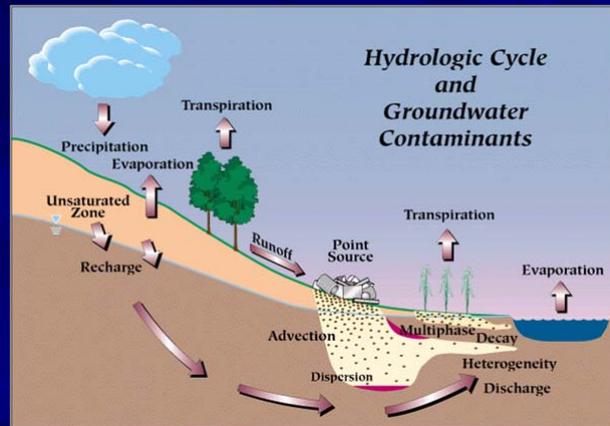
-Modellbildung-

Prof. Sabine Attinger

Übersicht

- Motivation:
Wasserkreislauf, Wasservorrat
Warum Modelle? Was sind Modelle?
- Modellierungsschritte
- Aufbau der Vorlesung:
 1. **Modellbildung** und mathematische Modelle
 2. Analytische Lösungen
 3. Numerische Lösungen

Wasserkreislauf



Wasservorrat der Erde

	Volumen in km ³	Anteil in %	Größenordnung der Verweilzeiten
Meer	1348*10 ⁶	97.39	1000 Jahre
Eiskappen	27.82	2.01	10-1000 Jahre
Seen und Flüsse	0.23	0.02	10 Jahre (Seen) 10 Tage (Flüsse)
Grundwasser, Bodenfeuchte	8.06	0.58	1-1000 Jahre
Atmosphäre	0.013	0.001	0.1-1 Jahr

•Nur das Wasser in Seen und Flüssen, sowie das Grundwasser stellen einfach zugängliche Süßwasserreserven dar

•In Deutschland werden bislang ca. 80% des Trinkwassers aus Grundwasser gewonnen (in Schleswig-Holstein, Hamburg, Bremen und West-Berlin sogar fast 100%).

Gefahren für das Grundwasser

- Eindringen von Nitraten aus überdüngten landwirtschaftlichen Flächen (Düngemittel, Gülle);
- Eindringen von Pflanzenschutzmitteln wie Herbiziden aus der Landwirtschaft;
- Eindringen von wassergefährdende Stoffen wie CKW (chlorierte Kohlenwasserstoffe) durch Versickerung aus undichten Tanks, bei Transportunfällen und sonstigem unsachgemäßem Umgang;
- Eindringen von Öl
- Eindringen von Sickerwasser aus schlecht abgedichteten Deponien (Deponiesickerwasser);
- Freisetzung von Schwermetallen durch die vom Sauren Regen ausgelöste Bodenversauerung;
- Eindringen von saurem Regen;
- Eindringen von Nitrat und Keimen aus undichten Kanalisationen.
- Eindringen von Bakterien und pathogenen Keimen
- Eindringen von radioaktiven Stoffen aus nuklearen Abfällen

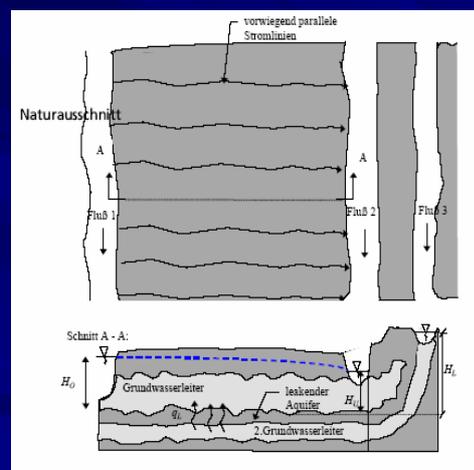
Warum Modelle?

- Vorhersage
 - Lösung von Wassermanagementproblemen im Einklang mit der Grundwasserverordnung
 - Grundwasserverschmutzungen sanieren (Qualität)
 - Pumpstrategien erarbeiten (Quantität)
- Interpretation von Daten
 - Kontinuierliche räumliche Interpolation zwischen einzelnen Meßpunkten
 - Datensynthese
 - Systemdynamik
- Hypothesen testen
 - Testen von neuen Modellkonzepten

Problemerkfassung

- Welches sind die wichtigen hydrologischen Einheiten?
- Welches sind die kritischen Einheiten der Wasserbilanz?
- Natürliche Randbedingungen?
- Welche Daten sind vorhanden (Besuch des Untersuchungsgebietes)?
- Welches sind die Quellen/Senkenterme?

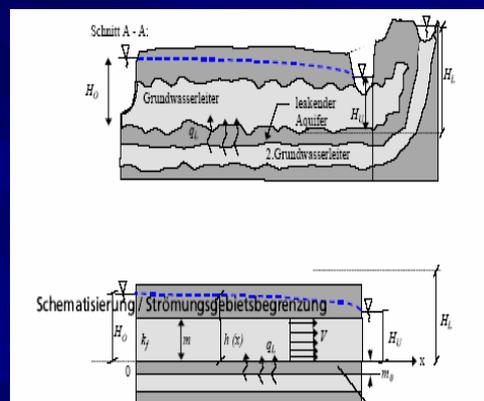
Problemerkfassung



Zieldefinition

- Genaue Formulierung der Fragestellung
- Finanzrahmen des Projekts
- Möglichst Wahl des einfachsten Modells, das die Realität gut approximiert
- Z.B. auch ein einfaches analytisches Modell (kostengünstig)
- Wahl von komplexeren Modellen nur dann, wenn die Prozessbeschreibung dies erforderlich macht

Schematisierung



Mathematisches Modell

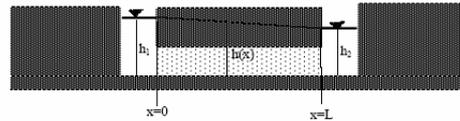
- Mathematische Beschreibung des Systems
- Auswahl der Gleichungen, die die Prozesse ausreichend beschreiben
- Auswahl der Dimension (1D, 2D, 3D)
- Auswahl des Lösungsalgorithmus
 - analytisch
 - numerisch
- Lösungstechnik
 - deterministisch
 - stochastisch
- Verifikation des mathematischen Modells
 - Gleichungen
 - Computer Algorithmen

Analytische Modelle

- Vereinfachtes Modell
 - vereinfachte Ränder
 - vereinfachte Systemparameter
- Lösungstechniken
 - exakte Lösungen
 - analytische Approximationen

Analytische Modelle

Stationäre Strömung zwischen Gräben:



Randbedingungen: $h(x=0) = h_1$

$h(x=L) = h_2$

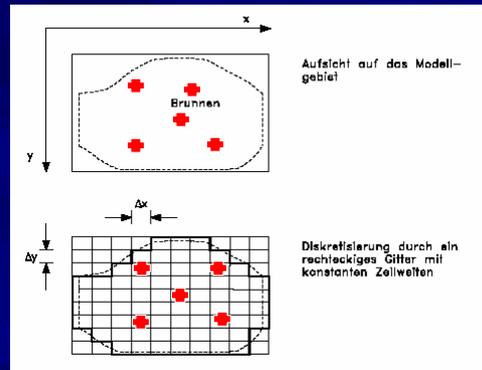
Lösung: $h(x) = h_1 + \frac{h_2 - h_1}{L} x$

Durchfluss: $Q = -TB \frac{h_2 - h_1}{L}$

Numerische Modelle: Modellaufbau

- Modell Gebiet
- Modell Gitter (Diskretisierung)
- Wahl des numerischen Lösers
- Zeitintervalle
- Anfangs-/Randbedingungen
- Quellen und Senken
- Startwerte für Parameter

Modellgebiet und Diskretisierung



Gleichungssysteme

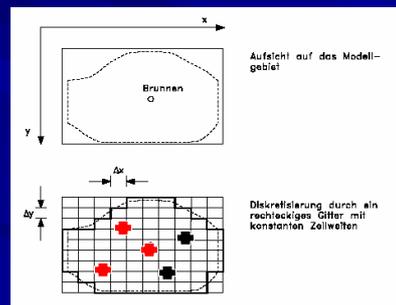
$$\mathbf{A}h = q$$

$$(a_{ik}) = \begin{pmatrix} x & x & 0 & x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x & x & x & 0 & x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & x & 0 & 0 & x & 0 & 0 & 0 \\ x & 0 & 0 & x & x & 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 & x & x & x & 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 & x & x & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & x & 0 & 0 & x & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x & 0 & x & x & x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x & 0 & x & x \end{pmatrix} \cdot$$

Lösung von Differentialgleichungen wird nach Übertrag auf das Gitter(=Diskretisierung) zur Lösung eines algebraischen Gleichungssystems reduziert

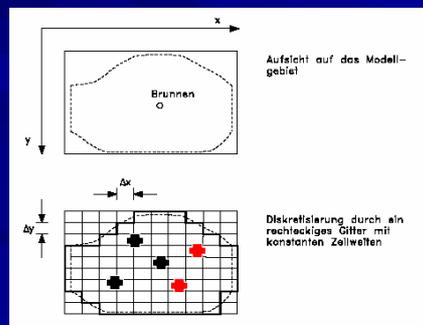
Kalibrierung

- Auswahl von Datensatz
- Vergleich Modellierungsdaten - Felddaten zur Parameteranpassung im Modell
- Kalibrierungstechniken
 - Trial and error
 - automatisiert



Validierung

- Auswahl eines Datensatzes, der nicht während der Kalibrierung benutzt wurde
- Vergleich der Systemantworten: Modell-Realität
- Falls genügend hohe Übereinstimmung, Akzeptanz des Modells
- ansonsten Modellüberprüfung



Sensitivitäts/Unsicherheiten Analyse

- Einfluß der Parameterunsicherheiten auf Modellierungsergebnisse
- Sensitivitätsanalyse
 - Variation der Modellparameter (eg. +50%, -50%) und Vergleich mit Modellergebnis
 - qualitativ
- Unsicherheitenanalyse
 - Verteilung der Modellparameter und Vergleich mit Modellergebnis
 - quantitativ

Unsicherheiten



Heterogene Systemparameter

Vorhersage

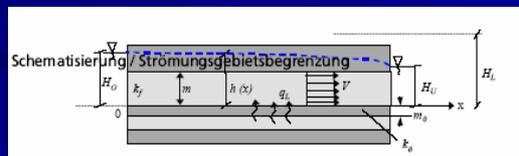
- Vorhersage zukünftiger Systemantworten
- Test alternativer Managementstrategien in der Modellwelt

Presentation der Resultate

- Dokumentation der Modelle
- Dokumentation der Parameter
- Presentation der Modellergebnisse
- Presentation der Modellunsicherheit
- Einfache Darstellung!!

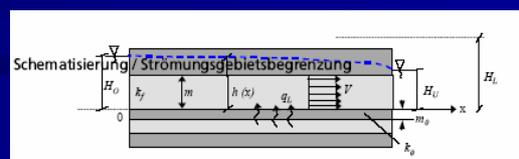
Modellbildung und mathematische Modelle

- Mathematische Beschreibung des Systems
- Auswahl der Gleichungen, die die Prozesse ausreichend beschreiben



Modellbildung und mathematische Modelle

- Mathematische Beschreibung des Systems
 - relevante Größen
- Auswahl der Gleichungen, die die Prozesse ausreichend beschreiben
 - Strömungsgleichungen
 - Transportgleichungen
 - Reaktionsgleichungen



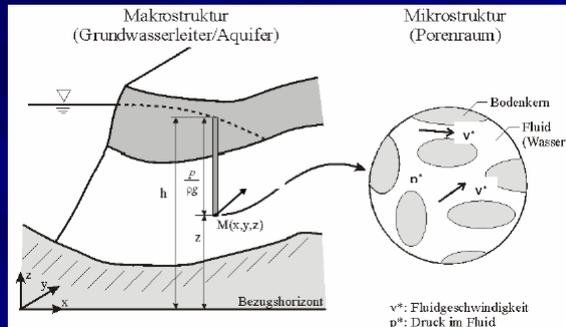
Grundbegriffe

- **Aquifer:** siehe Grundwasserleiter
- **Festgestein:** z.B. Granit, Sandstein, Kalkstein; Typische Grundwasserfliessgeschwindigkeiten in Klüften und Karsthohlräumen: $m/d < u < 100m/d$
- **Flurabstand:** Abstand zwischen Geländeoberkante und Grundwasserspiegel
- **Freier Aquifer:** Grundwasserleiter, dessen obere Begrenzung durch eine freie Wasseroberfläche (Druck null) gebildet wird.
- **Gespannter Aquifer:** Grundwasserleiter, dessen obere Begrenzung durch eine schwachdurchlässige Deckschicht gebildet wird. Es existiert keine freie Wasseroberfläche.
- **Grundwasser:** Wasser in den zusammenhängenden Poren bzw. Klüften des Untergrundes.
- **Grundwasserleiter:** Geologische Formation, die Wasser enthält und in signifikanten Mengen leitet.
- **Grundwasserspiegel:** Wasserspiegel in Standrohr (nur freier Aquifer)
- **Grundwasserstauer:** Schwachdurchlässige Gesteinsschicht, welche Wasser staut.
- **Kapillarsaum:** Zone des kapillaren Wasseraufstiegs oberhalb eines freien Grundwasserspiegels
- **Lockergestein:** Sand, Kies; z.B. aus Ablagerung von Gletschern und Flüssen. Typische Grundwasserfliessgeschwindigkeit: $u \sim 1m/d$
- **Matrix:** Feste Phase im porösen Medium
- **Piezometerhöhe:** Wasserspiegel in Standrohr (freier und gespannter Aquifer)
- **Poröses Medium:** Festkörper mit einer Vielzahl von zusammenhängenden Hohlräumen.
- **Undichter (leaky) Aquifer:** Stau- und/oder Deckschicht sind schwach durchlässig. Der Wasserfluss durch diese Schichten ist jedoch nicht vernachlässigbar.

Unterscheidung wasserführender Schichten

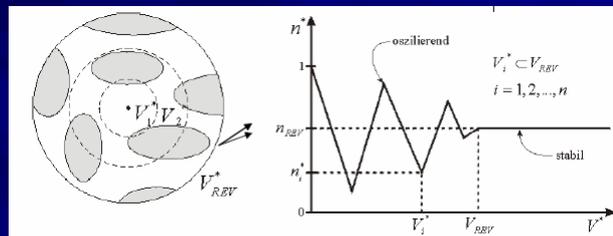
	Karst-Grundwasserleiter	Kluft-Grundwasserleiter	Poren-Grundwasserleiter
Hohlräume	Karstspalten	Klüfte	Poren
Mittlere Fliessgeschwindigkeiten	Hoch	Je nach Art und Flächenanteil der Klüfte	Niedrig
Speichervermögen	Gering	Gering	Gut
Temperatur	Schwankend	Wenig schwankend	Konstant
Innere Oberfläche	Klein	Klein	Sehr gross
Filterwirkung	Schlecht	Mittel	Gut

Porengrundwasserleiter



Theoretisch: Beschreibung der Strömung durch Porennetzwerk
 Aber: praktisch unmöglich, da genaue Geometrie nicht bekannt
 Daher: Einführung eines Kontinuumsmodells

Mittelung über ein Repräsentatives Elementarvolumen (REV)



$$\bar{f} = \frac{1}{V} \int_V f dV$$

Charakteristika Poröser Medien

Mediumseigenschaften

- Porosität
- Durchlässigkeit/Leitfähigkeit

Strömung durch poröse Medien:

- Strömungsgeschwindigkeit
- Druck

Porosität

Charakteristische Größen

- Gesamtvolumen V
- Feststoffanteil V_f
- Hohlraumanteil V_h
- Porosität:

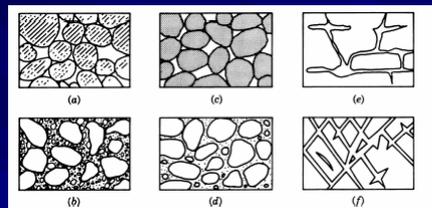
Definitionsmöglichkeiten für Porositäten:

- **Gesamtporosität:** jeglicher Hohlraum in der Gesteinsmatrix wird betrachtet.
- **Durchgängige Porosität:** Nur untereinander verbundene Hohlräume zählen zum Hohlraumanteil.
- **Effektive Porosität:** Nur am Wassertransport teilnehmende Hohlräume zählen zum Hohlraumanteil. (kein Haftwasser, nur durchgängige Porosität)

Porosität

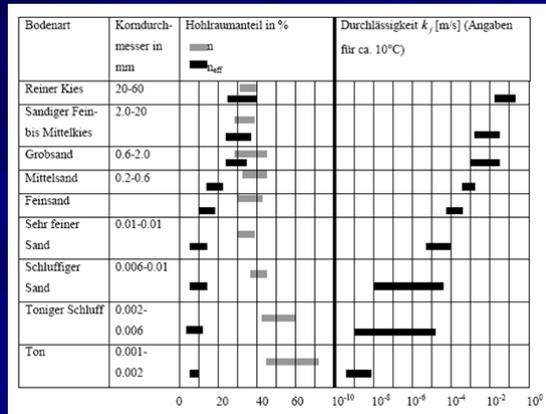
Medium	Gesamtporosität in %
Granit, Gneiss	0.02 – 1.8
Quarzit	0.8
Schiefer	0.5 – 7.5
Kalkstein, prim. Dolomit	0.5 – 12.5
sek. Dolomit	10 – 30
Kreide	8 – 37
Sandstein	3.5 – 38
Vulkanische Tuffe	30 – 40
Sand	15 – 48
Ton	44 – 53
Schwellende Tone, Schluffe	Bis 90
Gepflügte Ackerböden	45 – 65

Porosität



- a) gut sortiertes Sediment mit hoher Porosität.
- b) schlecht sortiertes Sediment mit niedriger Porosität.
- c) gut sortiertes Sediment aus porösen Körnern
- d) gut sortiertes Sediment mit durch nachträgliche Zementation verringerter Porosität
- e) Karstgrundwasserleiter
- f) Kluftgrundwasserleiter

Porosität und Durchlässigkeit

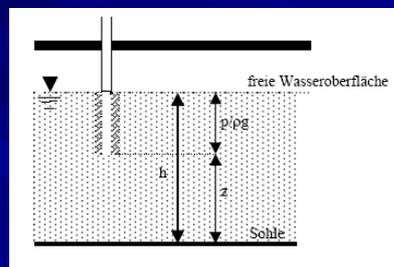


Die Durchlässigkeit eines Mediums wird in erster Linie nicht durch die Porosität, sondern die Struktur des Mediums bestimmt.

Druck und Piezometerhöhe

Freier Aquifer

$$H \approx h = \frac{p}{\rho g} + z$$

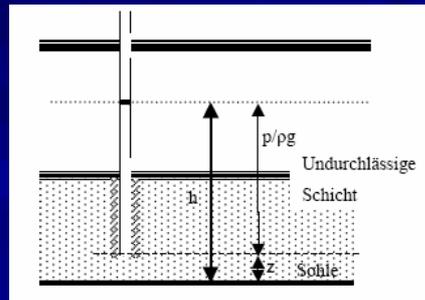


Piezometerhöhe = Druckhöhe + geodätische Höhe

Piezometerhöhe und Druck

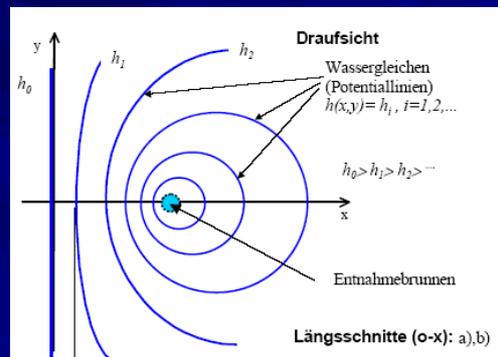
$$H \approx h = \frac{p}{\rho g} + z$$

Gespannter Aquifer



Piezometerhöhe = Druckhöhe + geodätische Höhe

Aquipotentiallinien in der Nähe eines Brunnens



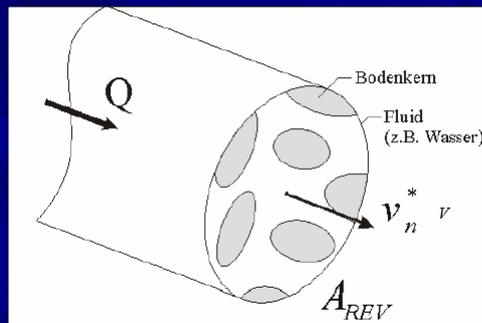
Filter- und Abstandsgeschwindigkeit

Filtergeschwindigkeit

$$v_F = Q / A$$

Abstandsgeschwindigkeit

$$u = \frac{1}{n} v_F$$



Stromlinien in der Nähe eines Brunnens

