

1. Einleitung

Unter verschiedenen Voraussetzungen, wie beispielsweise in ariden Klimagebieten oder für sehr leitfähige Böden, bildet die Tropfbewässerung bestimmter Kulturen eine sinnvolle Alternative zur Beregnung. Sie ermöglicht sowohl eine zeitlich als auch räumlich optimierte Wassergabe. Neben der sparsameren Wassernutzung kann dies weitere positive Effekte mit sich führen, wie zum Beispiel die Vermeidung von Krankheiten (Pilzbefall der Pflanze), das Erzielen von Qualitätskriterien oder die Vermeidung von Bodenerosion. Zum Erreichen dieser Ziele ist jedoch eine optimierte Bewässerungssteuerung unabdingbar.



Oberirdische Tropfbewässerung, (Versuchsstandort Pillnitz)



Unterirdische Tropfbewässerung

Die realitätsgetreue 3-dimensionale Modellierung komplexer Bewässerungsvorgänge impliziert allerdings einen sehr rechen- und damit zeitaufwendigen Vorgang. Es stellt sich die Frage unter welchen Voraussetzungen es möglich ist, unter Berücksichtigung eines akzeptablen Approximationsfehlers auf eine niederdimensionale Annäherung zurückzugreifen.

2. Mathematische Modellierung

Fließvorgänge im ungesättigten Medium werden mit der Richards Gleichung sowie den Retentions- und Permeabilitätsfunktionen von van-Genuchten dargestellt:

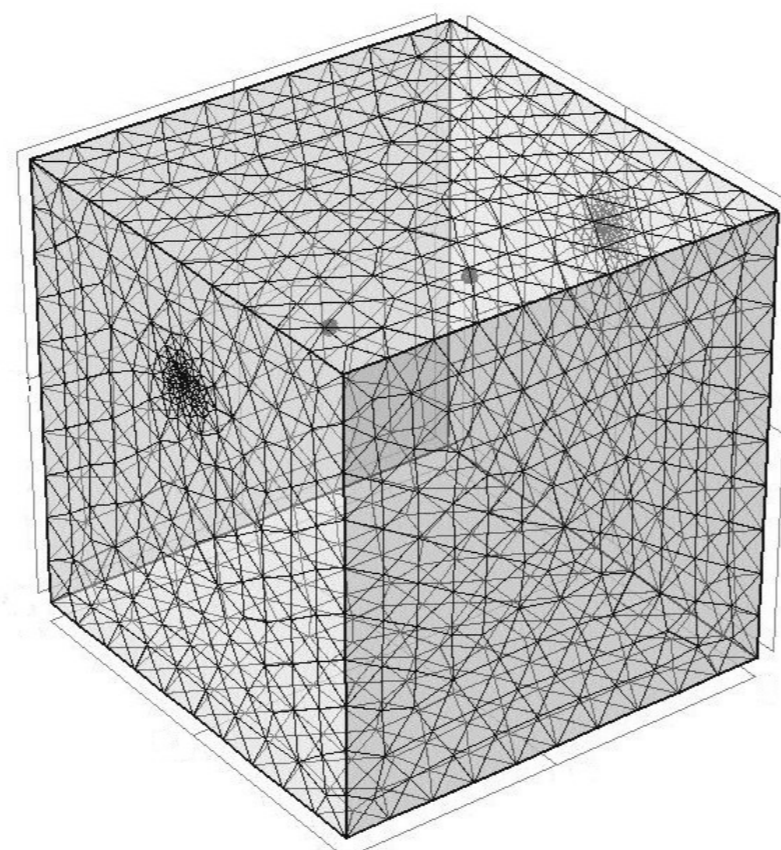
$$\rho \left(\frac{C_m(\mathbf{p})}{\rho g} + S_o(\mathbf{p})S \right) \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \left(-\frac{k_s k_r(\mathbf{p})}{\mu} (\nabla \mathbf{p} + \rho \nabla D) \right) = Q_m \quad H_p = \frac{\mathbf{p}}{\rho g}$$

$$\Theta = \begin{cases} \Theta_r + S_o(\Theta_s - \Theta_r), & H_p < 0 \\ \Theta_s, & H_p \geq 0 \end{cases} \quad C_m = \begin{cases} \frac{1+m}{1-m}(\Theta_s - \Theta_r)S_o^{\frac{1}{2}}(1-S_o^{\frac{1}{2}})^m, & H_p < 0 \\ 0, & H_p \geq 0 \end{cases}$$

$$S_o = \begin{cases} [1 + |\alpha H_p|^m]^{-m}, & H_p < 0 \\ 1, & H_p \geq 0 \end{cases} \quad k_r = \begin{cases} S_o^2 [1 - (1 - S_o^{\frac{1}{2}})^m]^2, & H_p < 0 \\ 1, & H_p \geq 0 \end{cases}$$

Der Lösung dieser partiellen Differentialgleichung liegt folgendes Basis-Setup zu Grunde:

- sandiger Lehm Boden, Ausgangsfeuchte: pF = 3
- Gebietsgröße: 1m x 1m x 1m, (d.h. 1l = 1mm)
- ein Tropfschlauch in 25cm Tiefe
- Emitterabstand 33.3cm
- Bewässerung: 2.5mm/h je Emitter für 4 Stunden
- simulierte Zeit: 120 Stunden



Die FEM-Diskretisierung sowie die numerische Lösung erfolgt durch COMSOL Multiphysics®.

3. Basismodellierung

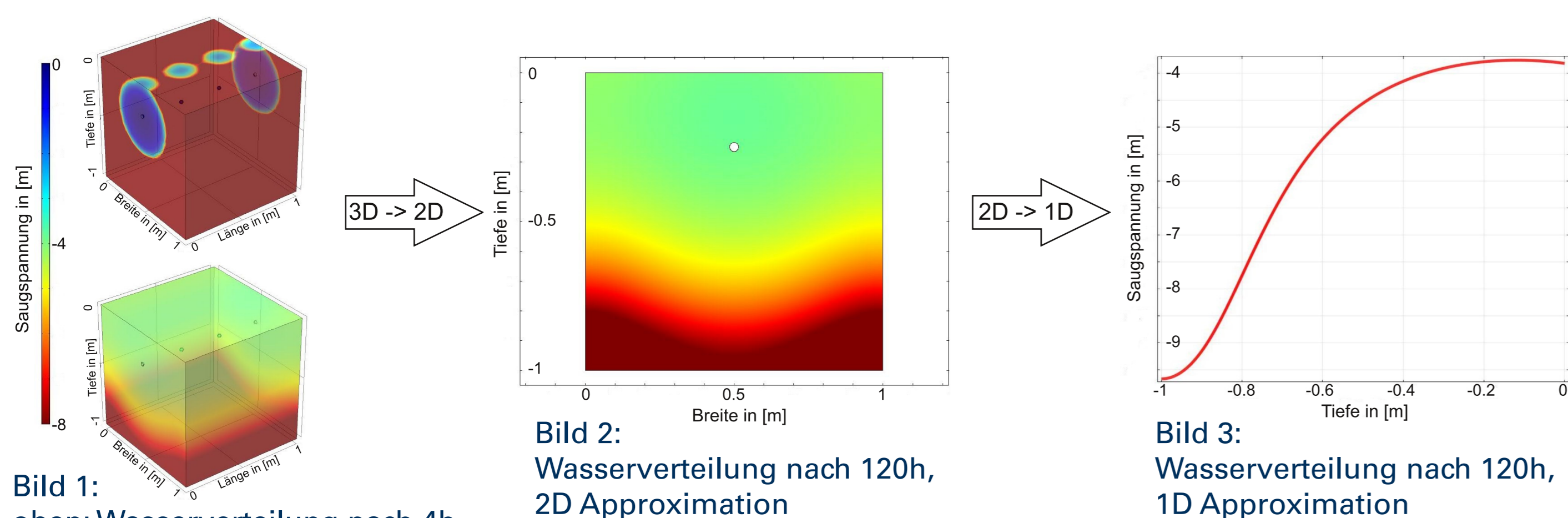


Bild 1: oben: Wasserverteilung nach 4h unten: Wasserverteilung nach 120h

Bild 2: Wasserverteilung nach 120h, 2D Approximation

Bild 3: Wasserverteilung nach 120h, 1D Approximation

Ausgehend vom 3D-Modell wird durch Aufsummierung entlang der Tropfschlauchrichtung eine 2D-Approximation erstellt. In dieser sind die drei Emitter zu einem Tropfer mit der Bewässerungsrate von 7.5mm/h zusammengefasst. Die weitere Dimensionsreduktion zu 1D erfolgt analog durch Summation entlang der horizontalen Achse. Die simulierte Wasserverteilung nach 120 Stunden ist für die einzelnen Modelle in den Bildern 1-3 dargestellt.

Bild 4 zeigt diese Verteilung an zwei Schnittlinien für die unterschiedlichen Modelldimensionen. Für diesen einfachen Sachverhalt liefern das 3D und 2D Modell nahezu identische Ergebnisse, während auch das 1D Modell noch immer eine akzeptable Approximation darstellt.

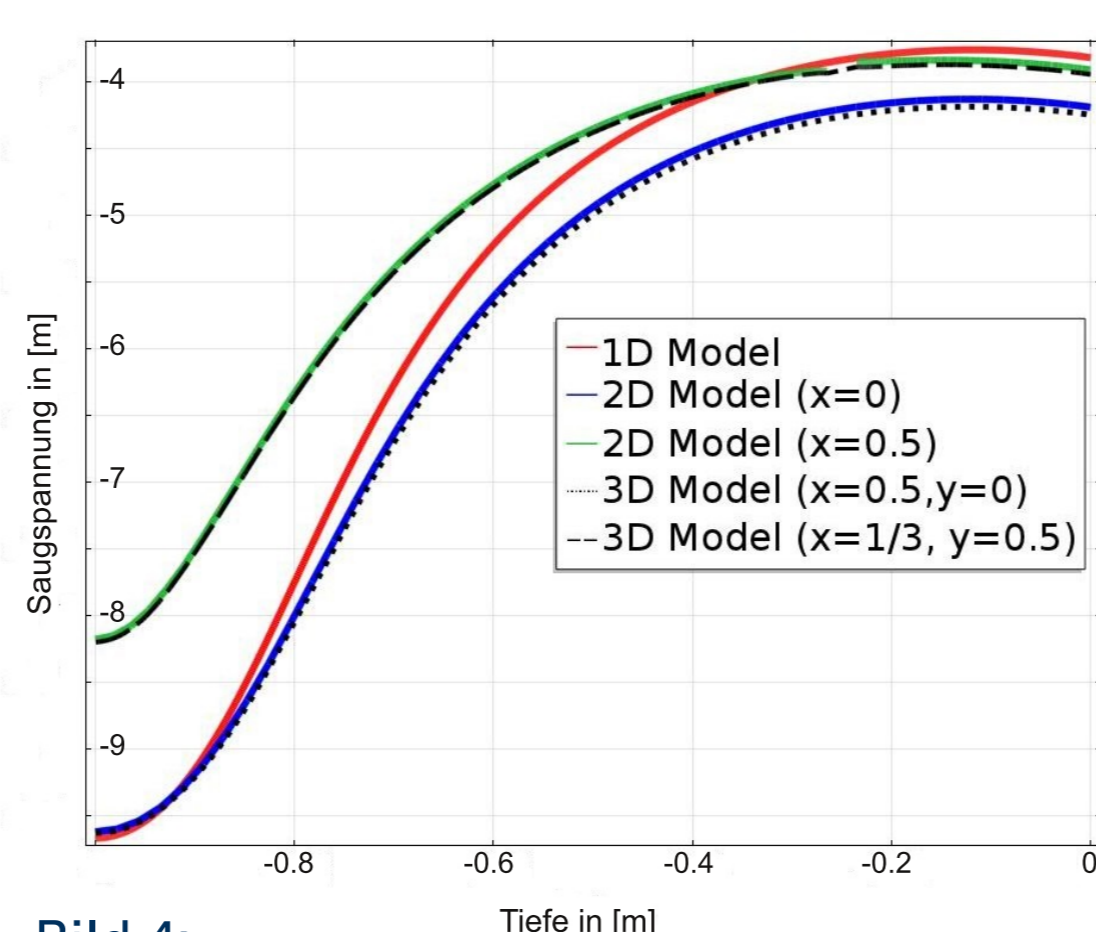


Bild 4: Bodenfeuchtevergleich an zwei Schnittlinien der verschiedendimensionalen Modelle

4. Hinzunahme von Wurzelwasserentzug

In einer weiteren Simulation wird das Modell durch Wurzelwasserentzug erweitert. Hierbei ist zentral um jeden Emitter eine Wurzel platziert. Diese haben jeweils eine Wasserentzugsrate von 2mm/d gemäß der in Bild 5 dargestellten Verteilungsfunktion. Eventuell auftretender Trockenstress wird durch eine Reduktionsfunktion (vgl. Bild 6) modelliert.

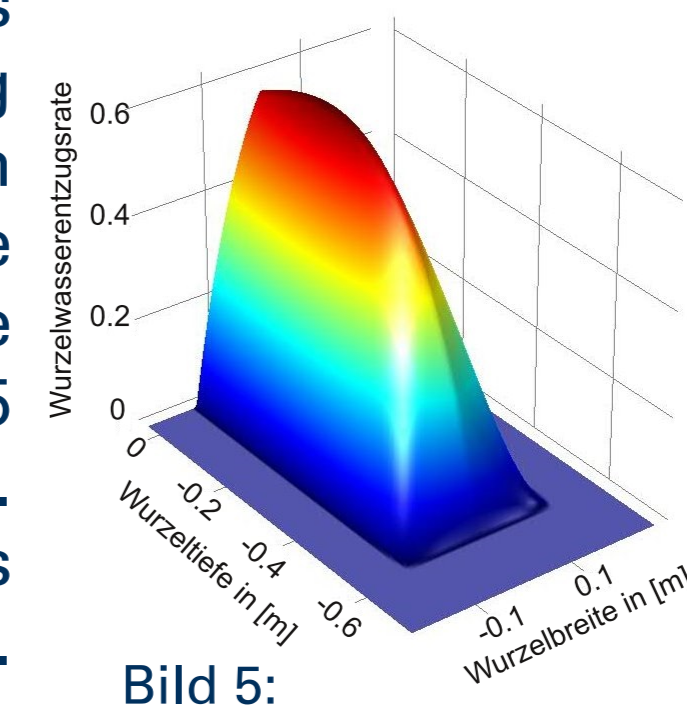


Bild 5: Wurzelwasserentnahmfunktion

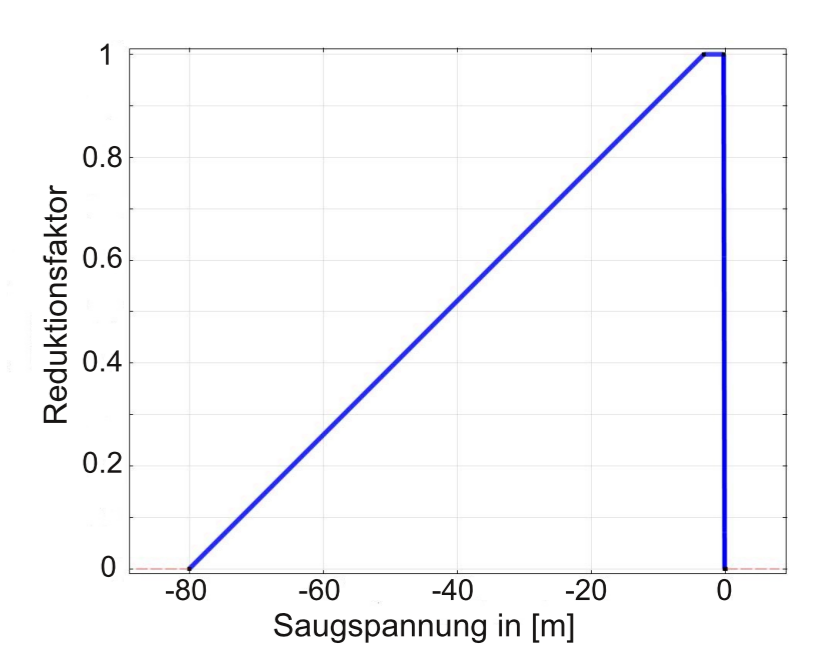


Bild 6: Stressbedingte Reduktionsfunktion

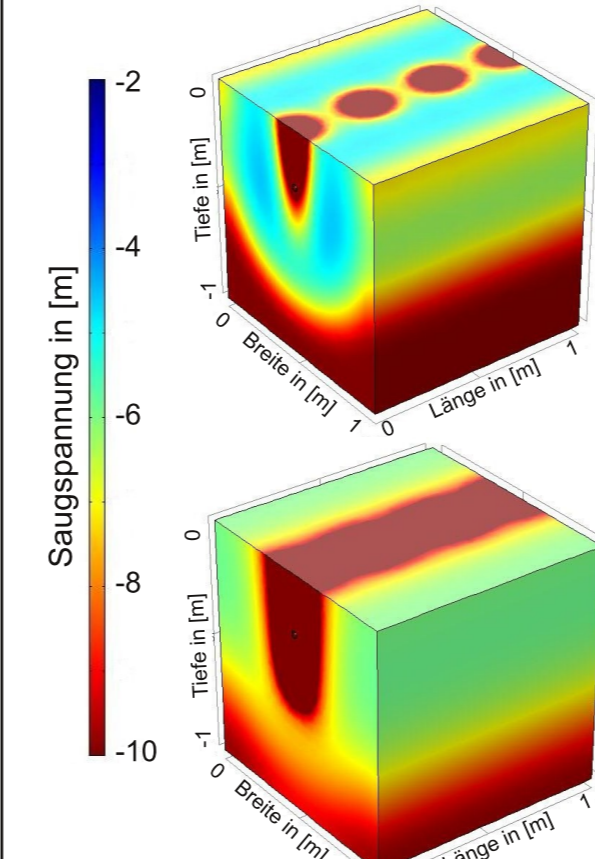


Bild 7: oben: Wasserverteilung nach 48h unten: Wasserverteilung nach 120h

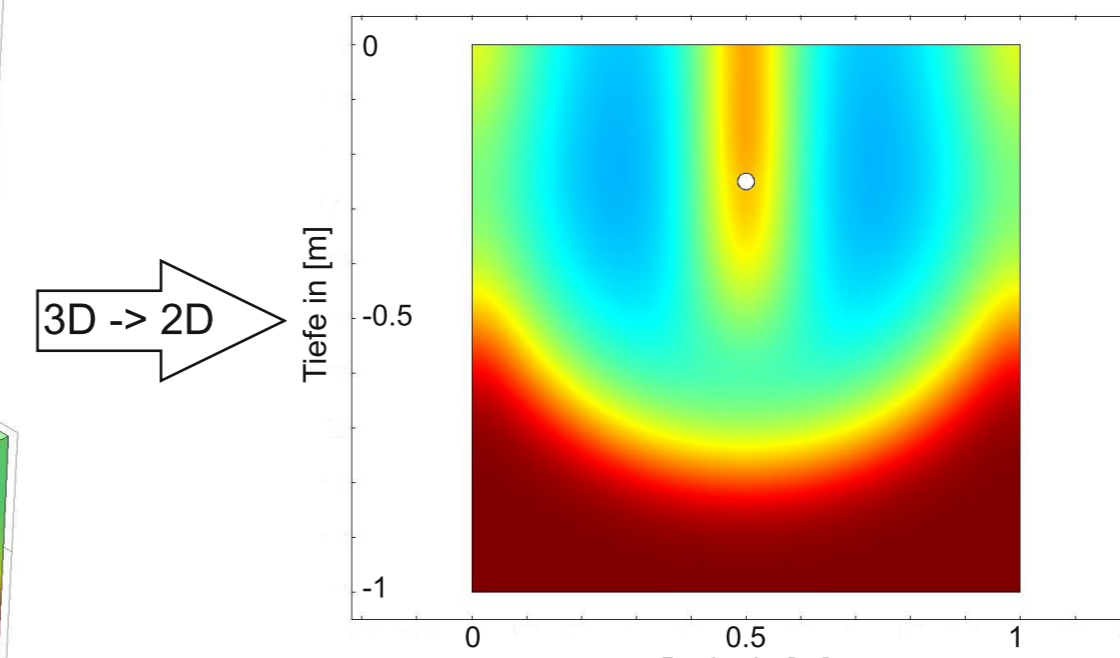


Bild 8: Wasserverteilung nach 48h, 2D Approximation

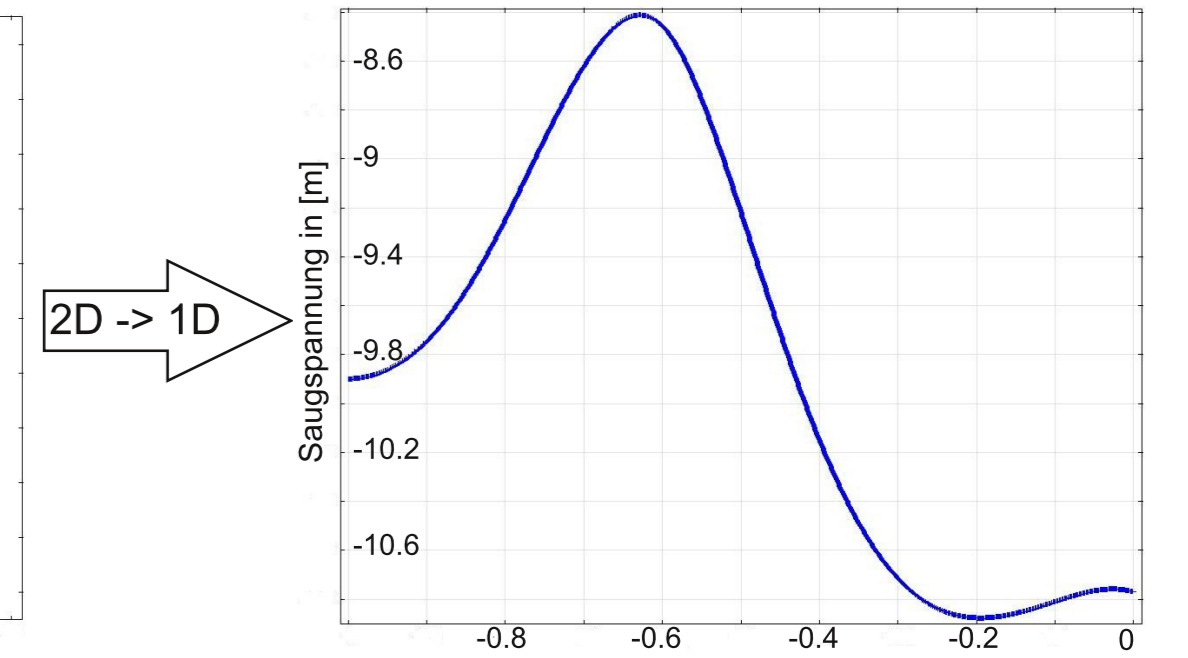


Bild 9: Wasserverteilung nach 48h, 1D Approximation

Wie im Basismodell erfolgt eine Dimensionsreduktion durch Summation in Tropfschlauch- sowie horizontale Richtung. Bereits der Vergleich des 2D-Modells (vgl. Bild 8) mit der entsprechenden 3D-Simulation (vgl. Bild 7 oben) weist deutliche Unterschiede in der Wasserverteilung auf. Dies ist speziell in der Wurzelzone sichtbar.

Der Bodenfeuchtevergleich in Bild 10 zeigt deutlich, dass eine 1D-Approximation dieses Sachverhalts nicht zu realitätsnahen Ergebnissen führt.

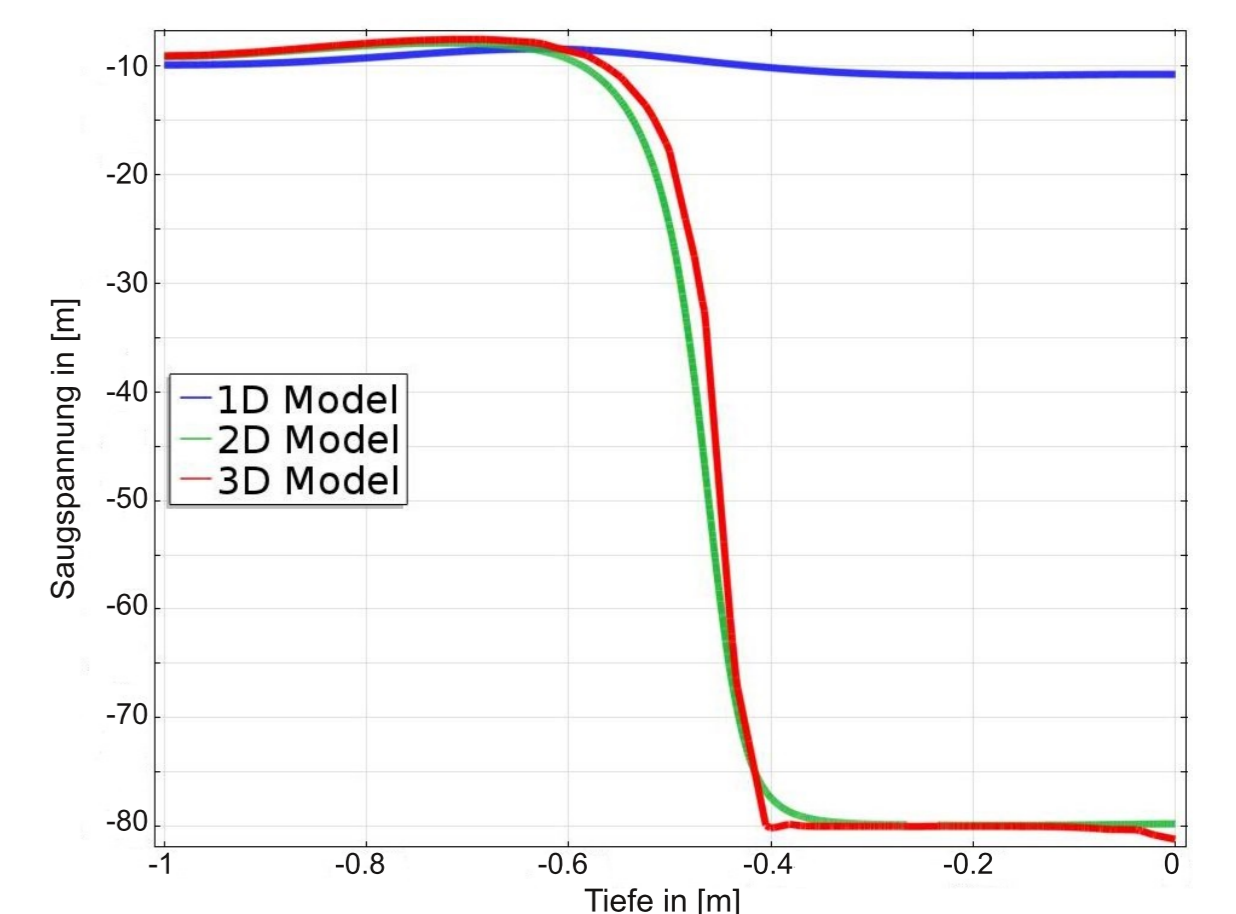


Bild 10: Bodenfeuchtevergleich der verschiedendimensionalen Modelle nach 120h Simulationszeit

5. Zusammenfassung

- 1D bzw. 2D Modelle sind unter Umständen ausreichend, z.B. bei gleichmäßiger Bewässerung und einheitlicher Durchwurzelung.
- Niedrigdimensionale Modelle führen zu starken Vereinfachungen komplexerer Vorgänge.
- Speziell bei Tropfbewässerung treten große Unterschiede zwischen den 1D/2D/3D Modellen auf. (vgl. Tab. 12)
- Die Verwendung niedrigdimensionaler Modelle führt hierbei typischerweise zu einer Überschätzung des Wurzelwasserentzugs, Ertrags und Gewinns. (vgl. Bild 11)

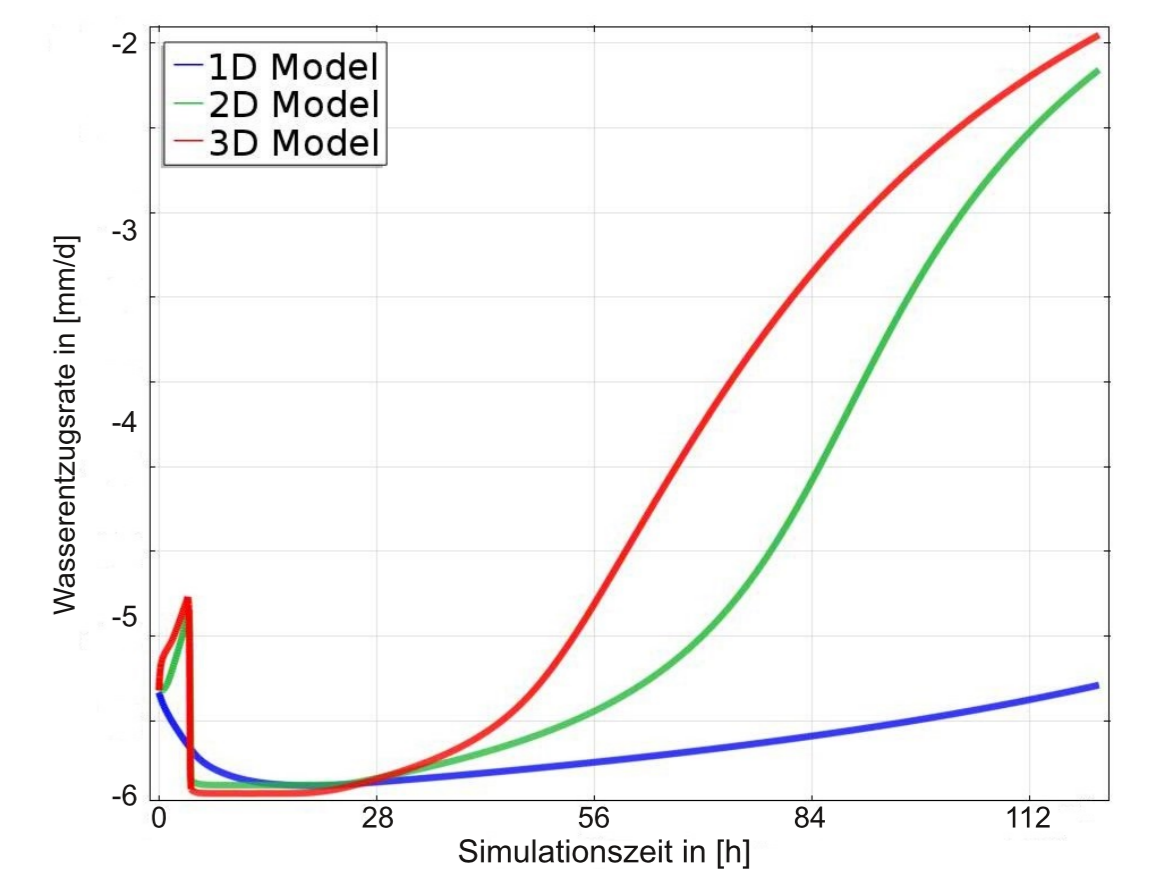


Bild 11: Wurzelwasserentzug in Abhängigkeit zur Simulationslaufzeit für die verschiedenen Modelldimensionen

- Weitere Vereinfachungen, wie die Verwendung einfacher Speichermodelle, führen zu noch unrealistischeren Ergebnissen.
- Eine Herausforderung ist weiterhin die mathematisch anspruchsvolle sowie rechenzeitintensive Lösung der 3D-Probleme.

Modell (siehe 4.)	Bewässerung [mm]	Wurzelwasserentzug [mm]	Wurzelwasserentzug [%]
1D sandiger Lehm	30	28.91	96.4
2D sandiger Lehm	30	24.2	80.1
3D sandiger Lehm	30	21.88	72.9
1D Sand	30	29.2	97.3
2D Sand	30	19.12	63.7
3D Sand	30	15.4	51.3

Tab. 12: Quantitative Darstellung des Gesamtwaterentzugs für zwei verschiedene Böden

Quellen

- (1) Vrugt, J.A., Hopmans, J.W. und Simunek, J. 2001, Calibration of a two-dimensional root water uptake model, Soil Science Society of America Journal 65
- (2) Bear, J. 1972, Dynamics of Fluids in Porous Media, Elsevier Scientific Publishing
- (3) van Genuchten, M.Th. 1980, A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils, Soil Science Society of America Journal 44
- (4) COMSOL Multiphysics® 4.2b, COMSOL Multiphysics GmbH, Robert-Gernhardt-Platz 1, 37073 Göttingen
- (5) Solin, P. 2005, Partial Differential Equations and the Finite Element Method, Hoboken, NJ: Wiley & Sons