

Abflusskonzentration

Übung zur Vorlesungsreihe

Abwasserentsorgung I von Prof. Krebs,
Institut für Siedlungs- und Industrieresourcemanagement,
TU Dresden

Kommentare und Rückfragen an Thilo Koegst
(thilo.koegst@tu-dresden.de)

Version vom 5. November 2009

Hintergrund

Nach der *Abflussbildung* beschäftigt sich die *Abflusskonzentration* mit der Frage in welcher zeitlichen Verteilung der gebildete Direktabfluss am Auslass eines Einzugsgebietes erscheint.

Die Einflussfaktoren auf die Abflussbildung und die Abflusskonzentration lassen sich dabei unterteilen in: **hydroklimatische Faktoren**

- Niederschlag nach Form, Typ, Intensität, Dauer, räumliche Verteilung
- Interzeption
- Evaporation
- Anfangsfeuchtezustand

und **physiographische Faktoren**, auch Gebietsparameter d.h. geometrische Faktoren (z.B. Gefälle, Größe), physikalische Faktoren (z.B. Rauigkeit, Infiltrationsbedingungen) und topographische Faktoren (z.B. Urbanisierung). Bei der Abflusskonzentration erfolgt eine Transformation der Effektivniederschlagsganglinie in die Durchflussganglinie bei der eine zeitliche Verschiebung erfolgt (Translation) als auch eine Dämpfung (Retention).

Die einfachste Möglichkeit den Abfluss zu ermitteln besteht in der Anwendung des Abflussbeiwertes Ψ , mit dessen Hilfe der Scheitelabfluss bestimmt werden kann, siehe Gleichung 1.

$$Q_S = r_{T,n} \cdot A_E \cdot \Psi \quad (1)$$

$$A_{red} = A_E \cdot \Psi \quad (2)$$

Dieser Ansatz wird hier nicht weiter berücksichtigt, weitere Informationen dazu geben unter anderen Hosang and Bischof (1998, S. 17-22) und Krebs (2000b, 76-78).

Die im folgenden aufgeführten Modellansätze basieren auf der Annahme, dass es sich bei den betrachteten Einzugsgebieten hinsichtlich der Abflussprozesse um *lineare zeitinvariante Systeme* handelt. Zeitinvariantes System bedeutet, dass wenn ein solches System auf eine Ursache $p(t)$ mit einer Wirkung $q(t)$ reagiert, dann auch zu einem späteren Zeitpunkt auf dieselbe Ursache mit derselben Wirkung reagiert, siehe Abbildung 1. Vertiefende Informationen dazu beschreiben Dyck and Peschke (1995, S. 46-47 und S.386 ff).

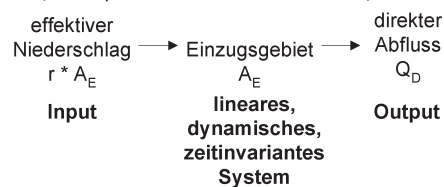


Abbildung 1: Abflusskonzentrationsmodell als lineares, dynamisches, zeitinvariantes System (Hinkelmann, 2005, S.30)

Einheitsganglinie

Es wird auf eine mathematische Beschreibung der physikalischen Vorgänge des Abflusses (i.e. hydraulischer Ansatz) verzichtet und statt dessen vom Prinzip der *Einheitsganglinie* ausgegangen (i.e. hydrologischer Ansatz). Man versteht darunter eine für das jeweils betrachtete Einzugsgebiet charakteristische Abflussganglinie, die sich immer wieder in unveränderter Form einstellt, wenn von dem als unverändert bleibend vorausgesetzten Einzugsgebiet ein bestimmter abflusswirksamer Einheitsniederschlag (Dimension mm pro Zeiteinheit) zum Abfluss kommt.

Unter der getroffenen Annahme, dass es sich um ein lineares zeitinvariantes System handelt, ermöglicht die Einheitsganglinie die Eigenschaft der linearen Superponierbarkeit und meint damit zum einen die *betragliche Vervielfachung* als auch die *zeitliche Vervielfachung*, siehe Abbildung 2.

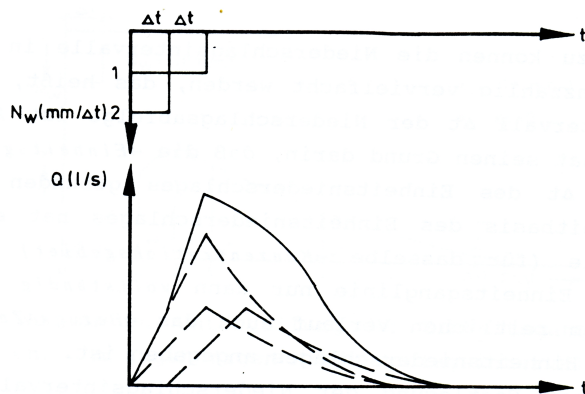


Abbildung 2: Superposition der Einheitsganglinie infolge betraglicher und zeitlicher Vervielfachung der Einheitsniederschläge (Sieker, 1989a)

Linearer Einzelspeicher

Der lineare Speicher ist ein fiktiver Speicher, bei dem der Abfluss proportional zum Speicherinhalt ist, siehe Abbildung 3. Dabei ist S der Speicherinhalt, $r(t) \cdot A_E$ der Zufluss und Q_A der Abfluss.

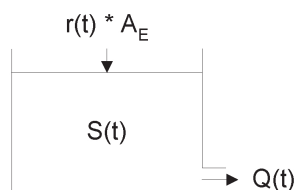


Abbildung 3: Linearspeicher

Für den Speicher gilt zu jeder Zeit t die Kontinuitätsbeziehung, dass Zufluss minus Abfluss der Speicheränderung gleicht.

$$\frac{dS}{dt} = r(t) \cdot A_E - Q_A(t) \quad (3)$$

Die Drosselwirkung des Speichers ist wie folgt definiert: Der Abfluss sei in jedem Augenblick gleich einem konstanten Bruchteil K des jeweiligen vorliegenden Speicherinhaltes (Gleichung 4). Daraus ergibt sich die Speicheränderung, wie in Gleichung 5 beschrieben. Durch Einsetzen von Gleichung 5 in Gleichung 3 erhält man eine Differentialgleichung erster Ordnung für Q_A , siehe Gleichung 6.

$$Q(t) = \frac{1}{K} \cdot S(t) \quad (4)$$

$$\frac{dS}{dt} = K \cdot \frac{dQ_A}{dt} \quad (5)$$

$$\frac{dQ_A}{dt} = \frac{1}{K} \cdot (r(t) \cdot A_E - Q_A(t)) \quad (6)$$

Für einen Blockregen N mit der Dauer Δt und der Intensität r besitzt die Gleichung 6 zwei Lösungsabschnitte: (i) für die Dauer des Blockregens steigt Q e-funktional an und erreicht einen Maximalwert am Ende des Blockregens, also für $t = \Delta t$, siehe Gleichung 7. (ii) Nach Ende des Blockregens setzt der zweite Lösungsabschnitt ein mit einem e-funktional absteigenden Verlauf, siehe Gleichung 8.

$$Q(t) = \frac{N \cdot A_E}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{t}{K}}\right) \quad (7)$$

$$Q(t) = \frac{N \cdot A_E}{\Delta t} \left(e^{-\frac{\Delta t - t}{K}} - e^{-\frac{t}{K}}\right) \quad (8)$$

Der Ansatz des linearen Einzelspeichers kann auch für aufeinanderfolgende Blockregen verwendet werden (Sieker (1989b, S.40-41), Dyck and Peschke (1995, 398-399)). Der Scheitelwert der Einheitsganglinie fällt dabei immer mit der rechten Intervallgrenze des zugehörigen Niederschlagsintervalls zusammen. Die resultierende Abflussganglinie wird mittels Superposition bestimmt, siehe Abbildung 4.

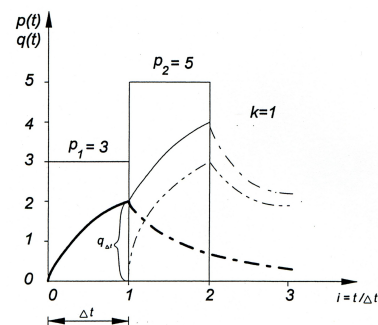


Abbildung 4: Ausfluss aus dem Einzellinearspeicher bei Eingabe von zwei Rechteckimpulsen

Bestimmung der Speicherkonstante K

Die Speicherkonstante K kann aus dem absteigenden Ast gemessener Abflussganglinien mittels

Gleichung 9 geschätzt werden.

$$K = \frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{Q_i}{Q_{i+1}}\right)} \quad (9)$$

Darin sind Q_i und Q_{i+1} beliebige, im Abstand Δt aufeinanderfolgende Ordinaten der gemessenen Abflussganglinie. K und Δt haben dabei die Einheit Minuten. Gleichung 9 wird zweckmäßig für verschiedene Ordinaten i ausgeführt und die resultierenden K_i -Werte werden gemittelt.

Die Speicherkonstante K kann auch aus Gebietsparametern bestimmt werden. Mehr dazu siehe Sieker (1989b, S. 41-42), Dyck and Peschke (1995, S. 400) und Krebs (2000a, S. 32-33).

Die Verwendung des linearen Einzelspeichers zur modellhaften Beschreibung der Abflussganglinie beschränkt sich auf schnell reagierende kleine Einzugsgebiete, da der Scheitelabfluss (maximaler Abfluss) am Ende des Regenereignisses auftritt. Um die Verformung des Abflusses auf der Zeitachse zu berücksichtigen kann das so genannte *Zeit-Flächen-Diagramm* angewendet werden.

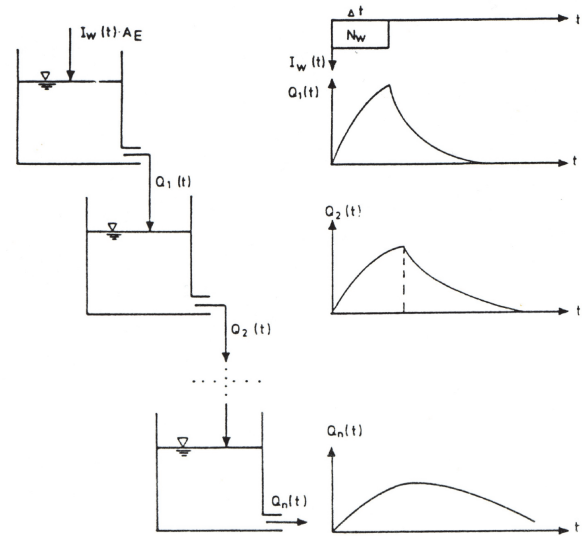


Abbildung 5: Speicherkaskade

Man erhält die Gleichung einer Speicherkaskade mit zwei hintereinander geschalteten Speichern in dem man die Lösung des einfachen linearen Speichers (Gleichungen 7 und 8) in die Kontinuitätsbedingung (Gleichung 3) bzw. in die Differentialgleichung 6 für den Ausdruck $r(t) \cdot A_E$ einsetzt. Zur Unterscheidung sind dabei die die Abflussfunktionen des ersten und zweiten Speichers mit Indizes zu versehen:

Lineare Speicherkaskade

In logischer Weiterentwicklung der Modellvorstellung des linearen Einzelspeichers lässt sich das Konzentrationsgebiet auch als Kaskade hintereinander geschalteter, gleichartiger (d.h. K für alle Speicher konstant) Einzelspeicher auffassen, deren oberster Speicher den abflusswirksamen Niederschlag als Zufluss aufnimmt und deren unterster Speicher den gesuchten Abfluss liefert. Dabei ist der Abfluss des ersten Speichers der Zufluss des Zweiten und so weiter, siehe Abbildung 5. Die Form der ermittelten Einheitsganglinie wird somit nicht nur durch K sondern auch durch die Anzahl n der verwendeten Speicher beschrieben.

$$Q_1(t) - Q_2(t) = K \cdot \frac{dQ_2}{dt} \quad (10)$$

Für die n-gliedrige Speicherkaskade ergibt sich somit für einen Blockregen N mit der Dauer Δt eine numerische Lösung wie in Gleichung 11 aufgezeigt. Dabei ist j der Laufindex der Speicher.

Unter der theoretischen Vorstellung, daß die Dauer Δt des vorzugebenden Blockregens infinitesimal klein angenommen werden kann, gleichzeitig aber der Inhalt des Blockregens erhalten bleibt (i.e. *Momentan-Einheitsimpuls* oder *Diracsche Deltafunktion*) ergibt sich die in Gleichung 12 dargestellte vereinfachte Lösung.

$$Q(t) = \frac{N \cdot A_E}{\Delta t} \cdot \frac{e^{-\frac{t}{K}}}{K^n} \left(e^{\frac{\Delta t}{K}} \left(\sum_{j=1}^n \frac{K^j (t - \Delta t)^{n-j}}{(n-j)!} \right) - \sum_{j=1}^n \frac{K^j (t)^{n-j}}{(n-j)!} \right) \quad (11)$$

$$Q(t) = \frac{N \cdot A_E}{K(n-1)!} \cdot \left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} \cdot e^{-\frac{t}{K}} \quad (12)$$

$$\text{mit } K = \frac{K_{\text{Einzelspeicher}}}{n} \quad (13)$$

Gleichung 12 kann näherungsweise für reale endliche Blockregen der Dauer Δt angewendet werden, wenn $\Delta t \leq K$ eingehalten wird. Die Korrektur der Speicherkonstante erfolgt mit Gleichung 13 (ATV-Arbeitsgruppe 1.2.6, 1987).

Aufgabe

Gegeben ist ein Regenereignis N_1 mit einer Dauer von 5 Minuten und einer effektiven Regenhöhe

von 1 Millimeter mit einer gemessenen Ganglinie Q_1 am Gebietsausfluss, siehe Tabelle 1. Gegeben ist weiterhin ein Regenereignis N_2 , bestehend aus zwei aufeinanderfolgenden Blockregen mit einer jeweiligen Dauer von 5 Minuten. In der ersten Hälfte hat N_2 eine effektive Regenhöhe von 2 Millimeter, in der Zweiten 3 Millimeter. Die Einzugsgebietsfläche A_E beträgt 0,6 ha.

Bestimmen Sie die zu erwartende Abflussganglinie am Gebietsausfluss für N_2

1. mittels des Einheitsganglinienverfahrens,
2. des Einzelspeicher-Ansatzes, und
3. der Speicherkaskade mit drei Speichern.

Tabelle 1: Abfluss Q_1

Zeit in min	10:15	10:20	10:25	10:30	10:35	10:40	10:45	10:50
Abfluss in l/s	0	1	4	5	4	3	1	0

Symbolverzeichnis

Römische Symbole

A_E	Einzugsgebietsfläche [L^2]
h_{Ne}	abflusswirksame Niederschlagshöhe, auch N_e [L]
h_N	(gemessene) Niederschlagshöhe, auch N [L]
K	Speicherkonstante oder Proportionalitätsfaktor [T]
Q_A	Abfluss [L^3/T]
r	Regenintensität [L/T]
S	Speichervolumen [L^3]
T_c	Konzentrationszeit [T]

Literatur

ATV-Arbeitsgruppe 1.2.6 (1987). Die Berechnung des Oberflächenabflusses in Kanalnetzmo-

dellen, Teil II - Abflusskonzentration. *Korrespondenz Abwasser*, **3**:263–269.

- S. Dyck and G. Peschke (1995). *Grundlagen der Hydrologie*. Verlag für Bauwesen Berlin.
- R. Hinkelmann (2005). *Hydrologie und Wasserwirtschaft - Hydrologische Modellierung - Manuskript zur Vorlesung*. TU Berlin, Fachgebiet Wasserwirtschaft und Hydroinformatik.
- W. Hosang and W. Bischof (1998). *Abwassertechnik*. Teubner.
- P. Krebs (2000a). *Skript - Siedlungsentwässerung I*. TU Dresden, Institut für Siedlungs- und Industrierwasserwirtschaft.
- P. Krebs (2000b). *Skript Abwasserentsorgung I - Teil Siedlungshydrologie*. Institut für Siedlungs- und Industrierwasserwirtschaft, TU Dresden.
- F. Sieker (1989a). Abflusskonzentration - Teil 1. *Zeitschrift für Stadtentwässerung und Gewässerschutz*, **6**.
- F. Sieker (1989b). Abflusskonzentration - Teil 2. *Zeitschrift für Stadtentwässerung und Gewässerschutz*, **9**.