

Durchführung:

Dr. Lars Büttner

Professur für Meß- und Prüftechnik, Zi. BAR 28

Tel. 463-35314, E-Mail: Lars.Buettner@tu-dresden.de

Übungsaufgaben zur Lasermeßtechnik

Einführendes Beispiel: Die planparallele Platte unter verschiedenen Gesichtspunkten: Berechnen Sie den Versatz des Strahlenganges (geom. Optik) und die Phasenverzögerung (Wellenoptik) beim Durchgang eines Laserstrahls durch eine planparallele Platte.

Aufgabe 1: Zeigen Sie, daß a) die ebene Welle und b) die Kugelwelle Lösungen der Wellengleichung darstellen.

Aufgabe 2: Jones-Matrixformalismus I: Grundlagen

a) Leiten Sie den Jones-Vektor her für i) Schwingung des elektr. Feldes nur in x-Richtung, ii) Schwingung des elektr. Feldes in der Diagonalenrichtung, iii) Schwingung des elektr. Feldes mit einer Phasenverschiebung von 90° zwischen der x- und der y-Komponente.

b) Leiten Sie die Jones-Matrix für ein optisches Element her, das den Polarisationswinkel α von linear polarisiertem Licht um einen bestimmten Winkel β weiterdreht.

c) Leiten Sie die Jones-Matrix für ein optisches Element her, das zwischen den beiden Polarisationsrichtungen eine Phasenverschiebung von $\pi/2$ induziert. Wie kann dieses mit einem doppelbrechendem Kristall erreicht werden und wie dick muß dieser sein?

Aufgabe 3: Jones-Matrixformalismus II: Wellenplatten

a) Wie müssen eine Viertelwellenplatte und linear polarisiertes Licht zueinander orientiert sein, damit hinter der Wellenplatte zirkular polarisiertes Licht entsteht?

b) Rechtszirkular polarisiertes Licht falle auf eine Halbwellenplatte. Welchen Polarisationszustand hat das durchgelassene Licht?

c) Zeigen Sie mit Hilfe des Jones-Matrixformalismus, wie man mit einem polarisierenden Strahlteiler und einer Viertelwellenplatte ($\lambda/4$ -Platte) einen optischen Zirkulator realisieren kann.

Aufgabe 4: Diskussion des Gaußschen Strahls. Leiten Sie Ausdrücke für den Intensitätsverlauf in radialer und axialer Richtung sowie für die opt. Leistung her.

Aufgabe 5: Zeigen Sie: In einem Kepler-Teleskop transformiert sich die Strahltaile eines Gaußschen Strahls wie nach den Gesetzen der geometrischen Optik.

Aufgabe 6: Aus dem Datenblatt einer Breitstreifen-Laserdiode (Wellenlänge $\lambda = 830$ nm) entnimmt man eine Emitterfläche von $1,5 \mu\text{m} \times 100 \mu\text{m}$ sowie die Fernfeld-Divergenzwinkel 40° und 10° , jeweils für die Richtung senkrecht und parallel zum pn-Übergang. Berechnen Sie die Beugungsmaßzahlen und die Anzahl der anschwingenden Moden in beiden Richtungen.

Aufgabe 7: Welche Beugungsmaßzahl M^2 darf ein Laserstrahl von 633 nm Wellenlänge höchstens haben, damit er mit einer Linse der Brennweite $f=100$ mm und einem nutzbaren Durchmesser von $D=2$ cm auf einen Durchmesser von $2w_0=20$ μm fokussiert werden kann? Welcher Strahltaillenradius ergibt sich bei einem idealen Gaußschen Strahl?

Aufgabe 8: Berechnen Sie das Beugungsbild a) eines Doppelspaltes und b) eines Beugungsgitters (=Mehrfachspalt) über die phasenrichtige Aufsummation der elektrischen Felder.

Aufgabe 9: Berechnen Sie das Beugungsbild eines Einzelspaltes über die Fraunhofer-Beugungstheorie.

Aufgabe 10: Bestimmen Sie das Auflösungsvermögen eines optischen Systems (Abbe-Limit) über die Abbildung einer periodischen Struktur (siehe Aufg. 4b) und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Strahlparameterprodukt eines Gaußschen Strahls.

Aufgabe 11: Zeigen Sie anhand der Ratengleichungen: In einem reinen Zweiniveausystem läßt sich weder durch thermisches noch durch optisches Pumpen eine Besetzungsinversion erreichen.

Aufgabe 12: Modenkopplung.

a) Wieviele longitudinale Resonatormoden können bei einer Bandbreite Δf_{gain} des Verstärkungsprofils oberhalb der Oszillationsschwelle anschwingen?

b) Leiten Sie einen Ausdruck für die zeitlichen Intensitätsverlauf eines modengekoppelten Lasers her. In welcher Abhängigkeit steht die Pulsleistung zur Anzahl der gekoppelten Moden?

c) Berechnen Sie die Pulsspitzenintensität und die Pulsdauer eines modengekoppelten Nd:YAG-Lasers (Wellenlänge $\lambda=1064$ nm, Brechungsindex $n=1,5$, Linienbreite $\Delta f_{\text{gain}}=3$ THz, Resonatorlänge $L=1$ dm).

Aufgabe 13: Kohärenz. Diskutieren Sie: Welche Anforderung muß an das Spektrum einer Lichtquelle und an ein Interferometer gestellt werden, damit noch Interferenz auftritt? Wie äußert sich ein geringer Kohärenzgrad experimentell?

Aufgabe 14: Berechnen Sie mit Hilfe der Edlén-Formel die Änderung der optischen Weglänge einer Meßstrecke von $L_{\text{geo}}=1$ m Länge, die durch den Einfluß von Umweltparametern hervorgerufen wird (Standardwerte: Temperaturschwankung $\Delta T=2^\circ\text{C}$, Luftdruckschwankung $\Delta p=120$ hPa und Schwankung der rel. Luftfeuchtigkeit $\Delta f_r=20\%$). Wie konstant müssen diese Umweltbedingungen gehalten werden, um auf der Meßstrecke eine Meßunsicherheit $\Delta L < 0,1$ μm zu erreichen?

Aufgabe 15: Berechnen Sie den freien Spektralbereich eines Fabry-Perot-Resonators (Spiegelabstand L , Spiegelreflektivität R) anhand der Interferenz aller (unendlich vieler) Teilstrahlen. Leiten Sie Ausdrücke für die maximale und minimale Intensität sowie für die Halbwertsbreite her.

Aufgabe 16: Akusto-Optischer Modulator (AOM)

- Berechnen Sie den Beugungswinkel aus der Voraussetzung konstruktiver Interferenz bei Bragg-Reflexion (klassische Herleitung).
- Berechnen Sie über den Doppler-Effekt die Frequenzverschiebung zwischen nullter und erster Beugungsordnung (klassische Herleitung).
- Berechnen Sie Beugungswinkel und Frequenzverschiebung über den Energie- und Impulserhaltungssatz bei der Photon-Phonon-Streuung (quantenmechanische Herleitung).
- Berechnen Sie den Ablenkwinkel eines HeNe-Laserstrahls ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$) beim Durchgang durch einen AOM aus TeO_2 (Schallgeschwindigkeit $v_s = 4200 \text{ m/s}$, Schallfrequenz $(80 \pm 2,5) \text{ MHz}$). Wie ändert sich der Ablenkwinkel des Lichtstrahls, wenn man die Schallfrequenz über den gesamten verfügbaren Bereich moduliert?

Aufgabe 17: Faraday-Effekt

- In welcher Beziehung steht die Transmission eines Faraday-Modulators mit der ihn durchfließenden Stromstärke I_s ?
- Konstruieren Sie basierend auf dem Faraday-Effekt ein Element, welches Licht nur in einer Richtung passieren läßt (optischer Isolator).

Aufgabe 18: Bestimmen Sie für ein Sagnac-Interferometer (Radius $R = 0,1 \text{ mm}$, Wellenlänge $\lambda = 0,5 \text{ }\mu\text{m}$) die Phasenverschiebung, die durch eine Rotation mit der Kreisfrequenz $\Omega = 1 \text{ rad/s}$ hervorgerufen wird. Wie kann durch die Verwendung von Fasern die Empfindlichkeit gesteigert werden?

Aufgabe 19: a) Berechnen Sie den Akzeptanzwinkel einer Lichtleitfaser aus den Brechungsindizes n_K und n_M von Kern und Mantel sowie die Grenzwellenlänge λ_c , unterhalb derer die Lichtausbreitung multimodig wird.

b) Wieviel Moden können in einer Stufenindex-Faser mit $A_N = 0,16$ numerischer Apertur und $D = 200 \text{ }\mu\text{m}$ Kerndurchmesser bei einer Wellenlänge von $\lambda = 660 \text{ nm}$ geführt werden? Welche Strahlqualität (charakterisiert durch die Beugungsmaßzahl M^2) hat die aus der Faser austretende Strahlung?

Aufgabe 20: Bestimmen sie beim Verfahren der Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) den Zusammenhang zwischen Dopplerfrequenz und Geschwindigkeit:

- durch den optischen Doppler-Effekt in linearer Näherung
- mittels der Überlagerung der elektrischen Felder zweier sich schneidender ebener Wellen
- über den optischen Weglängenunterschied bei einem Doppelspalt (vgl. Aufg. 4a) (Beweis der Äquivalenz von Doppler-Effekt und Interferenzstreifenmodell).

Aufgabe 21: Zeigen Sie: Wird in einem Laser-Doppler-Anemometer ein Beugungsgitter anstelle eines Prismas zur Strahlteilung verwendet, so hängt der Streifenabstand in der Mitte des Meßvolumens nicht mehr von der Wellenlänge ab (Achromatisches LDA).

Aufgabe 22: Zeigen Sie: Die Messung der Doppler-Verbreiterung (Linienverbreiterung aufgrund der Doppler-Verschiebung und der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung) kann in Gasen zur Temperaturbestimmung genutzt werden.