

Klausur im Modulfach „Automatisierungs- und Messtechnik“

Teil 2: „Grundzüge des Messens“

ausgelegt für 90 min

Probeklausur

Nachname: _____ Vorname: _____

Matrikelnummer: _____ Studiengang: _____

Jahr der Bonusklausur-Teilnahme*: _____ * = Feld streichen, falls nicht zutreffend

Aufgabe	1	2	3	4	5	Bonus	Σ
Soll-Punktzahl	8	9	7	7	9	0 (+5)	40
Ist-Punktzahl							

Hinweise:

- Die Klausur **zu Beginn und bei Abgabe** auf **Vollständigkeit** prüfen! **Deckblatt** ausfüllen!
- Ihre **Lösung** möglichst innerhalb der vorgezeichneten **Kästchen** angeben! Falls Platz nicht ausreicht, bitte **Blattrückseiten** benutzen (notfalls Zusatzblätter bei Aufsicht anfordern) und darauf verweisen! **Wert** bedeutet stets **Zahl mit Einheit!**
- **Eigene Abkürzungen, Formelzeichen und Symbole** mindestens einmal im Text **erklären!**
- Für **Text, Berechnungen und Freihandskizzen** nur Kugelschreiber oder **Füller** verwenden (**kein Bleistift, kein rot/rosa!**)

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 DIN A4 Blatt **insgesamt für die Modulprüfung**, beidseitig, handbeschrieben (keine Kopien!)
- Taschenrechner: Casio FX xxx-ES, Casio FX xxx-DE, Casio FX xxx-MS, Sharp 500er Serie, Texas Instruments 30er Serie
- Schreibutensilien
- **keine eigenen Blätter** verwenden!

Folgende Sachverhalte werden als Betrugsversuch gewertet:

- Nutzung anderer als die zugelassenen Hilfsmittel, insbesondere Nutzung von Notebooks, Organizer, PDA, Fotoapparat und ähnlichen Geräten
- Mobiltelefon außerhalb Ihrer Tasche
- eingeschaltetes Mobiltelefon innerhalb Ihrer Tasche
- jegliche Kontaktaufnahme zu anderen Prüfungsteilnehmern

Aufgabe 1: Abstandmessung

(8 Punkte)

Es soll der Abstand d mittels Phasen-Laufzeitmessung (siehe Abb. 1) bestimmt werden. Hierzu wird ein modulierte Lichtintensitätssignal

$$s_1(t) = A_1 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t)$$

gesendet, wobei $f = 50$ MHz die Schwingfrequenz eines Quarzes und t die Zeit darstellen. Das Signal wird vom Detektor 1 direkt und verzögerungsfrei empfangen. Die ausgesandte Lichtwelle wird am Messobjekt reflektiert und erreicht den Detektor 2 zeitverzögert. Somit liefert der Detektor 2 das Signal

$$s_2(t) = A_2 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \phi) \text{ mit der Phasenlage } \phi = -4\pi \cdot d \cdot f / c,$$

hierbei sei $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Lichtwelle in Luft. Die Lichtgeschwindigkeit c in Luft ist abhängig von der Temperatur T , dabei gelte $\partial c / \partial T = c \cdot 10^{-6} / \text{K}$.

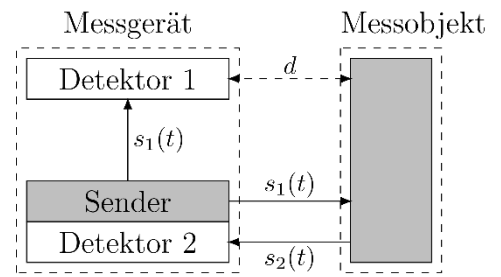


Abb. 1: Phasen-Laufzeitmessung

- a) • Wie groß ist der Eineindeutigkeitsbereich $d_{\max} - d_{\min}$ für den gemessenen Abstand d , wenn zur Schätzung der Phasenlage ϕ ein Quadratur-Phasendiskriminator eingesetzt wird? (**Wert**)
 • Wie groß ist die resultierende systematische relative Messabweichung $|\Delta d / d|$ für den Abstand d , wenn sich die Temperatur um ΔT erwärmt? (**Formel**)

$$d_{\max} - d_{\min} = 3 \text{ m}$$

$$|\Delta d / d| = 10^{-6} \frac{\Delta T}{\text{K}}$$

2 Punkte

- b) Neben einer unbekanntem Änderung der Temperatur T mit betragsmäßig maximal $|\Delta T| = 1$ K liegt einerseits eine Standardunsicherheit $\sigma_\phi = 10^{-3}$ rad bei der Schätzung der Phasenlage ϕ vor. Andererseits folgt aus der Fertigungstoleranz des Schwingquarzes eine relative Standardunsicherheit von $\sigma_f / |f| = 10^{-4}$ für die Modulationsfrequenz f . Geben Sie jeweils die daraus resultierenden Beiträge $\sigma_{d,T}$, $\sigma_{d,\phi}$ und $\sigma_{d,f}$ zum Messunsicherheitsbudget gemäß DIN 1319 bzw. GUM für $d = 1,5$ m an! (**Werte**)

$$\sigma_{d,T} = 0,866 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\sigma_{d,\phi} = 477,5 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\sigma_{d,f} = 150 \text{ } \mu\text{m}$$

3 Punkte

- c) • Geben Sie die aus den in b) genannten Beiträgen zur Messunsicherheit resultierende Gesamtunsicherheit $\sigma_{d,\text{ges}}$ für den gemessenen Abstand d an! (**Formel und Wert**)
 • Wie kann der dominierende Beitrag zur Messunsicherheit gesenkt werden?

$$\sigma_{d,\text{ges}} = \sqrt{\sigma_{d,T}^2 + \sigma_{d,\phi}^2 + \sigma_{d,f}^2} = 500,5 \text{ } \mu\text{m}$$

dominierenden Beitrag zur Messunsicherheit senken durch:
 Mittelung, Wahl von kleinerem c , großem f

3 Punkte

Aufgabe 2: Torsionsmomentbestimmung

(9 Punkte)

Zur Messung des äußeren Torsionsmomentes auf einer Welle sind gemäß Abb. 2 vier Dehnungsmessstreifen (DMS) im Winkel von jeweils 45° zur Rotationsachse angebracht. Für deren Dehnung ε , resultierend aus dem Torsionsmoment M_t einer Welle, gilt

$$\varepsilon = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{r^3} \cdot \frac{M_t}{G},$$

wobei $G_{\text{Stahl}} = 82 \text{ kN/mm}^2$, sowie $r = 15 \text{ mm}$.

Für die ohmschen Widerstände der DMS gelte

$R_1 = R_3 = R_0 \cdot (1 + k\varepsilon)$, bzw. $R_2 = R_4 = R_0 \cdot (1 - k\varepsilon)$ mit $k = 2$. Die 4 DMS sind zu einer Messbrücke verschaltet. Als Brückenspeisespannung wird eine Gleichspannung $U_0 = 5 \text{ V}$ verwendet. Die Messung der Brückendiagonalspannung U_d erfolgt mit einem Voltmeter.

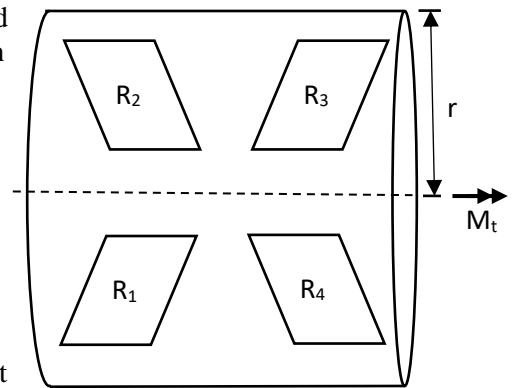


Abb. 2: Aufbau DMS auf Torsionswelle

- a) • Skizzieren Sie die dazugehörige Brückenschaltung, die eine vom Torsionsmoment M_t linear abhängige Brückendiagonalspannung $U_d(M_t)$ aufweist, wobei für $M_t \geq 0 \rightarrow U_d \geq 0$ gelten soll!
 • Beschriften Sie alle Schaltungselemente entsprechend!
 • Bestimmen Sie die Brückendiagonalspannung $U_d(M_t)$ in Abhängigkeit des Drehmomentes M_t !
(Formel)
 • Nennen Sie einen Vorteil der verwendeten Brückenschaltung gegenüber einer Viertelbrücke!

Skizze:

$$U_d(M_t) = k U_0 \frac{M_t}{\pi r^3 G}$$

Vorteil gegenüber einer Viertelbrücke: lin. Zusammenhang, höhere Empfindlichkeit

3 Punkte

- b) • Bei der Messung der Brückendiagonalspannung U_d tritt eine maximale relative systematische Messabweichung von $|\Delta U_{d,max}/U_d| = 1,5 \%$ auf. Berechnen Sie gemäß DIN 1319 die daraus resultierende relative Messunsicherheit $\sigma_{M_t}/|M_t|$ des Drehmomentes unter Nutzung der Beziehung $U_d(M_t)$, wobei sonstige systematische Abweichungen ausgeschlossen seien! **(Formel, Wert)**
 • Die maximal zulässige Dehnung betrage $\hat{\varepsilon} = 0,4 \%$. Wie groß ist demnach das maximal zulässige Drehmoment \widehat{M}_t ? **(Wert)**

$$\sigma_{M_t}/|M_t| = \frac{\Delta U_{d,max}}{U_d} \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,87 \%$$

$$\widehat{M}_t = 3,478 \text{ kNm}$$

3 Punkte

- c) Zur Messung der Brückendiagonalspannung U_d wurde folgende Stichprobe aufgenommen:
 $U_d = [9,1; 10,8; 10,2; 10,5; 9,6] \text{ mV}$
 Geben Sie den Mittelwert \bar{U}_d , die empirische Standardabweichung s_U des Einzelwertes sowie das vollständige Messergebnis für U_d auf Grundlage der Stichprobe an! **(Werte)**

$$\bar{U}_d = 10,04 \text{ mV} \qquad U_d = 10,04 \text{ mV} \pm 0,31 \text{ mV} \quad k_p = 1$$

$$s_U = 0,69 \text{ mV}$$

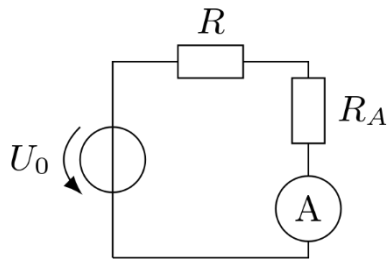
3 Punkte

Aufgabe 3: Strommessung**(7 Punkte)**

Es soll der Strom I durch einen ohmschen Widerstand $R = 8 \text{ k}\Omega$ gemessen werden, der von einer idealen Spannungsquelle $U_0 = 5 \text{ V}$ herrührt. Hierfür soll zunächst ein analoges Amperemeter mit dem Innenwiderstand $R_A = 0,1 \text{ }\Omega$ in einer Schaltung genutzt werden.

- a) • Skizzieren Sie die dazugehörige Schaltung und beschriften Sie alle Schaltungselemente mit dem entsprechenden Symbol!
• Bestimmen Sie mittels exakter Berechnung (d. h. hier ohne Fortpflanzungsrechnung) die Abweichung ΔI des gemessenen Stroms I , die von der Einbringung des Amperemeters herrührt! (**Formel und Wert**)

Skizze:



$$\Delta I = \left| U_0 \frac{R_A}{R(R+R_A)} \right| = 7,8 \text{ nA}$$

3 Punkte

- b) • Nennen Sie ein Gerät, welches als analoges Amperemeter in der Schaltung eingesetzt werden kann!

verschaltetes Gerät: analoges Multimeter

1 Punkte

- c) Für den Strom I wurde eine Stichprobe I_n ($n = 1, \dots, N$) mit N Werten aufgenommen. Geben Sie für I den Mittelwert \bar{I} , die empirische Standardabweichung s_{In} auf Basis der Stichprobe sowie die Standardunsicherheit σ_I (nach DIN 1319) bei zusätzlicher Berücksichtigung von unbekanntem systematischen Abweichungen von betragsmäßig maximal $|\Delta \hat{I}|$ an! (**Formeln**)

$$\bar{I} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_n$$

$$s_{In} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (I_n - \bar{I})^2}$$

$$\sigma_I = \sqrt{\left(\frac{s_{In}}{\sqrt{N}}\right)^2 + \left(\frac{|\Delta \hat{I}|}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

3 Punkte

Aufgabe 4: Triangulation

(7 Punkte)

Zur Bestimmung des Objektabstandes g soll die Stereotriangulation (siehe Abb. 3) eingesetzt werden. Hierfür kommen zwei Linsen zum Einsatz, welche die Objektposition s jeweils auf die Positionen B_1 bzw. B_2 zweier CCD-Zeilencameras abbilden. Dabei wird angenommen, dass der Objektabstand g deutlich größer als der Bildabstand b ist, so dass der Abstand b näherungsweise der Brennweite $f = 34 \text{ mm}$ der beiden Linsen entspricht. Die CCD-Zeilencameras besitzen jeweils eine Länge von 20 mm .

Hinweise zur Abbildung: Die Strecke mit der Länge $A = 105 \text{ mm}$ wird bei $s = 0$ symmetrisch geteilt. Die Zeilencameras CCD 1 bzw. CCD 2 werden bei $B_1 = 0$ bzw. $B_2 = 0$ symmetrisch geteilt. Die gestrichelten Hilfslinien schneiden einander jeweils im rechten Winkel.

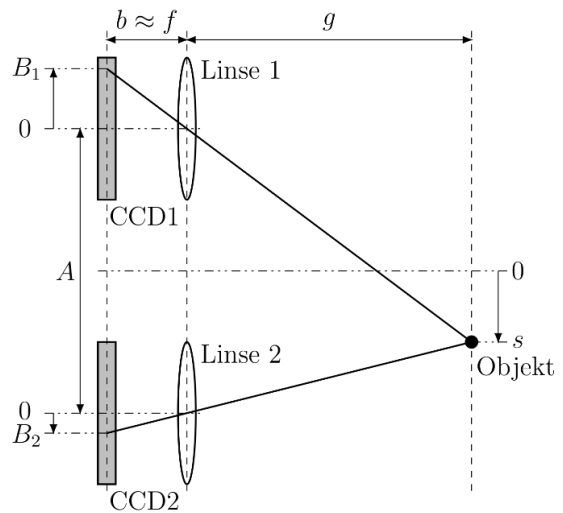


Abb. 3: Stereotriangulation

- a) • Geben Sie den formelmäßigen Zusammenhang zwischen dem Objektabstand g und der Größe $B = B_1 + B_2$ an! (**Formel**)
 • Welcher minimale Abstand g_{\min} kann gemessen werden? (**Wert**)
 • Welche Bedingung muss dann für die Objektposition s gelten?

$$g = \frac{A}{B} f$$

$$g_{\min} = 178,5 \text{ mm}$$

Bedingung für die Objektposition: $s = 0$

3 Punkte

- b) Die Länge der Strecke A wurde mit einem Messschieber bestimmt und weist eine unbekannte systematische Abweichung von betragsmäßig maximal $50 \mu\text{m}$ auf. Zudem tritt durch das begrenzte Auflösungsvermögen der CCD-Zeilencameras (Pixelgröße $10 \mu\text{m}$) eine Diskretisierung der Werte B_1 und B_2 auf.

Stellen Sie das Messunsicherheitsbudget nach DIN 1319/GUM für $g = 350 \text{ mm}$ auf, d. h. geben Sie die beiden Unsicherheitsbeiträge $\sigma_{g,A}$ bzw. $\sigma_{g,B}$, die von der Abweichung der Länge A , bzw. von der Diskretisierung der Größe B herrühren, sowie die resultierende Gesamtunsicherheit $\sigma_{g,\text{ges}}$ an! (**Werte**)

$$\sigma_{g,A} = \frac{f}{B} \frac{\hat{A}}{\sqrt{3}} = 96,23 \mu\text{m}$$

$$\sigma_{g,B} = \begin{cases} \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial B_1}\right)^2 \sigma_{B_1} + \left(\frac{\partial g}{\partial B_2}\right)^2 \sigma_{B_2}} = 140,08 \mu\text{m} \\ \left|\frac{\partial g}{\partial B}\right| \sigma_B = 198,11 \mu\text{m} \end{cases}$$

$$\sigma_{g,\text{ges}} = 170 \mu\text{m} \text{ bzw. } 220,24 \mu\text{m}$$

3 Punkte

- c) • Wie kann der dominierende Beitrag zum Messunsicherheitsbudget reduziert werden?

dominierenden Beitrag zur Messunsicherheit reduzieren durch: Pixelgröße verringern

1 Punkte

Aufgabe 5: Spannungsmessung mit Messverstärker (OPV)

(9 Punkte)

Die zu ermittelnde Gleichspannung U_E wird mit einer Operationsverstärkerschaltung gemäß Abb. 4 verstärkt. Die Ausgangsspannung U_A wird mit einem Voltmeter gemessen. Der Operationsverstärker sei ideal. Der Messbereich des Voltmeters ist auf $\pm 5V$ eingestellt und $R_1 = 30 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$.

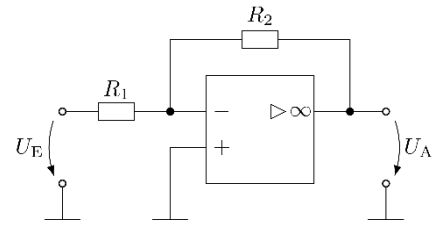


Abb. 4: Operationsverstärkerschaltung

a) Was ist die Messgröße?

Spannung U_E

1 Punkt

b) • Geben Sie für die Schaltung einen Zusammenhang für die Berechnung der Spannung U_E in Abhängigkeit von R_1 , R_2 und U_A an! (**Formel**)
 • Wie lautet der Messbereich der Spannung U_E ? (**Wert**)

$$U_E = -\frac{R_1}{R_2} U_A$$

Messbereich U_E : -15 V...15 V

2 Punkte

c) • Angenommen, die zu messende Spannung sei nun eine Wechselspannung und parallel zum Widerstand R_2 befinde sich eine parasitäre Kapazität C (siehe Abb. 5). Geben Sie die Übertragungsfunktion der Verstärkerschaltung $G(j\omega)$ an! (**Formel**)
 • Welcher Widerstand R_2 ist zu verwenden, wenn bei gleichbleibendem Messbereich des Voltmeters eine Spannung $|U_E| \leq 2 \text{ V}$ am Eingang vorliegt und $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ gilt? Betrachten Sie ein Worst-Case-Szenario! (**Wert**)

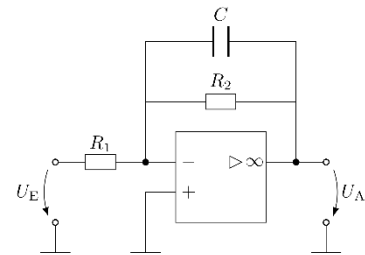


Abb. 5: Operationsverstärkerschaltung

$$G(j\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1+j\omega CR_2}$$

$R_2 = 2,5 \text{ k}\Omega$

3 Punkte

d) Welches Bauteil müsste parallel zu einer Kapazität $C = 80 \mu\text{F}$ und dem Widerstand R_2 geschaltet werden, um die durch die Kapazität verursachte Blindleistung zu kompensieren? Dimensionieren Sie das Bauteil für eine Signalfrequenz von $f = 50 \text{ Hz}$! (**Wert**)
Hinweis: Lösen Sie das Problem mit einem Zeigerdiagramm!

Bauteil & Wert: Induktivität, Spule

$L = 126,7 \text{ mH}$

3 Punkte