

## Anleitung zum Praktikum Nachrichtentechnik

# Versuch Modulation

---

### 1. Einleitung

Das von einer Nachrichtenquelle emittierte elektrische Signal ist nur in wenigen Fällen zur direkten Übertragung im Basisband geeignet. Für alle benutzten Übertragungskanäle (Leitung, Funkkanal, Lichtleiter u.a.) wird eine Anpassung des Signals an den Kanal notwendig. Bei Verwendung des Funkkanals zum Beispiel muss den Ausbreitungseigenschaften einer elektromagnetischen Welle Rechnung getragen werden. Man kann mit dem niederfrequenten Nachrichtensignal die Parameter eines Trägersignals höherer Frequenz ändern und die besseren Übertragungseigenschaften des hochfrequenten Signals nutzen. Dieser Vorgang der Parameteränderung wird Modulation genannt.

Durch Modulation wird eine bessere Ausnutzung der verfügbaren Kanalbandbreite möglich, da mehrere modulierte Trägersignale gleichzeitig übertragbar sind (Frequenzmultiplex-Technik), und bei einigen analogen Verfahren kann sich die Störfestigkeit gegenüber der Übertragung im Basisband verbessern. Besonders die Möglichkeit der Mehrfachausnutzung eines Übertragungskanals begründet die grundlegende Bedeutung der Modulation für alle Übertragungsaufgaben bei jeder Kanalart.

Von der Vielzahl möglicher Verfahren (siehe [1], [2]) sollen in diesem Praktikum nur die "klassischen" analogen Modulationsverfahren Amplitudenmodulation (AM) und Frequenzmodulation (FM) bzw. Phasenmodulation (PM) untersucht werden, bei denen als Träger eine zeit- und wertkontinuierliche Sinusschwingung Verwendung findet. **Gegenstände des Praktikums** sind das Kennenlernen und der Vergleich von Eigenschaften der AM bzw. WM sowie das Bekanntmachen mit Möglichkeiten zur technischen Realisierung der Modulation. Dazu werden Messungen an Modulatoren im Zeit- und im Frequenzbereich durchgeführt.

### 2. Amplitudenmodulation (AM)

#### 2.1. Theoretische Grundlagen

##### 2.1.1. Darstellung im Zeitbereich, Zeigerbilder

Ein amplitudenmoduliertes Signal  $f_{AM}(t)$  erhält man, wenn die Amplitude  $A_0$  einer Trägerschwingung

$$f_0(t) = A_0 \cdot \cos[\omega_0 t + \varphi_0] \quad (1)$$

durch das modulierende Signal  $f_m(t)$  geändert wird:

$$f_{AM}(t) = [A_0 + f_m(t)] \cdot \cos[\omega_0 t + \varphi_0] \quad (2)$$

Die Zeitfunktion nach Gl.(2) beschreibt allgemein die "klassische" Form der Zweiseitenband-AM mit Träger. Es ist in diesem Fall üblich, das Verhältnis von Signalamplitude  $A_m$  (Maximalwert des Modulationssignales  $f_{m,max}(t)$ ) und Trägeramplitude  $A_0$  als Modulationsgrad  $m$  zu bezeichnen:

$$m = \frac{A_m}{A_o} \quad (3)$$

Damit kann für die allgemeine Zeitfunktion eines amplitudenmodulierten Signales auch

$$f_{AM}(t) = A_o [1 + m \cdot x_m(t)] \cdot \cos[\omega_o t + \varphi_o] \quad (4)$$

geschrieben werden. Die Funktion  $x_m(t)$  bezeichnet dabei das auf seinen Maximalwert  $A_m$  normierte Modulationssignal  $f_m(t)$  :

$$x_m(t) = \frac{f_m(t)}{A_m} \quad (5)$$

*Beispiel:* Wenn das modulierende Signal  $f_m(t)$  ein einzelner Dreieckimpuls ist, ergibt sich das im Bild 1. gezeigte AM-modulierte Signal  $f_{AM}(t)$  .

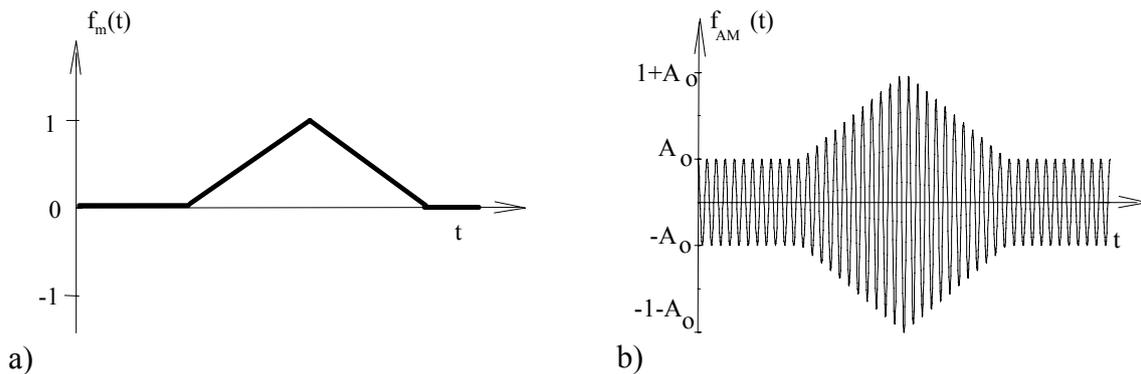


Bild 1. a) Zeitfunktion eines modulierenden Signals  $f_m(t)$  und  
b) des daraus entstehenden AM-Signals  $f_{AM}(t)$

Zur Veranschaulichung der Eigenschaften soll im Praktikum die Amplitudenmodulation hauptsächlich bei **Eintonmodulation** untersucht werden. Dabei ist das modulierende NF-Signal ebenfalls nur eine einfache harmonische Schwingung:

$$f_m(t) = A_m \cdot \cos[\omega_m t] \quad (6)$$

Ein Einsetzen dieses speziellen Modulationssignals  $f_m(t)$  in die allgemeine Beziehung Gl.(4) führt auf die Zeitfunktion der Zweiseitenband-AM mit Träger bei Eintonmodulation:

$$f_{AM}(t) = A_o [1 + m \cdot \cos(\omega_m t)] \cdot \cos[\omega_o t] \quad (7)$$

$$= A_o \cdot \cos[\omega_o t] + \frac{m A_o}{2} \cdot \cos[(\omega_o + \omega_m)t] + \frac{m A_o}{2} \cdot \cos[(\omega_o - \omega_m)t] \quad (8)$$

Die Anfangsphasenlage  $\varphi_o$  des Trägers wurde dabei vereinfachend auf Null gesetzt, da sie für die Beschreibung der AM ohne weitere Bedeutung ist. Von Darstellungsform (7) auf Darstellungsform (8) kommt man durch Anwendung der einfachen trigonometrischen Beziehung  $\cos x \cdot \cos y = 0,5 \cdot [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$ . Die Summendarstellung der AM-Zeitfunktion nach Gl.(8) ist für die Erkennung der Spektralanteile besonders günstig (siehe unten), da sie unmittelbar eine Fourieranalyse der periodischen Zeitfunktion Gl.(7) darstellt und Frequenzlage sowie Betrag der vorhandenen Spektrallinien sofort ablesbar sind.

Prinzipiell ist es notwendig, alle drei Einzelschwingungen aus Gl.(8) zu übertragen. Auf diese Weise kommt man zu den unterschiedlichen Formen der Amplitudenmodulation.

Die Tabelle 1 zeigt die Zeitfunktionen für die vier AM-Formen, die unterschieden werden können: DSB–Doppelseitenband, AM–Doppelseitenband mit Träger, ESB–Einseitenband, ESB+T–Einseitenband mit Träger. Die quantitativen Verhältnisse sind dabei so gewählt, dass der Trägeranteil einfach addiert oder gefiltert wird (Entstehung Filtermethode), die Summe der Seitenbandleistungen aber stets konstant ist (Entstehung Kompensationsmethode). Als Beispielparameter wurden benutzt:  $A_0 = 1$ ,  $A_m = 0.75$ , damit  $m = 0.75$ ,  $\omega_0/\omega_m \approx 20$ .

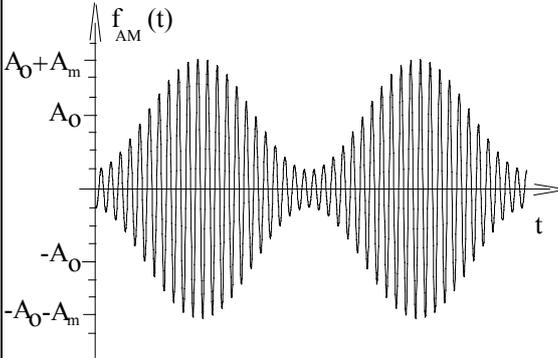
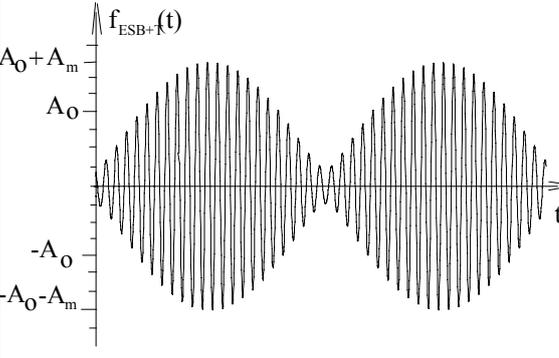
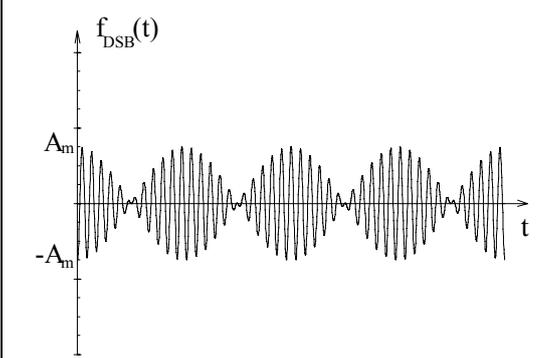
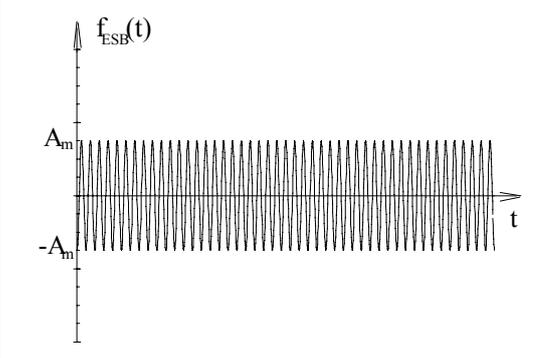
	zwei Seitenbänder	ein (oberes) Seitenband
mit Trä- ger	$f_{AM}(t) = A_0 \cdot \cos[\omega_0 t] + \frac{A_m}{2} \cdot \cos[(\omega_0 + \omega_m)t] + \frac{A_m}{2} \cdot \cos[(\omega_0 - \omega_m)t]$ 	$f_{ESB+T}(t) = A_0 \cdot \cos[\omega_0 t] + A_m \cdot \cos[(\omega_0 + \omega_m)t]$ 
ohne Trä- ger	$f_{DSB}(t) = \frac{A_m}{2} \cdot \cos[(\omega_0 + \omega_m)t] + \frac{A_m}{2} \cdot \cos[(\omega_0 - \omega_m)t]$ 	$f_{ESB}(t) = A_m \cdot \cos[(\omega_0 + \omega_m)t]$ 

Tabelle 1. Zeitfunktionen der AM-Formen bei Eintonmodulation

Die aus den Zeitfunktionen ableitbaren **Zeigerbilder** lassen anschaulich die momentanen Beträge (Hüllkurve) und Phasenlagen eines AM-modulierten Signals erkennen. Auf die mathematische Beschreibung des Zeigerbildes  $\underline{f}(t)$  (analytisches Signal) kommt man durch komplexe Erweiterung der reellen Zeitfunktion  $f(t)$ . Für die Zweiseitenband-AM mit Träger ergibt sich zum Beispiel:

$$\begin{aligned} \underline{f}_{AM}(t) &= f_{AM}(t) + j \cdot \hat{f}_{AM}(t) \\ &= A_0 \cdot \exp\{j\omega_0 t\} + \frac{m A_0}{2} \cdot \exp\{j(\omega_0 + \omega_m)t\} + \frac{m A_0}{2} \cdot \exp\{j(\omega_0 - \omega_m)t\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Die mathematischen Beschreibungen der analytischen Signale und die entsprechenden graphischen Interpretationen als rotierende Zeiger sind für die vier AM-Formen in Tabelle 2 zusammengestellt. Der Bezugspunkt für das rotierende Zeigersystem liegt im Fußpunkt des Trägerzeigers, d.h. der Trägerzeiger rotiert mit (rotierende Zeigerdarstellung). Die quantitativen Verhältnisse bezüglich der Zeigerlängen sind so gewählt, dass für die einzelnen AM-Formen eine Übereinstimmung mit den Zeitverläufen aus Tabelle 1 besteht.

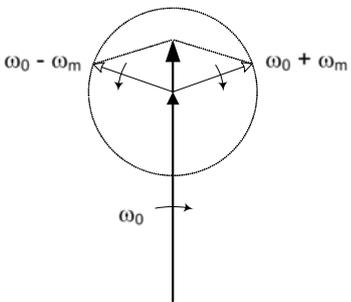
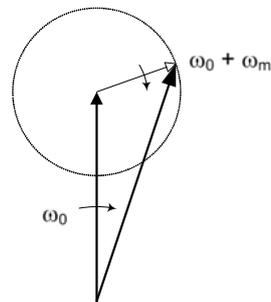
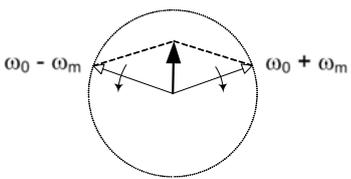
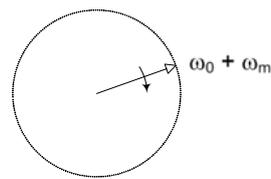
	zwei Seitenbänder	ein (oberes) Seitenband
mit Trä- ger	$\begin{aligned} \underline{f}_{AM}(t) &= A_0 \cdot \exp\{j\omega_0 t\} \\ &+ \frac{A_m}{2} \cdot \exp\{j(\omega_0 + \omega_m)t\} \\ &+ \frac{A_m}{2} \cdot \exp\{j(\omega_0 - \omega_m)t\} \end{aligned}$ 	$\begin{aligned} \underline{f}_{ESB+T}(t) &= A_0 \cdot \exp\{j\omega_0 t\} \\ &+ A_m \cdot \exp\{j(\omega_0 + \omega_m)t\} \end{aligned}$ 
ohne Trä- ger	$\begin{aligned} \underline{f}_{DSB}(t) &= \frac{A_m}{2} \cdot \exp\{j(\omega_0 + \omega_m)t\} \\ &+ \frac{A_m}{2} \cdot \exp\{j(\omega_0 - \omega_m)t\} \end{aligned}$ 	$\underline{f}_{ESB}(t) = A_m \cdot \exp\{j(\omega_0 + \omega_m)t\}$ 

Tabelle 1. Zeigerbilder der AM-Formen bei Eintonmodulation

Man erkennt in den Zeigerbildern, dass bei Verfahren mit zwei Seitenbändern der resultierende Zeiger immer die gleiche Phasenlage wie der Träger (bzw. der ehemals vorhandene Träger) hat. Fehlt dagegen eine Seitenschwingung, entsteht im modulierten Signal eine zusätzliche Phasenmodulation, die mit steigendem Modulationsgrad zunimmt. Bei Verwendung des Hüllkurvendemodulators auf der Empfängerseite verursacht diese zusätzliche Phasenmodulation Verzerrungen im demodulierten Signal bis hin zur völligen Unmöglichkeit einer Demodulation (Ein-Seitenbandmodulation ohne Träger).

### 2.1.2. Darstellung im Frequenzbereich

Das Amplitudendichtespektrum (kurz Spektrum) eines amplitudenmodulierten Signals wird durch die Fourier-Transformation der Zeitfunktion  $f_{AM}(t)$  ermittelt:

$$F_{AM}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{AM}(t) \cdot \exp\{-j\omega t\} dt \quad (10)$$

Für die allgemeine Zeitfunktion nach Gl.(2) für  $f_{AM}(t)$  erhält man das allgemeine (zweiseitige) Amplitudendichtespektrum eines AM-Signals

$$F_{AM}(\omega) = 2\pi \frac{A_0}{2} \cdot [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] + \frac{1}{2} \cdot [F_m(\omega - \omega_0) + F_m(\omega + \omega_0)]. \quad (11)$$

$F_m(\omega)$  ist dabei das Spektrum des modulierenden Tiefpaßsignals mit der Zeitfunktion  $f_m(t)$ . Das Spektrum des AM-Signals besteht damit aus Spektrallinien bei  $\omega = \pm\omega_0$  und dem je zur Hälfte um  $\omega_0$  nach höheren und tieferen Frequenzen hin verschobenen Spektrum  $F_m(\omega)$  des modulierenden Signals. Die bei obiger Fourier-Transformation entstehenden negativen Frequenzen kann man vermeiden, wenn statt der reellen Zeitfunktion  $f_{AM}(t)$  deren komplexe Erweiterung  $\underline{f}_{AM}(t)$  transformiert wird, da nur die Angabe positiver Frequenzen praktisch sinnvoll ist. Unabhängig von der Betrachtung der negativen Frequenzanteile ordnet sich das verschobene Spektrum  $F_m(\omega)$  im Spektrum des AM-Signals hier zu beiden Seiten des Trägers an. Von grundlegender Bedeutung ist, dass sich bei der Verschiebung die Form des Spektrums  $F_m(\omega)$  qualitativ nicht geändert hat.

*Beispiel:* Für den in Bild 2 verwendeten Dreieckimpuls als modulierendes Signal ergibt sich ein Amplitudendichtespektrum  $F_m(\omega)$  entsprechend Bild 2a. Das bei der Amplitudenmodulation entstehende Spektrum  $F_{AM}(\omega)$  ist daneben zu sehen.

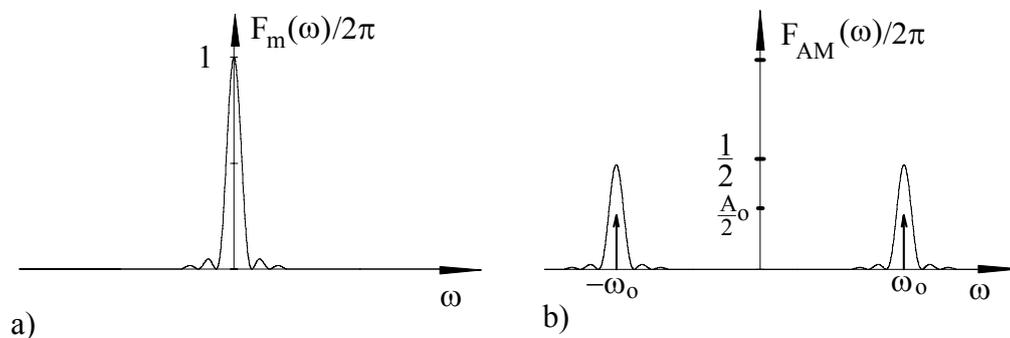


Bild 2. a) (zweiseitiges) Amplitudenspektrum eines modulierenden Signals  $f_m(\omega)$  und  
b) des damit entstehenden AM-Signals  $f_{AM}(\omega)$

Die weiteren Darlegungen sollen sich wieder auf den im Praktikum interessierenden Fall der **Eintonmodulation** beziehen. Die Zeitfunktion des modulierenden Signals ist mit Gl.(6) und die Zeitfunktion der Zweiseitenband-AM mit Träger durch Gl.(7) und Gl.(8) beschrieben worden. Wie bereits genannt, können aus der Summendarstellung nach Gl.(8) die drei Spektralanteile der AM in Betrag und Frequenzlage unmittelbar abgelesen werden, da diese Darstellungsform die Fourierreihe der periodischen Zeitfunktion darstellt. Demnach besteht das Spektrum der Zweiseitenband-AM mit Träger aus drei Spektralanteilen bei den Kreisfrequenzen  $\omega_0$ ,  $\omega_0 - \omega_m$  und  $\omega_0 + \omega_m$  mit den Amplituden  $A_0$  bzw.  $m A_0 / 2 = A_m / 2$ .

Eine formale Anwendung der Berechnungsvorschrift zur Fourier-Transformation Gl.(10) auf die Zeitfunktion Gl.(8) liefert das (zweiseitige) Amplitudendichtespektrum der Zweiseitenband-AM mit Träger:

$$\begin{aligned}
 F_{AM}(\omega) = & 2\pi \cdot \frac{A_0}{2} \cdot [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] \\
 & + 2\pi \cdot \frac{m \cdot A_0}{2} \cdot \{\delta[\omega - (\omega_0 + \omega_m)] + \delta[\omega + (\omega_0 + \omega_m)]\} \\
 & + 2\pi \cdot \frac{m \cdot A_0}{2} \cdot \{\delta[\omega - (\omega_0 - \omega_m)] + \delta[\omega + (\omega_0 - \omega_m)]\}
 \end{aligned} \tag{12}$$

Die drei Spektrallinien mit den genannten Amplituden sind aus diesem Amplitudendichtespektrum genauso ablesbar wie aus der Fourierreihe (nur aufgeteilt auf positive und negative Frequenzen).

Die Spektren für die anderen AM-Formen können wie am Beispiel der Zweiseitenband-AM mit Träger erläutert, berechnet werden. Eine Zusammenstellung der Amplitudendichtespektren enthält Tabelle 2.

Anhand der Amplitudendichtespektren lassen sich die AM-Formen untereinander leicht bezüglich belegter **Kanalbandbreite** und bezüglich der **Leistungsverhältnisse** vergleichen. Wenn die Frequenz des modulierenden Signals  $f_m$  als höchste Frequenz eines modulierenden Frequenzbandes betrachtet wird, so ist diese Frequenz bei den Einseitenbandverfahren gleich der belegten Kanalbandbreite ( $B = f_m$ ), bei den Zweiseitenbandverfahren belegt das modulierte Signal die doppelte Bandbreite ( $B = 2 f_m$ ). Zur Verteilung der Leistungen zwischen den einzelnen Frequenzanteilen kann man feststellen, dass bei der Zweiseitenband-AM mit Träger selbst beim Modulationsgrad  $m = 1$  nur ein Drittel der Gesamtleistung auf die informationstragenden Seitenbänder entfällt. Das ist ein entscheidender Nachteil dieses Verfahrens (Dimensionierung von Senderendstufen). Bezüglich der Leistungsverhältnisse schneidet die Einseitenband-AM (ohne Träger) am besten ab, da hier die gesamte verfügbare Signalleistung in dem einen informationstragenden Seitenband zu finden ist. Da außerdem die notwendige Übertragungsbandbreite nur der Breite des Modulationsspektrums entspricht, stellt sich diese AM-Form als die effektivste unter den vier verglichenen für die Übertragung im ungestörten Fall dar.

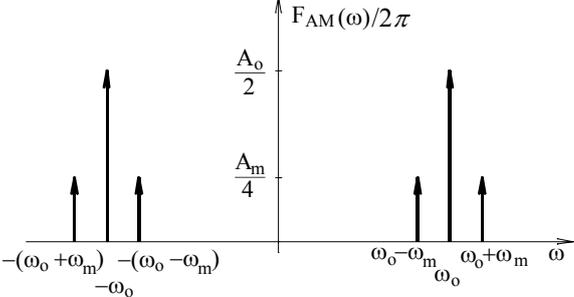
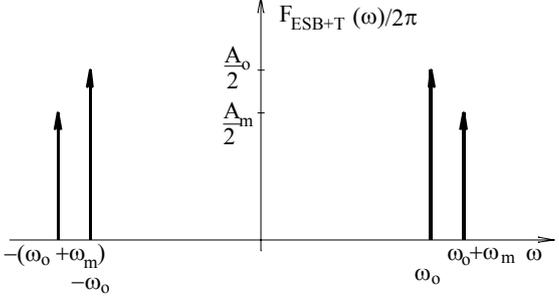
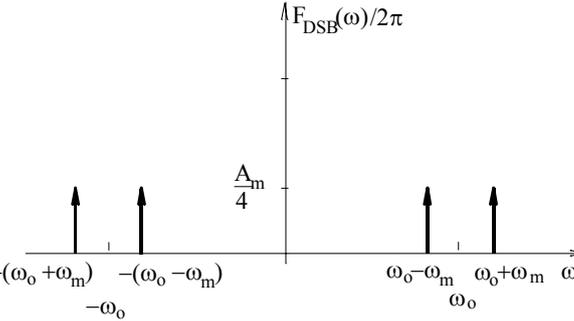
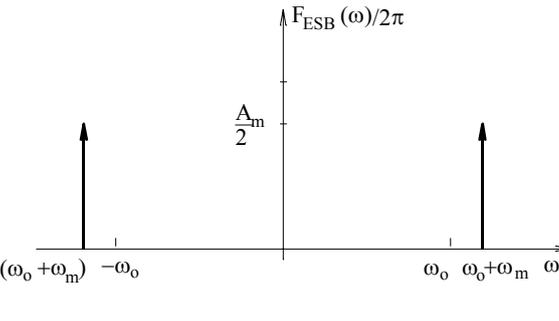
	zwei Seitenbänder	ein (oberes) Seitenband
mit Trä- ger	$F_{AM}(\omega) = 2\pi \frac{A_o}{2} \cdot [\delta(\omega - \omega_o) + \delta(\omega + \omega_o)]$ $+ 2\pi \frac{A_m}{4} \cdot \{\delta[\omega - (\omega_o + \omega_m)] + \delta[\omega + (\omega_o + \omega_m)]\}$ $+ 2\pi \frac{A_m}{4} \cdot \{\delta[\omega - (\omega_o - \omega_m)] + \delta[\omega + (\omega_o - \omega_m)]\}$  <p>Bandbreite: <math>B_{AM} = 2 f_m</math> Leistung:</p> $P_{AM} = \frac{A_o^2}{2} + \frac{A_m^2}{4} = \frac{A_o^2}{2} \left[ 1 + \frac{m^2}{2} \right]$	$F_{ESB+T}(\omega) = 2\pi \frac{A_o}{2} \cdot [\delta(\omega - \omega_o) + \delta(\omega + \omega_o)]$ $+ 2\pi \frac{A_m}{2} \cdot \{\delta[\omega - (\omega_o + \omega_m)] + \delta[\omega + (\omega_o + \omega_m)]\}$  <p>Bandbreite: <math>B_{ESB+T} = f_m</math> Leistung:</p> $P_{ESB+T} = \frac{A_o^2}{2} + \frac{A_m^2}{2} = A_o^2 \left[ 1 + m^2 \right]$
ohne Trä- ger	$F_{DSB}(\omega) =$ $+ 2\pi \frac{A_m}{4} \cdot \{\delta[\omega - (\omega_o + \omega_m)] + \delta[\omega + (\omega_o + \omega_m)]\}$ $+ 2\pi \frac{A_m}{4} \cdot \{\delta[\omega - (\omega_o - \omega_m)] + \delta[\omega + (\omega_o - \omega_m)]\}$  <p>Bandbreite: <math>B_{DSB} = 2 f_m</math> Leistung: <math>P_{DSB} = \frac{A_m^2}{4}</math></p>	$F_{ESB}(\omega) =$ $+ 2\pi \frac{A_m}{2} \cdot \{\delta[\omega - (\omega_o + \omega_m)] + \delta[\omega + (\omega_o + \omega_m)]\}$  <p>Bandbreite: <math>B_{ESB} = f_m</math> Leistung: <math>P_{ESB} = \frac{A_m^2}{2}</math></p>

Tabelle 2 Amplitudendichtespektren (zweiseitige) der AM-Formen bei Eintonmodulation

## 2.2. AM-Modulatoren

Einen Überblick über die vielfältigen Möglichkeiten der schaltungstechnischen Realisierung einer AM vermitteln [1], [2]. Im folgenden werden nur die Modulatorstrukturen kurz vorgestellt, die auch im Praktikumsgerät Anwendung finden.

### 2.2.1. Produktmodulator

Sehr einfach erhält man eine Form der AM, wenn das modulierende Signal  $f_m(t)$  direkt mit dem Träger  $f_o(t)$  entsprechend Bild 3 multipliziert wird:

$$f_{\text{DSB}}(t) = f_m(t) \cdot f_o(t) \quad (13)$$

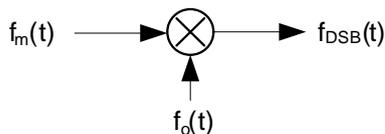


Bild 3. Prinzipschaltbild Produktmodulator

Als Ergebnis dieser Multiplikation entsteht das Doppelseitenband-Signal  $f_{\text{DSB}}(t)$ , das den Träger selbst nicht enthält. Für Eintonmodulation ist die Zeitfunktion  $f_{\text{DSB}}(t)$  in Tabelle 1 enthalten.

Zur schaltungstechnischen Realisierung der Multiplikation werden in der Regel Multiplizierschaltkreise verwendet. Sie sind als Kleinsignal-Hochfrequenz-Multiplizierer für höhere Frequenzen und niedrige Pegel oder auch für Großsignalanwendungen, dafür aber bei geringerer Bandbreite, erhältlich.

### 2.2.2. Diodenmodulator

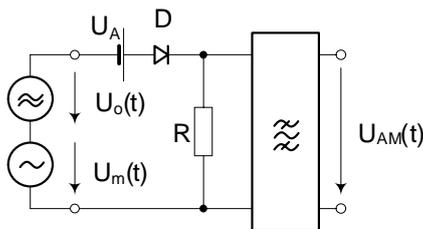


Bild 4. Prinzipschaltbild Diodenmodulator

Man kann grundsätzlich zur Realisierung der Amplitudenmodulation jede Kennlinie verwenden, die einen quadratischen Bereich enthält. Eine einfache derartige Anwendung ist der im Bild 4. dargestellte Diodenmodulator.

Die Kennlinie  $i_D(u_D)$  der Diode

$$i_D = I_S \cdot (e^{u_D / U_T} - 1) \quad (14)$$

kann als eine Reihe dargestellt werden - ebenso der Strom durch Diode D und Widerstand R mit:

$$i_D = k_1 \cdot u_D + k_2 \cdot u_D^2 + k_3 \cdot u_D^3 + \dots + k_n \cdot u_D^n \quad (15)$$

An den Eingängen des Modulators nach Bild 4. liegen die kosinusförmigen Spannungen  $u_o(t)$  und  $u_m(t)$  im Arbeitspunkt  $U_A$  der Diodenkennlinie an.

Nach Einsetzen der Summe  $u_o(t) + u_m(t)$  in die Reihenentwicklung (15) im Arbeitspunkt erhält man unter Berücksichtigung von linearem und quadratischem Reihenglied als Strom durch die Diode

$$\begin{aligned}
 i_d(t) = & k_2 \frac{U_o^2}{2} + k_2 \frac{U_m^2}{2} & (16) \\
 & + k_1 U_m \cdot \cos \omega_m t \\
 & + k_2 \frac{U_m^2}{2} \cdot \cos 2\omega_m t \\
 & + k_2 U_o U_m \cdot \cos(\omega_o - \omega_m)t \\
 & + k_1 U_o \cdot \cos \omega_o t \\
 & + k_2 U_o U_m \cdot \cos(\omega_o + \omega_m)t \\
 & + k_2 \frac{U_o^2}{2} \cdot \cos 2\omega_o t
 \end{aligned}$$

Wenn die Reihenglieder höherer Ordnung ebenfalls berücksichtigt werden, entstehen für den Diodenstrom  $i_d$  Spektralanteile bei allen Frequenzkombinationen

$$\boxed{\alpha \cdot \omega_o \pm \beta \cdot \omega_m} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{N} \quad (17)$$

Neben den bei der AM erwünschten Spektralanteilen  $\omega_o$ ,  $\omega_o + \omega_m$  und  $\omega_o - \omega_m$  werden durch den Diodenmodulator auch (theoretisch unendlich viele) unerwünschte Mischprodukte erzeugt. Diese müssen nachträglich aus dem AM-modulierten Signal herausgefiltert werden. Wie Gl.(16) zu entnehmen ist, wird der Betrag der entstehenden Mischprodukte durch die Koeffizienten der Taylorreihe bestimmt. Um die unerwünschten Mischprodukte höherer Ordnung von vornherein klein zu halten, ist es daher zweckmäßig, zur Erzeugung einer AM nichtlineare Bauelemente mit nahezu quadratischer Kennlinie zu verwenden (z.B. FET).

### 2.2.3. Ringmodulator

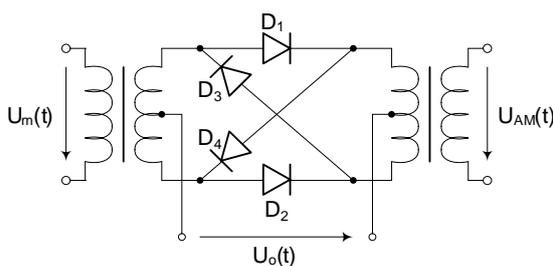


Bild 5. Ringmodulator

Die Schaltung eines Ringmodulators, wie er zur Erzeugung einer Zweiseitenbandmodulation mit Trägerunterdrückung verwendet wird, zeigt Bild 5.

Die Diodenpaare D1/D2 und D3/D4 werden wechselseitig entsprechend der Polarität des Trägersignals durchgeschaltet. Das entspricht einer Umpolung des Modulationssignals am Ausgang der Schaltung und kommt einer Multiplikation von Träger- und Modulationssignal gleich. Für eine gute Trägerunterdrückung ist die Symmetrie der Schaltung entscheidend.

### 3. Frequenzmodulation (FM)

#### 3.1. Theoretische Grundlagen

##### 3.1.1. Darstellung im Zeitbereich, Zeigerbilder

Eine Winkelmodulation wird erhalten, wenn eine sinusförmige Trägerschwingung

$$f_{\text{WM}}(t) = A_o \cdot \cos[\Phi(t)] = A_o \cdot \cos[\omega_0 t + \Delta\varphi(t) + \varphi_0] \quad (18)$$

der Trägerfrequenz  $\omega_0$  und der Amplitude  $A_o$  so verändert werden, dass das Modulationssignal  $f_m(t)$  entweder der Größe  $\Delta\varphi(t)$  oder deren erster Ableitung  $d\Delta\varphi(t)/dt$  proportional ist. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit kann  $\varphi_0 = 0$ ,  $t_0 = 0$  gesetzt werden.

Mit der Phasenänderung  $\Delta\varphi(t)$  ist immer eine Frequenzänderung  $\Delta\omega(t)$

$$\Delta\omega(t) = \frac{d\Delta\varphi(t)}{dt} \Leftrightarrow \Delta\varphi(t) = \int_0^t \Delta\omega(\tau) d\tau \quad (19)$$

und mit dem Momentanwinkel  $\Phi(t)$  ist immer eine momentane Kreisfrequenz  $\Omega(t)$

$$\Omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (20)$$

verbunden.

1. Phasenmodulation: Phasenänderung  $\Delta\varphi(t) \sim$  Modulationssignal  $f_m(t)$   
 $\rightarrow \Delta\varphi(t) = k_{\text{PM}} \cdot f_m(t) \quad (21)$

2. Frequenzmodulation: Frequenzänderung  $\Delta\omega(t) \sim$  Modulationssignal  $f_m(t)$   
 $\rightarrow \Delta\omega(t) = K_{\text{FM}} \cdot f_m(t), \quad \Delta\varphi(t) = K_{\text{FM}} \int_0^t f_m(\tau) d\tau \quad (22)^1$

Aus der Gl.(18) und Gl.(21) erhält man nun die Zeitfunktion des phasenmodulierten Signals:

$$f_{\text{PM}}(t) = A_o \cdot \cos[\omega_0 t + k_{\text{PM}} \cdot f_m(t)] \quad (23)$$

mit der momentanen Phase

$$\Phi(t) = \omega_0 t + k_{\text{PM}} \cdot f_m(t) \quad (24)$$

und mit der momentanen Kreisfrequenz

$$\Omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = \omega_0 + k_{\text{PM}} \cdot \frac{df_m(t)}{dt} \quad (25)$$

Aus der Gl.(18) und Gl.(22) erhält man die Zeitfunktion des frequenzmodulierten Signals:

$$f_{\text{FM}}(t) = A_o \cdot \cos[\omega_0 t + K_{\text{FM}} \int_0^t f_m(\tau) d\tau] \quad (26)$$

mit der momentanen Phase

$$\Phi(t) = \omega_0 t + K_{\text{FM}} \int_0^t f_m(\tau) d\tau \quad (27)$$

und mit der momentanen Kreisfrequenz

$$\Omega(t) = \omega_0 + K_{\text{FM}} \cdot f_m(t) \quad (28)$$

---

<sup>1</sup> In Bezug auf andere Darstellungen gilt:  $K_{\text{FM}} = 2\pi \cdot k_{\text{FM}}$

Für einen spannungsgesteuerten Oszillator (Voltage Controlled Oscillator) gilt für die statische Kennlinie VCO-Frequenz  $\omega_{\text{VCO}}$  in Abhängigkeit von der Steuerspannung  $u_{\text{Steuer}}$  die Gleichung (28) sinngemäß mit  $\omega_{\text{VCO}} = \omega_0 + K_{\text{VCO}} \cdot u_{\text{Steuer}}$ <sup>2</sup>.

Normiert man nun das Modulationssignal in den Gleichungen (21) bis (28) auf sein eigenes Maximum ( $f_m(t)/|f_{m,\text{max}}|$ ) ist  $k_{\text{PM}} \cdot |f_{m,\text{max}}|$  der Phasenhub des phasenmodulierten Signals, die Größe  $\Delta\Omega_{\text{FM}} = K_{\text{FM}} \cdot |f_{m,\text{max}}|$  der Kreisfrequenzhub und die Größe  $\Delta F_{\text{FM}} = (K_{\text{FM}}/2\pi) \cdot |f_{m,\text{max}}|$  der Frequenzhub des frequenzmodulierten Signals.

Für die **Eintonmodulation** mit

$$f_m(t) = A_m \cos[\omega_m t] \quad , \quad (29)$$

die im Praktikum betrachtet werden soll, vereinfachen sich die Gl.(23) und (26) zu

$$f_{\text{PM}}(t) = A_o \cdot \cos[\omega_o t + k_{\text{PM}} \cdot A_m \cos \omega_m t] \quad (30)$$

$$f_{\text{FM}}(t) = A_o \cdot \cos[\omega_o t + K_{\text{FM}} \cdot \int_0^t A_m \cos \omega_m \tau \, d\tau] = A_o \cdot \cos[\omega_o t + \frac{K_{\text{FM}}}{\omega_m} \cdot A_m \sin \omega_m \tau] \quad .(31)$$

Hierbei ist  $k_{\text{PM}} \cdot A_m = \Delta\Phi_{\text{PM}}$  der Phasenhub bei Phasenmodulation sowie  $K_{\text{FM}} \cdot A_m = \Delta\Omega_{\text{FM}}$  der Kreisfrequenzhub und  $K_{\text{FM}} \cdot A_m / \omega_m = \Delta\Phi_{\text{FM}}$  der Phasenhub bei Frequenzmodulation.

In der Praxis kann stets angenommen werden, dass die Trägerfrequenz  $f_o$  viel größer ist als die Modulationsfrequenz  $f_m$ .

Für den UKW-Hörrundfunk gilt beispielsweise

$$\begin{aligned} f_o &= 87,5 \dots 108 \text{ MHz} \\ f_m &= \begin{cases} 15 \text{ kHz} & \text{mono} \\ 53 \text{ kHz} & \text{stereo} \end{cases} \\ \Delta F &= 75 \text{ kHz} \quad . \end{aligned}$$

Wird in der Gl.(31) der Modulationsindex  $\eta$

$$\eta = \frac{\Delta\Omega_{\text{FM}}}{\omega_m} = \Delta\Phi_{\text{FM}} \quad (32)$$

verwendet, sind bis auf die Phasenverschiebung des Modulationssignals um  $\pi/2$  die Beziehungen nach Gl.(30) und Gl.(31) gleich. Wegen der Ähnlichkeit beider Modulationsarten sollen sich die weiteren Darlegungen nur auf die Frequenzmodulation beziehen.

Im Bild 5 sind für FM neben dem Trägersignal  $f_o(t)$  und dem Modulationssignal  $f_m(t)$ , das der Kreisfrequenz  $\omega(t)$  proportional ist, die Phasenänderung  $\Delta\phi(t)$  gegenüber der Phase  $\omega_o t$  des unmodulierten Trägers und die Zeitfunktion  $f_{\text{FM}}(t)$  des FM-Signals nach Gl.(31) grafisch dargestellt.

---

<sup>2</sup> entsprechend gilt  $f_{\text{VCO}} = f_0 + k_{\text{VCO}} \cdot u_{\text{Steuer}}$

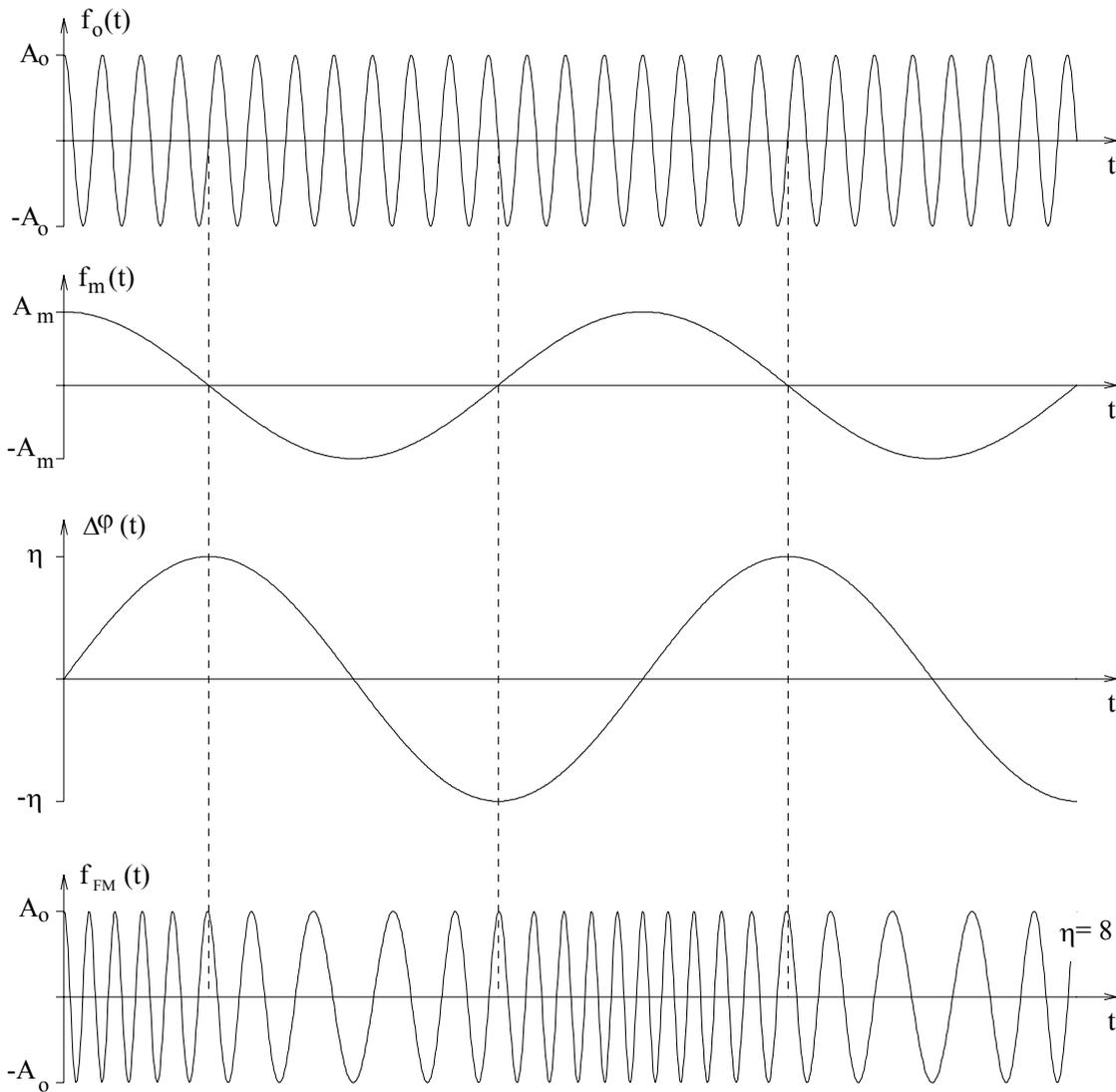
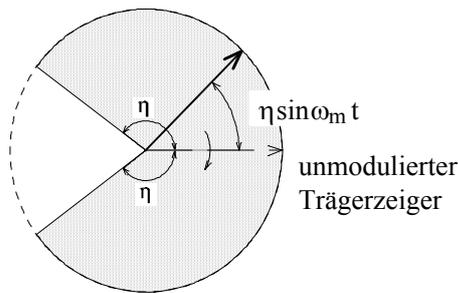


Bild 5. Zeitverläufe bei Frequenzmodulation

Der Zeiger des frequenzmodulierten Signals nach Bild 6, beschreibbar in der Form

$$f_{FM}(t) = A_o \cdot \exp\left\{j \frac{\Delta\Omega_{FM}}{\omega_m} \cdot \sin \omega_m t\right\} \cdot \exp\{j\omega_o t\}, \quad (33)$$

stellt einen mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_o$  umlaufenden Zeiger (unmodulierter Trägerzeiger)  $A_o \exp\{j\omega_o t\}$  dar, der multipliziert wird mit dem Zeiger  $\exp\{j \Delta\Omega_{FM}/\omega_m \cdot \sin \omega_m t\}$  (Betrag des Zeigers 1, Winkelgeschwindigkeit  $\Omega(t) - \omega_o = \Delta\Omega_{FM} \cdot \cos \omega_m t$ ), was einer Drehung des unmodulierten Zeigers um den Winkel  $\Phi(t) - \omega_o t = \Delta\Omega_{FM}/\omega_m \cdot \sin \omega_m t$  entspricht (Voreilung, Nacheilung um diesen Winkel).



Von der Zeigerdarstellung Gl.(33) gelangt man wieder zur reellen Zeitfunktion nach Gl.(31) durch die Bildung des Realteiles von  $\underline{f}_{FM}(t)$  :

$$f_{FM}(t) = \operatorname{Re}\{ \underline{f}_{FM}(t) \} \quad . \quad (34)$$

Bild 6. Zeigerdarstellung bei FM

### 3.1.2. Darstellung im Frequenzbereich

Es ist zweckmäßig, wie bei der AM, die zu transformierende Zeitfunktion zunächst in eine Reihe von harmonischen Schwingungen zu entwickeln und danach die Transformation in den Frequenzbereich vorzunehmen. Die Berechnung vereinfacht sich, wenn die Reihendarstellung der komplexen Funktion (Zeiger)  $\underline{f}_{FM}(t)$  benutzt wird. Die Zeitfunktion der FM-Schwingung ist dann wiederum der Realteil von  $\underline{f}_{FM}(t)$  :

$$f_{FM}(t) = \operatorname{Re}\{ A_0 \cdot \exp\left[ j \frac{\Delta\Omega}{\omega_m} \sin \omega_m t \right] \cdot (\cos \omega_0 t + j \cdot \sin \omega_0 t) \} \quad . \quad (35)$$

Mit der Reihenentwicklung

$$A_0 \cdot \exp\left[ j \eta \sin \omega_m t \right] = A_0 \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\eta) \cdot \exp\left[ j n \omega_m t \right] \quad (36)$$

wird nach Transformation der Betrag des Spektrums

$$F_{FM}(\omega) = 2\pi \frac{A_0}{2} \cdot \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\eta) \cdot [\delta(\omega - (\omega_0 + n\omega_m)) + \delta(\omega + (\omega_0 + n\omega_m))] \right| \quad (37)$$

erhalten.  $J_n(\eta)$  sind dabei die Besselfunktionen 1. Art der Ordnung  $n$ , dargestellt in Bild 7.

Der Betrag des Spektrums, für verschiedene Modulationsindizes  $\eta$  in Tabelle 4 dargestellt, besteht aus unendlich vielen Spektrallinien, die symmetrisch zur Kreisfrequenz des Trägers  $\omega_0$  angeordnet sind. Der Abstand der Spektrallinien ist gleich der Kreisfrequenz des Modulationssignals  $\omega_m$ . Für einen vorgegebenen Wert des Modulationsindex  $\eta$  werden die Besselfunktionen  $J_n(\eta)$  nach einer - von  $\eta$  abhängigen - Ordnung  $n$  asymptotisch rasch kleiner, so dass das FM-Signal näherungsweise als bandbegrenzttes Signal aufgefasst werden kann. Wenn Spektralanteile, die kleiner sind als etwa 10% der unmodulierten Trägeramplitude, vernachlässigt werden, ist die belegte Kanalbandbreite mit der Carson-Bandbreitenformel

$$B \approx 2 (\eta + 1) f_m = 2 (\Delta F + f_m) \quad (38)$$

bestimmbar. Zur Abschätzung der maximal vorkommenden Bandbreite ist in Gl.(38) stets der maximal vorkommende Frequenzhub (entspricht der maximalen Lautstärke) bei der maximalen Modulationsfrequenz (höchster Ton) zu berücksichtigen.

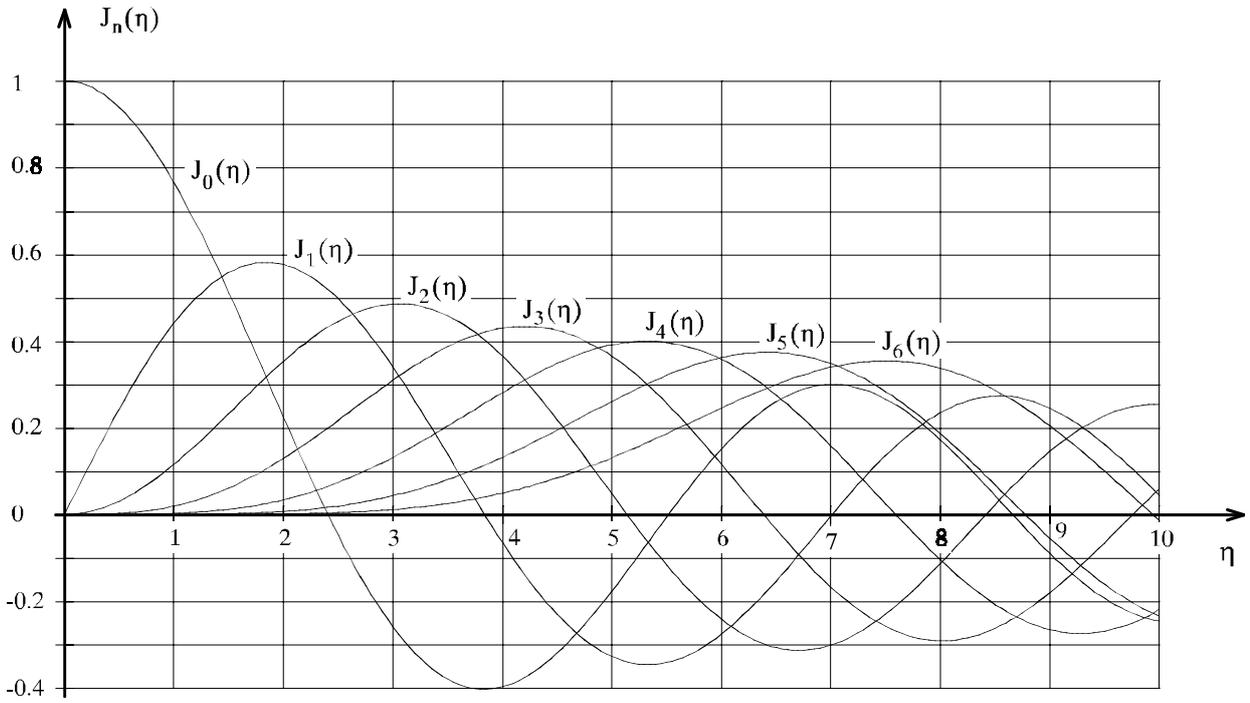


Bild 7. Besselfunktionen 1. Art der Ordnung n

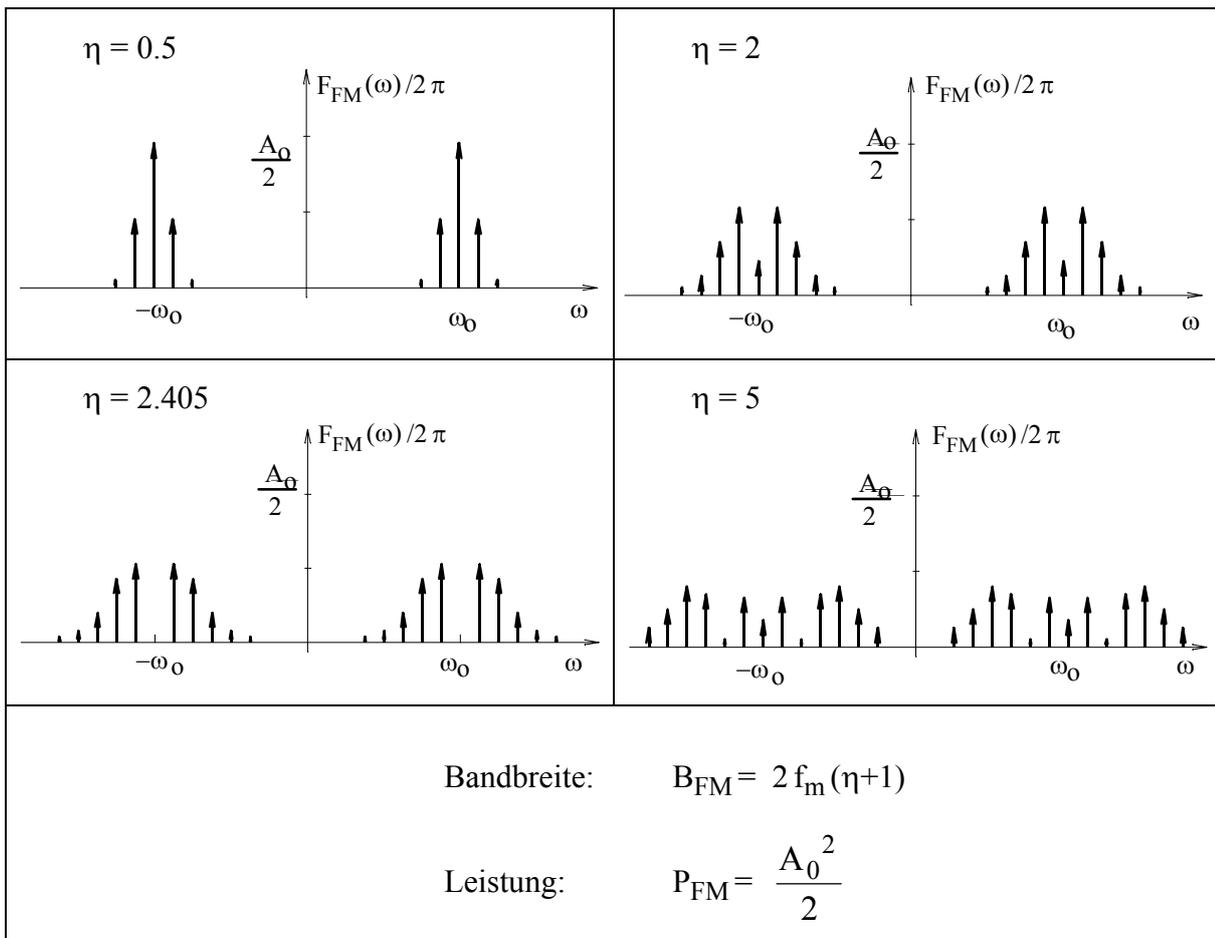


Tabelle 4. Betrag des (zweiseitigen) FM-Spektrums bei unterschiedlichem Modulationsindex  $\eta$

### 3.2. Frequenzmodulatoren

Eine Frequenzmodulation kann man erzeugen, indem die Schwingfrequenz eines Oszillators in Abhängigkeit vom Momentanwert der Spannung des Modulationssignals verändert wird. Eine solche Baugruppe wird als VCO (spannungsgesteuerter Oszillator) bezeichnet.

Die im Praktikumsgerät verwendete Schaltung eines als Frequenzmodulator arbeitenden VCO zeigt Bild 8. Es kommt ein LC Oszillator zum Einsatz, dessen Frequenzänderung durch die Ansteuerung der spannungsabhängigen Kapazität der Kapazitätsdiode D (Varaktor) mit dem Modulationssignal erreicht wird.

In einem bestimmten Arbeitsbereich kann ein linearer Zusammenhang zwischen Schwingfrequenz und Steuerspannung (Modulationssignal) erreicht werden.

Zu weiteren Realisierungsmöglichkeiten von FM-Modulatoren soll hier auf die Literatur [1] verwiesen werden.

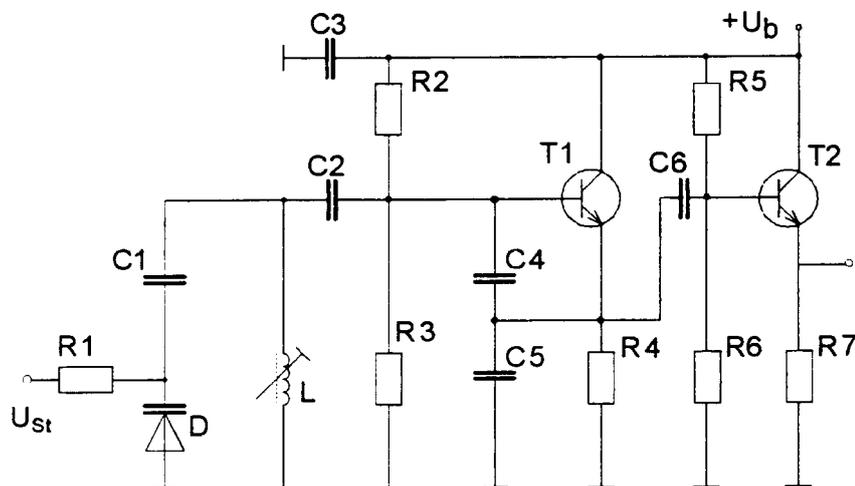


Bild 8. VCO als Frequenzmodulator

#### **4. Vorbereitungsfragen**

Zur Vorbereitung auf den Praktikumsversuch können Sie folgende Fragen und Aufgabenstellungen selbständig durcharbeiten:

1. Warum wird moduliert?
2. Welche prinzipiellen Modulationsverfahren gibt es? Welche Parameter werden dabei beeinflusst?
3. Erläutern Sie die Unterschiede bezüglich der Zeitfunktionen, der Zeigerbilder, der Leistungsverhältnisse und der belegten Kanalbandbreite zwischen den einzelnen Formen der Amplitudenmodulation.
4. Zeigen Sie, dass die Zeitfunktion eines amplitudenmodulierten Signals durch die multiplikative Verknüpfung mindestens zweier Sinusschwingungen entsteht! Welche Relation muss zwischen  $\omega_0$  und  $\omega_m$  gelten?
5. Erläutern Sie das Modulationsprinzip bei Aussteuerung einer Diodenkennlinie (additive Mischung) und bei Verwendung eines reinen Multiplikators (multiplikative Mischung)! Wodurch entstehen bei der Amplitudenmodulation störende Spektralanteile?
6. Welchen Einfluss haben die Amplitude  $A_m$  und die Frequenz  $\omega_m$  des Modulationssignals auf den Phasenhub  $\Delta\Phi$  bzw.  $\eta$  und den Kreisfrequenzhub  $\Delta\Omega_{FM}$  bei Frequenzmodulation und bei Phasenmodulation?
7. Durch welche Maßnahmen lässt sich ein Frequenzmodulator als Phasenmodulator verwenden? (Beweis!)

## 5. Versuchsbeschreibung

Der Versuchsplatz zur Untersuchung von Amplituden- und Winkelmodulation besteht aus dem Praktikumsaufbau mit einem Amplitudenmodulator und einem Winkelmodulator, Signalquellen (Generatoren) für das modulierende Signal und die Träger-schwingung sowie Geräten zur Analyse der modulierten Signale. Dazu zählen Oszillograph, selektiver Pegelmesser, Gleichspannungsmesser, Frequenzzähler.

Zur Durchführung der Praktikumsaufgaben sind die benötigten Module auszuwählen und entsprechend zu verbinden.

Die Versuche werden für beide Modulationsarten beispielhaft mit einer Einton-Modulation durchgeführt.

Die Versuchsbedingungen, die Ergebnisse der Messungen sowie die benutzten Versuchs- und Messanordnungen sind in einem Protokoll festzuhalten.

Nähere Erläuterungen zur Funktion der Geräte erfolgen zum Praktikumstermin durch den Versuchsbetreuer.

## 6. Praktikumsaufgaben

### 1. Amplitudenmodulation

NF:  $f_m = 2 \text{ kHz}$

$2A_m = 0,23 V_{SS} // 0,46 V_{SS}$

HF:  $f_0 = 455 \text{ kHz}$

$A_0 = 150 \text{ mV}_S$

### **Zeitfunktionen**

Erfassen Sie den Versuchsaufbau und veranschaulichen Sie sich am Oszillografen die Zeitfunktionen für die Zweiseitenbandmodulation mit und ohne Träger !

Variieren Sie den Modulationsgrad  $m$  durch Änderung der Signalamplitude  $A_m$  und betrachten Sie die Wirkung auf die Zeitfunktion des modulierten Signals!

Bestimmen Sie den Modulationsgrad  $m$  aus der Zeitfunktion des modulierten Signals oder aus dem gemessenen Spektrum (nur für die Amplitudenmodulation mit Träger) !

### **Spektren**

Messen Sie das Amplitudenspektrum des amplitudenmodulierten Signals am Ausgang des AM-Modulators für eine Signalspannung von  $2A_m = 0,46V_{SS} // 0,23V_{SS}$  im

Frequenzbereich  $448 \text{ kHz} < f < 462 \text{ kHz}$  mit dem selektiven Pegelmesser !

Tragen Sie die gemessenen Pegel in dB (ohne Umrechnung) über der Frequenz auf !

*Hinweis: Diskutieren Sie vor der Messung, bei welchen Frequenzen Spektralanteile zu erwarten sind!*

## 2. Frequenzmodulation

$$\begin{array}{ll} \text{NF:} & f_m = 2 \text{ kHz} & 2A_m = 0,125 V_{SS} // 0,25 V_{SS} // 0,5 V_{SS} // 1 V_{SS} \\ \text{HF:} & f_0 = f_{VCO_0} = 100 \text{ kHz} & 2A_0 = 5,25V_{SS} \end{array}$$

### **Modulator**

Nehmen Sie die statische Kennlinie  $f_{VCO}(U_{VCO})$  des Modulators<sup>3</sup> auf für den Arbeitsbereich

$$-11 \text{ V} < U_{VCO} < -7 \text{ V} \text{ auf.}$$

*Hinweis: Die statische Kennlinie eines Modulators beschreibt die Abhängigkeit der zu modulierenden Größe von einer Steuerspannung am Signaleingang des Modulators.*

### **Zeitfunktionen**

Stellen Sie am Oszillografen die Zeitfunktion des winkelmodulierten Signals dar !

Verändern Sie den Frequenzhub  $\Delta F$  (damit Phasenhub  $\eta = \Delta\Phi_{FM}$ ) durch Änderung der Signalamplitude  $A_m$  und diskutieren Sie die Wirkung auf die Zeitfunktion des modulierten Signals!

### **Spektren**

Messen Sie das Amplitudenspektrum des winkelmodulierten Signals am Ausgang des Modulators (VCO) für eine Signalspannung von  $2A_m = 0,125 V_{SS} // 0,25 V_{SS} // 0,5 V_{SS} // 1 V_{SS}$  im Frequenzbereich  $86 \text{ kHz} < f < 114 \text{ kHz}$  mit dem selektiven Pegelmessgerät u. tragen Sie die gemessenen Pegel in dB (ohne Umrechnung) über der Frequenz auf !

Bestimmen Sie den Phasenhub  $\eta = \Delta\Phi_{FM}$  (damit den Frequenzhub  $\Delta F$ ) an Hand des gemessenen Spektrums (Verläufe der Besselfunktionen finden Sie im Anleitungsheft auf Seite 4 oder in den Versuchsunterlagen) !

Welche Übertragungsbandbreite  $B_{FM}$  benötigt dieses frequenzmodulierte Signal ?  
Vermerken Sie diese im Messprotokoll !

Wie ändern sich Phasenhub, Spektralverlauf und Übertragungsbandbreite bei Änderung der Amplitude (Lautstärke) des NF-Signals  $A_m$ , qualitativ (Gefordert ist *keine neue Messung, nur grundsätzliche Überlegung*) ?

---

<sup>3</sup> Voltage Controlled Oscillator → Spannungsgesteuerter Oszillator, Frequenz ~ angelegter Steuerspannung

## **7. Literatur**

- [1] Mäusl, R.            Analoge Modulationsverfahren  
Hüthig Verlag, Heidelberg, 1988
  
- [2] Lüke, H.D.            Signalübertragung  
Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York ..., 1990
  
- [3] Woschni, E.-G.        Informationstechnik  
Verlag Technik, Berlin, 1988
  
- [4] Stadler, E.            Modulationsverfahren - Modulation und  
Demodulation in der elektrischen Nachrichtentechnik  
Würzburg, Vogel, 1993
  
- [5] Kammeyer, K.D.        Nachrichtenübertragung  
BG Teubner Stuttgart 1996
  
- [6] Johann, J.            Modulationsverfahren  
Springer-Verlag Berlin, Heidelberg..., 1992
  
- [7] Pehl, Erich.            Digitale und analoge Nachrichtenübertragung:  
Signale, Codierung, Modulation, Anwendungen  
Heidelberg, Hüthig, 1998
  
- [8] Fettweis, G.            Skript zur Vorlesung Nachrichtentechnik  
TU Dresden, Institut für Nachrichtentechnik
  
- [9] Herter, E.            Nachrichtentechnik  
Lörcher, W.            Carl Hanser Verlag München, Wien, 1990
  
- [10] Proakis, J. G.            Grundlagen der Kommunikationstechnik  
Salehi, M.            Pearson Studium, München u. a., 2004

Bearbeiter:

Dr. J. Borowski, Dr. E. Förster, DI. M. Stephan, Dr. H. Wiehl, Dr. H. Hiller

Wintersemester 2008/09