# 10 Schlussbetrachtungen

### Einordnung und Besonderheiten betrachteter Kodes

- Ende der **40er Jahre** bahnbrechende Arbeiten von **SHANNON, HAMMING** und **GOLAY**
  - Annahmen Shannon's: Zufallskodes großer Länge, ML Dekodierung
    Problem: Dekodierungskomplexität wächst exponentiell mit $n$
  - Shannon hat nur theoretische Abhandlungen geführt, Möglichkeiten der Umsetzung offen gelassen
- Traditionelle, klassische algebraische Kodes der **50er, 60er Jahre**
  - Z. B. HAMMING, GOLAY, RM, BCH, RS, ... (hard-decision Dekodierungsalgorithmen)
    Faltungskodes (hard/soft-decision Dekodierungsalgorithmen)
  - Ein wesentlicher Vorteil von Faltungskodes gegenüber Blockkodes:
    Alle Synchronisationsprobleme sind mit VITERBI harmlos und mit geringem Mehraufwand zu beherrschen. UND: Die Dekodierung beginnt mit dem Einlesen der ersten Empfangssequenz. (Bei Blockkodes muss erst die Empfangsfolge komplett empfangen sein; Problem Strukturverzögerung.)
  - Komplexität der Dekodierung wächst mit $n$ und $d_{min}/d_f$
  - Weit entfernt von SHANNON-Grenze $\longrightarrow$ **Kodeverkettung**, Verbesserung, aber nicht erkennbaren Sprung Richtung Grenze, erreichbar?
  - Anwendungen im Bereich kleiner und mittlerer Kodewortlänge (Audio-CD: $n = 256\,Bit$, GSM: $n = 456\,Bit$, DVB: $n = 1632\,Bit$, NASA: $n = 2040\,Bit$, UMTS: $n \approx 5000\,Bit$)
  - Traditionelle, klassische Verkettungen wie RS–Faltung galten **bis Mitte der 90er Jahre** als perfekt passend für die Fehlerkorrektur:

| RS-Kode | Faltungskode |
|---|---|
| hohe Koderate | kleine Koderate |
| $R = 0.87$ (NASA) | $R = \frac{1}{2}$, $K = 7$ |
| $R = 0.87$ (Mars) | $R = \frac{1}{6}$, $K = 15$ |
| $p_R \approx 10^{-10}...10^{-12}$ | für's „grobe“: $p_R < 10^{-5}$ |

Bei Fehlern über $f_k$ hinaus produziert der Viterbi-Dekodierer Bündelfehler, während der BMD-Dekodierer von BCH-/RS-Kodes in den meisten Fällen Dekodierungsversagen aufzeigt (für $k_1 \geq 4, f_k \geq 4$ bis zu 100%).
Faltungskodes sind Blockkodes überlegen, wenn ein Kanal mit schlechter bis mittelmäßiger Qualität um 2 oder 3 Zehnerpotenzen in der Fehlerrate verbessert werden soll. Wenn dagegen extrem kleine Fehlerraten angestrebt werden, sind BCH-/RS-Kodes vorzuziehen.

$\longrightarrow$ Ausnutzen in der Kodeverkettung!

- Seit Mitte der **90er Jahre** Lücke zwischen Leistung praktikabler Kodes und SHANNON-Grenze mit Anwendung **Iterativer Dekodierung** (GALLAGER **1962!**) schließbar;

  Turbo Code (1993) hat Gebiet der Fehlerkorrekturkodes revolutioniert!

  - Grundlage: Umsetzung von Shannon's Annahmen
  - Turbokode: Verkettung algebraischer Kodes, Zufallsinterleaving, große Kodewortlänge $\longrightarrow$ Zufallskode
  - LDPC-Kode: Sparsame „zyklenfreie“ Kontrollmatrix

    (Zufallsmatrix großer Länge – Annahme, dass diese frei von kurzen Zyklen –, quasi-zyklische Matrix, zyklische Matrix mit orthogonaler Eigenschaft, PEG (Progressive Edge-Growth) Matrix, ...)
  - Iterative Dekodierung umgeht exponentielle Komplexität der ML Dekodierung!

    Ist (Näherungs-)Lösung für ML Umsetzung bei Blockkodes!
  - (Noch ?) Problem: Komplexität von Kodierung und Dekodierung

| Komplexität | Turbokode | LDPC-Kode |
|---|---|---|
| Kodierung | linear | quadratisch/linear (Basis: $G/H$) |
| Dekodierung | quadratisch | linear |
| Koderate | $< \frac{1}{2}$ | $\geq \frac{1}{2}$ |

Turbokodes mit eher kurzem Interleaver sind eine Option für zuverlässige Übertragung, wie am Beispiel UMTS die Datenübertragung. Kurz bedeutet hier eine kurze Dekodierungsverzögerung.[14]

– Finden praktikabler Umsetzungen nahe SHANNON-Grenze;
„alte“ Dekodierungsverfahren wegen geringer Komplexität wieder interessant: bit-flipping (1962), majority-logic (1954/1963)
$\longrightarrow$ u. a. soft reliability-based iterativer MLG Algorithmus (2009) ermöglicht parallele Dekodierung, erfordert nur logische Operationen und Integer-Additionen, konvergiert schnell (nur wenige Iterationen), nur 0,5 ... 1,0 dB von Leistung des sum-product Algorithmus; Anwendung?

– Große Kodewortlängen, z. B. DVB-S2: $n = 64800\,Bit$ oder bei zeitkritischeren Anwendungen $n = 16200\,Bit$
ABER auch WiMAX (IEEE 802.16e): $n = 576 \ldots 2304\,Bit$, WLAN (IEEE 802.11n): $n = 648,\ 1296,\ 1944\,Bit$
$\longrightarrow$ Grundlage bilden suboptimale quasi-zyklische $H$-Konstruktionen

– Rekonstruktion über $f_k$ hinaus, keine Garantie von $\leq f_k$ (error-floor bei $p_R \approx 10^{-5}...10^{-6}$)
$\longrightarrow$ Verkettung mit klassischen Kodes wie BCH, RS ($p_R \leq 10^{-10}$)
(DVB-S2: Verkettung von BCH und LDPC,
UMTS, LTE: Verkettung von RS und Turbokode,
...)

LDPC-Kodes ersetzen weder Turbokodes noch traditionelle, klassische Block- und Faltungskodes[15] (letztere haben begrenzte Dekodierungskomplexität, $p_R \ll$, bei hohen Datenraten unschlagbar)!

[14] T. Hehn, J.B. Huber. *LDPC Codes and Convolutional Codes with Equal Structural Delay: A Comparison.* IEEE Trans. on Comm., Juni 2009

[15] K.S. Andrews, D. Divsalar, ... *The Development of Turbo and LDPC Codes for Deep-Space Applications.* Proc. of the IEEE, Vol. 95, No. 11, Nov. 2007.