



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DRESDEN

Fakultät Maschinenwesen
Institut für Maschinenelemente und
Maschinenkonstruktion
www.me.tu-dresden.de

Formelsammlung zu den Lehrveranstaltungen

Antriebssysteme Antriebselemente

Ausgabe 2008

Lehrstuhl Maschinenelemente

Prof. Dr.-Ing. B. Schlecht / Dr.-Ing. M. Senf

Anliegen der Verfasser ist es, die einzelnen Themen des Lehrgebietes für Studierende in einer fasslichen Form darzustellen und zugleich Anregungen zur weiteren Vertiefung der hier erworbenen Kenntnisse zu geben.

Hinweise, die zur Verbesserung des Arbeitsheftes dienen, werden vom Herausgeber gern entgegengenommen.

Herausgeber:

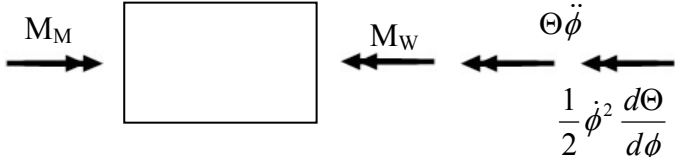
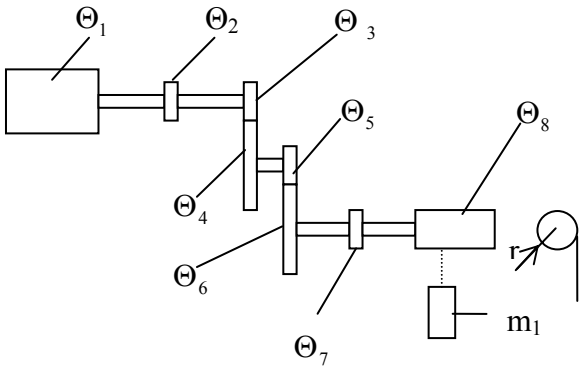
Technische Universität Dresden
Fakultät Maschinenwesen
Institut für Maschinenelemente und Maschinenkonstruktion

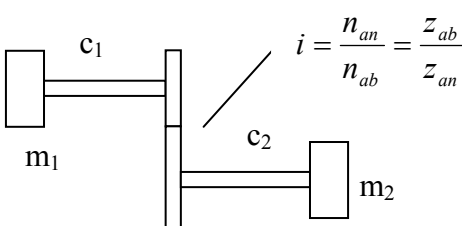
Besucheradresse:

Münchner Platz 3, 01187 Dresden
Tel. +49 (0)3 51 / 463 – 33293
Fax: +49 (0)3 51 / 463 – 37137
Internet: <http://www.me.tu-dresden.de>

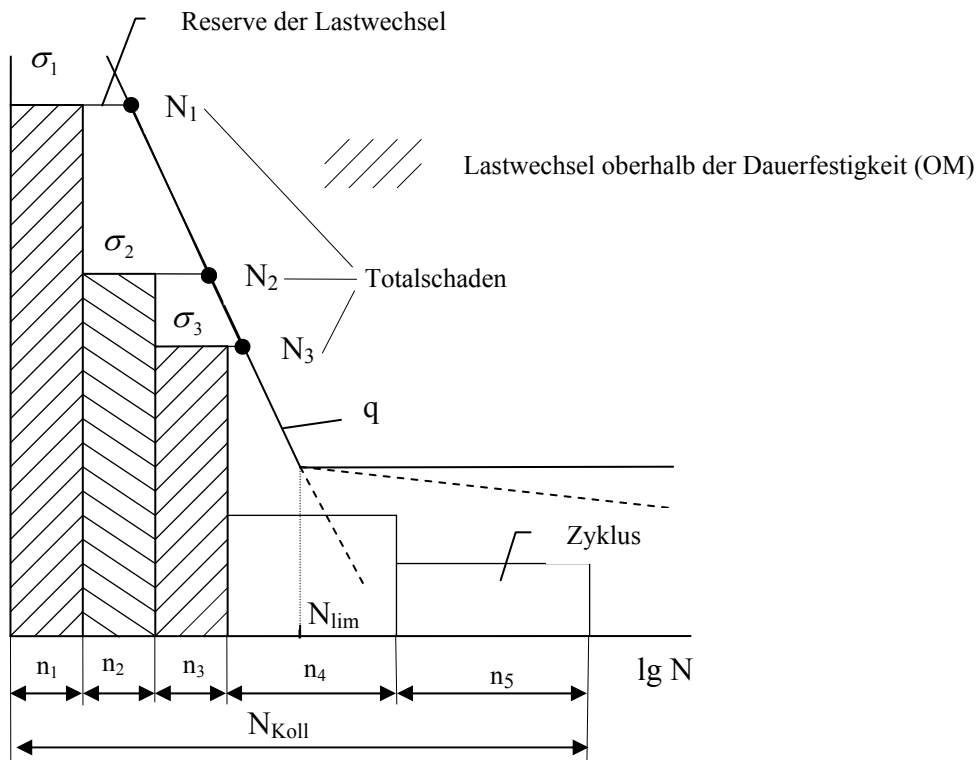
Alle Rechte vorbehalten.

Vervielfältigungen jeglicher Art und Weitergabe an Dritte sind ohne Zustimmung des Herausgebers nicht gestattet.

Leistung, Drehmoment, Drehzahl	
$M_t = F_u \cdot \frac{d}{2} \quad P = M_t \cdot \omega \quad \omega = \frac{\dot{\phi}}{t} = 2 \cdot \pi \cdot n$	
Anlaufzeit	 $t_{Anlauf} = \frac{\dot{\phi} - \dot{\phi}_0}{M_B} \cdot \Theta, \text{ mit } \dot{\phi} = \omega, \dot{\phi}_0 = \omega_0$
Ersatzträgheitsmoment	
$\Theta = \int r^2 dm = \frac{m \cdot r^2}{2}$ $\Theta_{ers} = \sum \frac{\Theta_j}{i_j^2} + \sum \frac{m_k \cdot r_k^2}{i_k^2}$	
Anfahrbeanspruchung	
Spielfreies Antriebssystem (2-Massen-System)	$\left \frac{M_w}{M_M} \right _{\max} = 2 \cdot \frac{\theta_A}{\theta_M + \theta_A}$ <p style="text-align: center;">M_M Motormoment (Anfahrmoment)</p>
Anfahren mit Verdrehspiel im Antriebssystem (2-Massen-System)	$\left \frac{M_{Welle}}{M_M} \right _{\max} = \frac{\theta_A}{\theta_A + \theta_M} \left(1 + \sqrt{1 + 2 \frac{\varphi_{MO}}{\varphi_{MS}} \left(\frac{\theta_A + \theta_M}{\theta_A} \right)} \right)$ <p>φ_{MO}-Verdrehwinkel des Spieles (z.B. $\varphi_{MO} = \frac{j_t}{d/2}$)</p> <p>$\varphi_{MS} = \frac{M_M}{c}$ -stat. Verdrehspiel infolge M_M</p>
Koppeln bei Drehzahldifferenz (2-Massen-System)	Kupplungsbelastung $ M _{\max} = \Delta \Omega \sqrt{c \cdot \theta}$

Umgang mit Federsteifigkeiten	
Reihenschaltung von Federelementen	$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} \dots = \sum \frac{1}{c_j}$
Parallelschaltung von Federelementen	$c = c_1 + c_2 \dots = \sum c_j$
Reduktion von Federsteifigkeiten	
 <p style="text-align: center;">$i = \frac{n_{an}}{n_{ab}} = \frac{z_{ab}}{z_{an}}$</p>	$c_{red,2} = \frac{c_2}{i^2}$
Energien eines Systems	
kinetische Energie	$E_{kin} = \frac{J}{2} \cdot \dot{\varphi}^2$
potentielle Energie	$E_{pot} = \frac{c}{2} \cdot \dot{\varphi}^2$

Lastkollektiv	
Gleichung der Wöhlerlinie	$\frac{N_{lim}}{N_j} = \left(\frac{\sigma_j}{\sigma_{lim}}\right)^q$
Lebensdauer N_L (OM)	$N_L = \frac{N_{lim} \cdot a}{\sum \left(\frac{\sigma_j}{\sigma_{lim}}\right)^q \cdot \Delta\Phi_j}$ mit $\Delta\Phi_j = \frac{n_j}{N_{Koll}}$
Äquivalente Spannung (OM)	$\bar{\sigma} = \sqrt[q]{\frac{1}{a} \sum (\sigma_j)^q \cdot \Delta\Phi_j}$



Speziell Verzahnungsberechnung (MM)

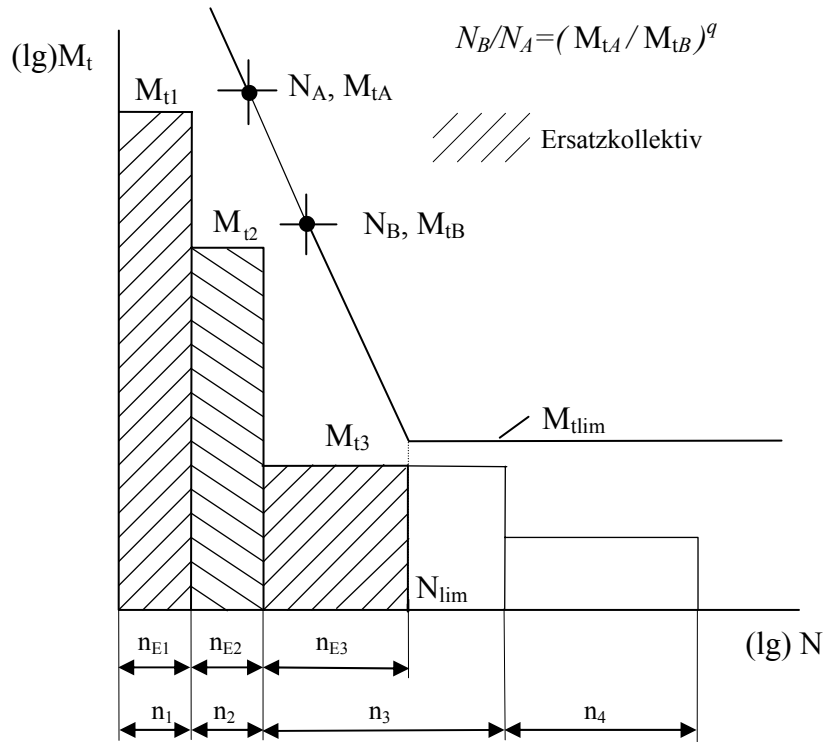
Äquivalenzfaktor K_B

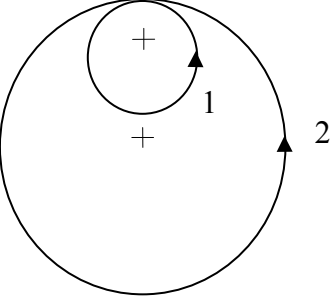
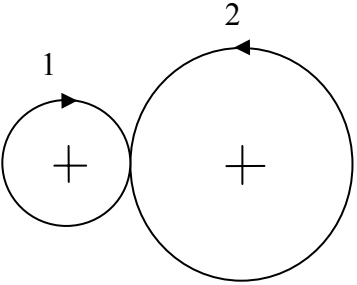
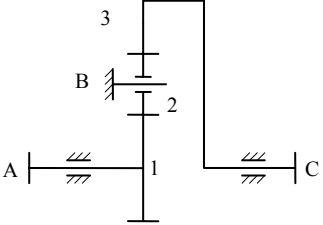
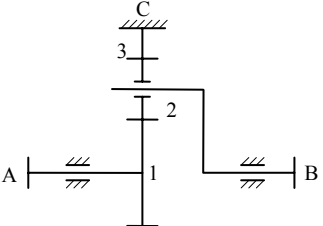
$$M_{t\ddot{a}q} = K_B \cdot M_{tNenn}$$

$$K_B = \sqrt[q]{\sum_{j=1}^m \left[\left(\frac{M_{tj}}{M_{tNenn}} \right)^q \cdot \frac{n_{Ej}}{N_0} \right]}$$

mit $N_0 = N_{lim}$ bei $\sum_{j=1}^k n_j \geq N_{lim}$

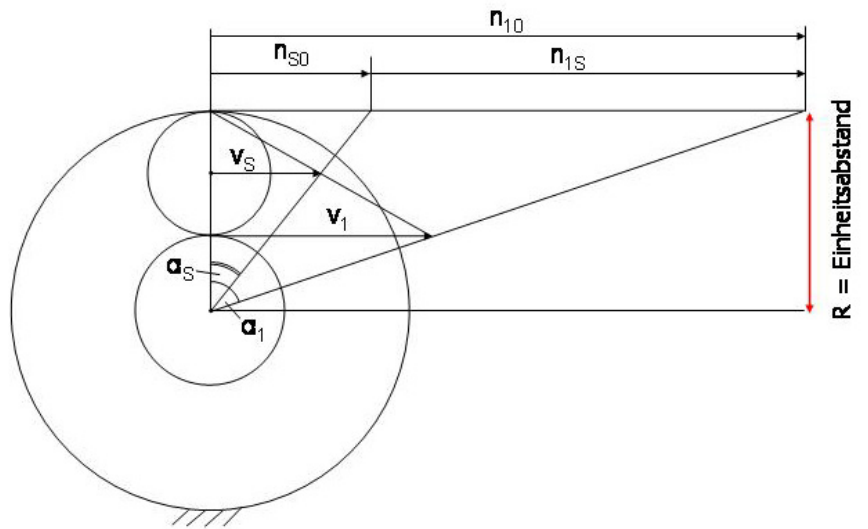
$$N_0 = \sum_{j=1}^k n_{Ej} \text{ bei } \sum_{j=1}^k n_j < N_{lim}$$



Planetengetriebe (Umlaufgetriebe)	
Übersetzung	$i = n_{an}/n_{ab}$
Getriebestufen	
<p>Außenverzahnung/ Innenverzahnung</p> 	Drehrichtung bleibt gleich
<p>Außenverzahnung/ Außenverzahnung</p> 	Drehrichtungsumkehr
<p>Standgetriebe (Getriebestufen)</p> 	<p>ausschließlich raumfeste Achsen</p> $i_0 = i_{013} = \frac{n_A}{n_C} = -\frac{n_1}{n_3} = -\frac{z_3}{z_1}$ <p>Arten von Standgetrieben:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Minusgetriebe: n_{an}/n_{ab} gegensinnig (negativ) • Plusgetriebe: n_{an}/n_{ab} gleichsinnig (positiv)
Umlaufgetriebe	
<p>Methode A (nach Willi's)</p> 	<p>→ Drehzahlgleichung</p> $n_A - i_{0AC} \cdot n_C - (1 - i_{0AC}) \cdot n_B = 0$ <p>mit $n_C=0$</p> $i = \frac{n_A}{n_B} = 1 - i_{0AC}$ $i = 1 + \frac{z_3}{z_1} \qquad i_{0AC} = i_{013} = -\frac{z_3}{z_1}$

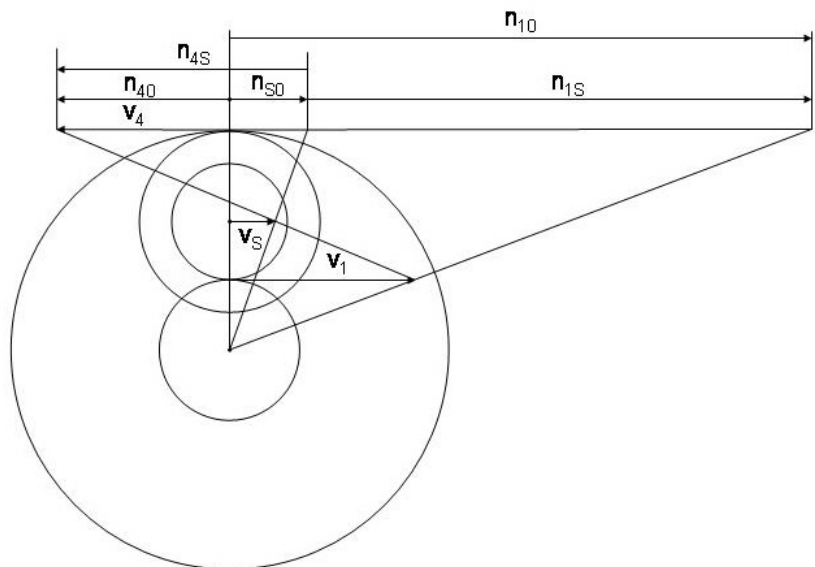
Methode B – Kutzbachplan

a) Zweiwellengetriebe (F=1)



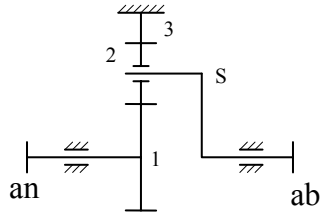
$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_s}$$

b) Dreiwellengetriebe (F=2)



$$i = \frac{n_1}{n_s} \quad (n_4 \text{ gegeben})$$

Methode C –
Verfahren nach Swamp



1. Zahneingriff „verriegeln“ (Drehung um zentrale Achse)
2. Stillstehendes Rad zurückdrehen (Drehung um eigene Achse)

Beispiel:

	1	2	3	S
I.	n_S	/	n_S	n_S
II.	$\frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot n_S$	$-\frac{z_3}{z_2} n_S$	$-n_S$	0
Σ	$n_S + n_S \cdot \frac{z_3}{z_1}$		0	

$$i = \frac{n_1}{n_S} = 1 + \frac{z_3}{z_1}$$

Berechnung des Wirkungsgrades bei Umlaufgetriebe

$$\eta = -\frac{i_M}{i_K};$$

$$i_M = \frac{M_{ab}}{M_{an}};$$

$$i_K = \frac{\omega_{an}}{\omega_{ab}}$$

Vorgehen:

1. Kinematisches Übersetzungsverhältnis i_K aus Swamp-Schema
2. Richtung der Wälzleistung P_W

$$M_i \cdot \omega_{i,s} \text{ oder } M_i \cdot \omega_{i,II} > 0$$

$P_{wi} > 0 \rightarrow$ die Wälzleistung fließt bei i hinein

3. Übersetzungsverhältnis des Standgetriebes
An- und Abtrieb des Standgetriebes richtet sich nach 2. (Standgetriebe aufzeichnen!)

4. Momentenverhältnisse (für Standgetriebe)

- $M_{an,s} + M_{ab,s} + M_s = 0$

- $M_{ab,s} = M_{an,s} \cdot i_s \cdot \eta_s \cdot (-1)$

$$\rightarrow i_M = \frac{M_{ab}}{M_{an}}$$

5. Wirkungsgrad

$$\eta = -\frac{i_M}{i_K}$$

Allgemeine Wirkungsgradregeln

- Der Umlaufwirkungsgrad eines **Minusgetriebe**¹⁾ ist stets höher als sein Standwirkungsgrad
- Wirkungsgrad $\eta < 0 \rightarrow$ Selbsthemmung
- **Plusgetriebe**¹⁾ mit Steg als einzigem Antrieb selbsthemmend bei:
 $\eta_s < i_s < \frac{1}{\eta_s}$
- Wenn in einer Antriebsrichtung (Änderung der Antriebsrichtung heißt: An- und Abtrieb vertauschen) Selbsthemmung vorliegt, ist in der anderen Antriebsrichtung $\eta \leq (\approx 0,5)$

¹⁾ Plusgetriebe: i_s – positiv
Minusgetriebe: i_s – negativ

Ausgewählte E-Motoren	
Motor	Momenten-/ Drehzahlverhalten
Gleichstromnebenschlussmaschine (GNM)	$M_i = c_1 \cdot \phi \cdot n$ $n = \frac{U}{c_1 \cdot \phi} - \frac{M_i \cdot 2\pi \cdot R_A}{c_1^2 \cdot \phi^2}$

<p>Gleichstromreihenschlussmaschine (GRM)</p>	$M_i \approx \frac{c_1}{2\pi} \cdot I_A^2 \cdot \frac{\phi_N}{I_{AN}}$ $n \approx \frac{[U - I_A(R_A + R_E)] \cdot I_{AN}}{c_1 \cdot I_A \cdot \phi_N}$
<p>Asynchronmotoren</p>	$S = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s}$ $\Omega_s = \frac{2\pi \cdot f}{p}$