

Aufgabenstellung: Konstruktion und Aufbau eines inversen Pendels sowie Analyse der parametererregten Schwingungen

1. Hintergrund und Motivation

Ein faszinierendes Phänomen der nichtlinearen Dynamik ist die Parameterresonanz. Dabei kann ein System durch die periodische Variation eines Systemparameters (hier: die effektive Länge oder Schwerebeschleunigung) stabilisiert werden, auch wenn seine Gleichgewichtslage statisch instabil ist.

In diesem Experiment soll ein inverses Pendel konstruiert werden, dessen Aufhängepunkt einer vorgegebenen, harmonischen Vertikalbewegung unterworfen ist. Ziel ist es, die Bedingungen für die dynamische Stabilisierung durch Parametererregung experimentell und theoretisch zu untersuchen.

2. Aufgabenbeschreibung

Ihre Aufgabe ist es, ein Gerät zu konzipieren und zu bauen, das die dynamische Stabilisierung eines inversen Pendels mittels einer harmonischen Anregung demonstriert. Der Fokus liegt auf den Bau und Konstruktion des inversen Pendels.

a) Konzeption und mechanischer Entwurf

- Entwerfen Sie einen Aufbau, der die präzise vertikale Anregung des Pendelaufhängepunkts mit einstellbarer Frequenz f und Amplitude A ermöglicht.
- Das Mechanismus selbst muss reibungsarm gelagert sein und unterschiedliche Längen/Massen haben können.

b) Theoretische Modellbildung und Analyse

- Leiten Sie die Bewegungsgleichung für den Pendelwinkel her.
- Erläutern Sie anhand der Theorie der Mathieuschen Gleichung, in welchen Bereichen des Parameterraums mit stabilen (pendel bleibt aufrecht) und instabilen (pendel kippt um) Lösungen zu rechnen ist. Spezialfall: Welche Bedingung muss für die Anregungsfrequenz Ω gelten, um Stabilisierung zu erreichen?

c) Experimenteller Aufbau und Versuchsdurchführung

- Bauen Sie Ihren Entwurf auf.

- Messaufgabe: Demonstrieren Sie das Phänomen der parametererregten Stabilisierung.
 - Variieren Sie die Anregungsfrequenz Ω systematisch und bestimmen Sie experimentell die Bereiche der Frequenz und Amplitude, in denen das Pendel stabil aufrecht steht.
 - Dokumentieren Sie den Übergang von Stabilität zu Instabilität.
 -
- Messen Sie bei erfolgreicher Stabilisierung den Winkel θ und vergleichen Sie die gemessene Schwebungsfrequenz mit der aus der Theorie vorhergesagten.
- Vergleichen Sie die experimentell bestimmten Stabilitätsgrenzen mit den theoretisch vorhergesagten aus der Mathieuschen Gleichung.
- Diskutieren Sie die Abweichungen zwischen Theorie und Experiment (z.B. durch nicht berücksichtigte Reibung, nicht-perfekte Harmonische Anregung, nicht-ideale Randbedingungen).

3. Zu erbringende Leistungen

1. **Konstruktionsdokumentation:** Technische Zeichnungen/3D-Modelle des Anregungsmechanismus mit Begründung der gewählten Kinematik.
2. **Theoretische Ausarbeitung:**
 - Vollständige Herleitung der Bewegungsgleichung.
 - Darstellung der Theorie der Parameterresonanz und der Mathieuschen Gleichung.
 - Vorhersage der Stabilitätsgebiete.
3. **Versuchsdokumentation:**
 - Beschreibung des Aufbaus.
 - Protokoll der Messreihen (Frequenz, Amplitude, beobachteter Zustand: stabil/instabil).
 - Grafische Darstellung der Ergebnisse (z.B. Stabilitätskarte).
 - Quantitative Gegenüberstellung von Theorie und Experiment.