

Technische Universität Dresden  
Institut für Verfahrenstechnik und Umwelttechnik  
Arbeitsgruppe Mechanische Verfahrenstechnik

## Skript zur Vorlesung

# Grundlagen der Verfahrenstechnik 1

(Autoren: Prof. Dr.-Ing. S. Ripperger, TU Kaiserslautern

Dr.-Ing. F. Babick, TU Dresden)

**Teilgebiet:           Mechanische Verfahrenstechnik**

(Themen: Einordnung der Mechanischen Verfahrenstechnik,  
Kennzeichnung disperser Systeme, Filtration und Sedimentation)

**Nur zum persönlichen Gebrauch bestimmt!**

Ausgabe WS 2005/2006

Postanschrift:

Technische Universität Dresden  
Institut für Verfahrenstechnik u. Umwelttechnik  
Lehrstuhl für Mechanische Verfahrenstechnik  
01062 Dresden

Tel.: (0351) 463 35182  
Fax: (0351) 463 37058  
email: mechanvt@rcs.urz.tu-dresden.de  
url: www.mvt-tu-dresden.de

Besucheradresse:

Georg-Schumann-Bau  
Münchner Platz 3  
Flügel A, Zi. 208

## Inhaltsverzeichnis

0	Die Verfahrenstechnik.....	2
0.1	Einordnung der Verfahrenstechnik in die Lehr- und Forschungsgebiete der Ingenieurwissenschaften .....	2
0.2	Technisch-wirtschaftliche Bedeutung der Verfahrenstechnik .....	4
0.3	Entwicklung der Verfahrenstechnik.....	6
0.4	Die Praxis der Verfahreningenieure .....	11
1	Die Mechanische Verfahrenstechnik.....	12
1.1	Einordnung der Mechanischen Verfahrenstechnik in das Lehr- und Forschungsgebiet der Verfahrenstechnik.....	12
1.2	Übersicht über die behandelten Stoffsysteme .....	14
1.3	Literatur.....	16
2	Eigenschaften disperser Systeme und ihre Beschreibung.....	17
2.1	Grundsätzliches zur Kennzeichnung von dispersen Systemen .....	17
2.2	Konzentrationsangaben .....	19
2.3	Mittlere Dichte .....	21
2.4	Schüttungen, Packungen, poröse Materialien .....	22
2.5	Kennzeichnung und Darstellung von Partikelkollektiven .....	25
2.5.1	Partikelmerkmale - Mengenarten.....	25
2.5.2	Umrechnung von Verteilungen .....	29
2.5.3	Mittelwerte und Kenngrößen von Verteilungen.....	31
2.5.4	Rechnerische Ermittlung der spezifischen Oberfläche .....	32
2.5.5	Empirische Verteilungsfunktionen .....	34
2.6	Bilanzierung verfahrenstechnischer Prozesse.....	39
2.6.1	Allgemeine Bilanzgleichung.....	39
2.6.2	Bilanzgleichungen für disperse Stoffsysteme .....	40
3	Durchströmung von Haufwerken.....	41
4	Filtration von Flüssigkeiten.....	45
4.1	Übersicht.....	45
4.2	Die statische Oberflächenfiltration .....	46
5	Die Sedimentation .....	49
5.1	An Partikel angreifende Kräfte .....	49
5.2	Strömungswiderstand starrer Partikel.....	51
5.3	Stationäre Partikelbewegung auf einer geraden lotrechten Bahn.....	56
5.4	Absetzverhalten von Partikelschwärmen .....	59
6	Partikelabscheidung im Schwerkraftfeld .....	63
6.1	Grundlagen .....	63
6.2	Bemessung von längsdurchströmten Sedimentationsbecken .....	64
6.3	Prinzip der geneigten Flächen .....	65

## 0 Die Verfahrenstechnik

### 0.1 Einordnung der Verfahrenstechnik in die Lehr- und Forschungsgebiete der Ingenieurwissenschaften

Bei technischen Prozessstufen werden Eingangsgrößen in Ausgangsgrößen umgewandelt. Je nachdem, ob es sich dabei vorwiegend um Stoffe, Energie oder Informationen handelt, können die einzelnen Prozesse Fachgebieten zugeordnet werden (Tabelle 0.1.1).

Tabelle 0.1.1: Klassifizierung ausgewählter Ingenieurwissenschaften

Fachgebiet	Technischer Prozess
Fertigungstechnik (Verarbeitungstechnik)	Änderung der geometrischen Form von Werkstoffen und Materialien
<i>Verfahrenstechnik</i>	<i>Änderung der Art, Eigenschaft und/oder Zusammensetzung von Stoffen</i>
Energietechnik	Umwandlung der Energieform
Informatik (Kybernetik)	Verarbeitung (Übermittlung) von Informationen

Die Verfahrenstechnik ist demnach die ingenieurwissenschaftliche Disziplin, die sich mit den technischen Prozessen befasst, in denen Stoffe verändert werden. Die Stoffe liegen meist als Stoffgemisch vor. Dabei kann es sich z. B. um organische oder anorganische Rohstoffe, Baustoffe, Lebensmittel, Abfallstoffe, Wasser oder Luft handeln. Der Begriff Stoff wird in der Verfahrenstechnik umfassend verwendet. Die Veränderung der Stoffe kann sich auf die Art, die Eigenschaften oder die Zusammensetzung des Stoffgemisches beziehen. Ziel der Veränderung ist, nützliche Stoffe mit gewünschten Eigenschaften zu erzeugen (Produktionstechnik) oder schädliche Stoffe in unschädliche umzuwandeln (Umweltschutztechnik). Die Art eines Stoffes kann durch eine chemische oder biochemische Stoffwandlung, wie z. B. eine Oxidation, Polymerisation oder Gärung, erfolgen. Eine Änderung der Stoffeigenschaft liegt z. B. vor, wenn ein Stoff in einen anderen Aggregatzustand übergeht (z. B. Wasser in Wasserdampf). Feststoffe weisen im zerkleinerten Zustand (feingemahlten Zustand) andere Eigenschaften auf als im Zustand grober Partikel. Durch Stofftrennverfahren (z. B. Filtrieren, Destillieren) bzw. durch ein Vermischen kann die Änderung der Stoffzusammensetzung erreicht werden.

Die oben aufgeführten Beispiele einer Stoffänderung zeigen bereits, dass innerhalb der Verfahrenstechnik verschiedene Methoden genutzt werden. Hieraus kann eine grobe Gliederung abgeleitet werden, die sich insbesondere in der Lehre bis heute erhalten hat. Stoffe können durch mechanische Einwirkungen, thermische Vorgänge sowie chemische, elektrochemische und biochemische Stoffumwandlungen verändert werden. Entsprechend kann eine Einteilung in eine Mechanische, Thermische und Chemische Verfahrenstechnik erfolgen. Die ingenieurmäßigen Belange der Biotechnologie werden innerhalb der Bioverfahrenstechnik behandelt.

Häufig wurde für die Verfahrenstechnik auch die treffende Bezeichnung "Stoffwandlungstechnik" vorgeschlagen. Da das Berufsbild des Verfahrensingenieurs seinen Ursprung in der chemischen Industrie hat, wird sein Arbeitsgebiet auch mit "Chemieingenieurwesen" bezeichnet. Das kommt der weltweit benutzten Bezeichnung "Chemical Engineering" oder "Process Engineering" sehr nahe. Auch die Bezeichnung "Chemie-Ingenieur-Technik" wurde vorgeschlagen und ist heute noch der Name der führenden deutschsprachigen Fachzeitschrift auf diesem Gebiet. Im Folgenden wird die Bezeichnung Verfahrenstechnik als Synonym für die oben aufgeführten Bezeichnungen verwendet.

Als Ingenieurdisziplin beinhaltet die Verfahrenstechnik auch die technisch wirtschaftliche Umsetzung der Verfahren in Form von Apparaten, Maschinen und Anlagen. Das schließt die Planung und Entwicklung sowie den Bau und Betrieb solcher Anlagen mit ein. Da dabei zum Teil erhebliche Stoff- und Energiemengen sowie finanzielle Mittel eingesetzt werden, sind auch die mit der Umsetzung verbundenen umweltrelevanten sowie betriebs- und volkswirtschaftlichen Aspekte zu beachten.

Ergänzend sei hinzugefügt, dass in einigen Fällen, z. B. innerhalb der Lebensmitteltechnik, auch die Aufgabe besteht, unerwünschte Stoffveränderungen zu verhindern und die Stoffeigenschaften zu erhalten. Man erreicht dies durch Konservieren und Sterilisieren der Produkte.

## 0.2 Technisch-wirtschaftliche Bedeutung der Verfahrenstechnik

Die Zahl der Verfahren und Prozesse, bei denen Stoffe verändert werden, ist sehr groß und die verschiedenen Stoffarten sind unübersehbar. Somit ist die Verfahrenstechnik zu einem erheblichen Teil an der gesamten Industrieproduktion beteiligt. Sie ist daher Grundlage vieler Industriezweige, wie z. B.

- Chemische Industrie (incl. Petrochemie)
- Lebensmittel- und Genussmittelindustrie
- Pharmazeutische Industrie
- Papier- und Zellstoffindustrie
- Bergbau
- Hüttenwesen
- Produktionstechnik
- Steine- und Erdeindustrie
- Umwelttechnik und Entsorgungsindustrie.

Nach BRAUER /1/ steht die Verfahrenstechnik im Brennpunkt der essentiellen Elemente eines humanen Daseins eines Menschen in einer stetig sich ändernden Welt. Er zeigte auf, dass die Verfahrenstechniken an der Erfüllung folgender essentieller materieller Bedürfnisse mitwirken:

### 1. Ernährung

Die Verfahrenstechnik wirkt in entscheidendem Maße an der Industrialisierung der Verarbeitung und Herstellung von Nahrungsmitteln mit. Durch die Industrialisierung gelang es, die Lebensmittelproduktion zu steigern. Zur Versorgung der stark wachsenden Weltbevölkerung ist eine weitere Steigerung notwendig, was nur durch den Einsatz verfahrenstechnischer Methoden gelingen kann. Ihre Anwendung ermöglicht eine bessere Ausnutzung der Rohstoffe und die Erschließung neuer Nahrungsquellen durch neuartige Methoden, z. B. durch die Proteinproduktion mit Hilfe von Mikroorganismen.

### 2. Gesundheit

Verfahrenstechnische Methoden werden zur Herstellung pharmazeutischer Produkte genutzt. Sie werden auch angewendet bei der Entwicklung künstlicher Organe, wie z. B. der künstlichen Niere auf Basis der Membrantechnik sowie der Entwicklung künstlicher Lebern bzw. künstlicher Lungen. Aber auch die verfahrenstechnischen Methoden zum Umweltschutz und zur Sicherheitstechnik dienen dem Schutz der Gesundheit.

### 3. Energieversorgung

Innerhalb der Energieversorgung werden zur Abgas- und Abwasserreinigung verfahrenstechnische Methoden im weiten Umfang genutzt. Einige Energiewandlungsverfahren, z. B. die Verbrennung innerhalb einer Wirbelschicht, basieren auf verfahrenstechnischen Entwicklungen. Für die Zukunft besteht die Aufgabe, nicht mehr Energie zu verbrauchen, als durch biologische Prozesse je Zeiteinheit erzeugt werden kann. Durch die systemati-

sche Verwertung biogener Rohstoffe, z. B. mittels biotechnologischer Verfahren, bahnt sich die Entwicklung zur Nutzung regenerativer Energiequellen an.

#### **4. Materialversorgung**

Die Materialversorgung umfasst alle Werkstoffe, die der Mensch zum Bau von Maschinen und Apparaten, von Fahrzeugen aller Art, von Häusern und Straßen benötigt. Betroffen sind aber auch alle Arten von Textilien. An der Herstellung dieser Materialien wirkt die Verfahrenstechnik in ausschlaggebender Weise mit.

#### **5. Umwelterhaltung und -gestaltung**

Die Verfahrenstechnik beinhaltet Verfahren zur Umwandlung und Beseitigung schädlicher Stoffe. Sie liefert jedoch auch einen Beitrag zur Entwicklung von Produktionsprozessen, bei denen der Anfall von Schadstoffen und Abfall minimiert wird.

#### **6. Kommunikationswesen**

Die Kommunikation des Menschen erfordert den Transport von geistigen und materiellen Gütern im weitesten Sinne. Zum Transport liefern verfahrenstechnische Methoden die notwendigen Energieträger. Zum anderen ist sie maßgeblich an der Herstellung von Gütern zur Informationsverarbeitung und -übermittlung beteiligt (z. B. Papier, Magnetbänder, Chip).

BRAUER wollte mit der Schilderung essentieller Bedürfnisse auch die Zukunftsaufgaben der Verfahrenstechnik sichtbar werden lassen. Die Notwendigkeit zur Lösung dieser Aufgaben ist heute aktueller denn je.

Es kommt an dieser Stelle sicherlich die Frage auf, wie es möglich war, dass eine so junge Disziplin wie die Verfahrenstechnik sich als eine Grundlagenwissenschaft für ein so breites Industriespektrum entwickeln konnte. Diese Frage wird mit der historischen Entwicklung der Verfahrenstechnik beantwortet.

### 0.3 Entwicklung der Verfahrenstechnik

Auch bevor der Begriff "Verfahrenstechnik" definiert war, hat man sich verfahrenstechnischer Methoden und Mittel bedient. Die Filtration wurde, wie man der Abbildung 0.3.1 entnehmen kann, bereits in der Antike zur Weinklärung eingesetzt. AGRICOLA (1494 - 1555) hat bereits in seinem bergbautechnischen Hauptwerk "De re metallica" die einfache und damals auch einzige Methode zur Flugstaubabscheidung in Staubkammern beschrieben.



Abbildung 0.3.1: Antike Darstellung der Weinklärung

Viele verfahrenstechnische Herstellungsprozesse wurden bis zur Aufhebung der Zünfte Ende des 18. Jahrhunderts hauptsächlich durch das Handwerk vermittelt und überliefert, z. B. die Methoden der Nahrungsmittelverarbeitung und der Papierherstellung. Im 19. Jahrhundert wurden durch die aufkommenden Fabriken verfahrenstechnische Methoden mehr und mehr industriell genutzt. Mitte des 19. Jahrhunderts setzte mit der Einführung der Teerfarben (Anilinfarben) eine stürmische Entwicklung ein, welche die industrielle Anwendung chemischer Methoden beinhaltete. In dieser Zeit wurden auch die heute bedeutendsten deutschen Chemieunternehmen gegründet (Tabelle 0.3.1). Gleichzeitig hatte in dieser Zeit der Aufschwung der Eisen- und Stahlindustrie einen enormen Energiebedarf zur Folge, der durch den Ausbau des Steinkohlenbergbaus gedeckt wurde. Bei der Verkokung der Kohle fielen Gas und Steinkohlenteer in großen Mengen als Nebenprodukte an, die anfangs von der Leuchtgas- und Teerfarbenindustrie quasi als Abfallverwerter genutzt wurden.

Tabelle 0.3.1: Gründungsdaten deutscher Chemieunternehmen

Gründungsjahr	Firma
1863	Meister, Lucius & Co., Hoechst am Main (ehemalige Hoechst AG)
1863	Friedrich Bayer & Co., Barmen (heutige Bayer AG)
1865	Badische Anilin- und Soda-Fabrik, Ludwigshafen (heutige BASF AG)
1867	Aktiengesellschaft für Anilinfarben, Berlin (AGFA, gehört heute zur Bayer AG)

Mit dieser Industrialisierung ging einher, dass sich die Ansprüche, die an Gesellen und Meister gestellt wurden, wandelten. Es entstanden Gewerbe- und Maschinenbauschulen sowie technische Lehranstalten und Polytechnika. Sie sollten die sich rasch ausweitenden wissenschaftlichen und technischen Erkenntnisse praxisnah vermitteln. Die Absolventen wiederum förderten die Anwendung und Nutzung dieser Erkenntnisse und schufen eine verbesserte Basis zur weiteren Ausweitung (industrielle Revolution). Die enge Verbindung zur Praxis hatte auch zur Folge, dass sich die Schulen relativ schnell den Bedürfnissen der Industrie anpassten. Aus diesen Schulen gingen eine Reihe der heutigen Technischen Hochschulen bzw. Technischen Universitäten hervor (Tabelle 0.3.2). Mit der Entwicklung dieser Schulen etablierte sich auch der Berufsstand des Ingenieurs. Die Ingenieure des Maschinenbaus nahmen dabei die Aufgaben der Entwicklung, Planung und Instandhaltung der Anlagen in der chemischen Industrie wahr. Die Beschreibung der verfahrenstechnischen Methoden war produktorientiert. Bei dieser Vorgehensweise nahm man in Kauf, dass bei jeder Prozessbeschreibung verschiedene Prozesselemente spezifisch für die einzelnen Stoffe beschrieben wurden.

Tabelle 0.3.2: Entwicklung Technischer Hochschulen und Technischer Universitäten

Jahr	Ereignis
1765	Gründung der Bergakademie Freiberg
1794	Gründung der Polytechnischen Schule in Paris (école polytechnique)
1806	Gründung eines Polytechnischen Institutes in Prag
1815	Gründung eines Polytechnischen Institutes in Wien
1825-1850	Gründung polytechnischer Schulen und technischer Bildungsanstalten in Karlsruhe, Hannover, Dresden, Darmstadt, Augsburg, München, Nürnberg, Stuttgart
1828	Eröffnung der Technischen Bildungsanstalt Dresden
1871	Umbenennung der Technischen Bildungsanstalt in Dresden in Königlich Sächsisches Polytechnikum
1879	Vereinigung der Bauakademie und der Gewerbeakademie zur Technischen Hochschule Berlin-Charlottenburg
1890	Umbenennung des Königlich Sächsischen Polytechnikums in Sächsische Technische Hochschule zu Dresden
1900	Die Technische Hochschule Dresden erhielt das Promotionsrecht

Technische Probleme wurden vorwiegend innerhalb des spezifischen Anwendungsgebietes behandelt. Allgemeine und methodische Ansätze zur Problemlösung, welche die Grenzen des stofflichen Systems überschritten, waren noch nicht üblich.

Das Fachgebiet Verfahrenstechnik wurde dadurch begründet, dass man einzelne "Grundverfahren" losgelöst von den Produkten betrachtete und erforschte. Dadurch konnte die verwirrende Vielfalt verfahrenstechnischer Vorgänge auf Grundverfahren oder "Unit Operations" zurückgeführt werden. So basieren die in den Bänden A 1 bis A 28 der Ullmann's Encyclopedia beschriebenen ca. 20.000 Herstellungsverfahren auf ca. 60 Grundverfahren, die in den Bänden B 2 und B 3 beschrieben sind /2/.

Das Konzept der "Unit Operations" wurde 1893 von LUNGE in Zürich angeregt und 1915 von ARTHUR D. LITTLE am Massachusetts Institute of Technology (MIT) konkret formuliert. Dort wurde seit 1880 ein "chemical engineer", d. h. ein Maschinenbauingenieur mit speziellen chemischen Kenntnissen, ausgebildet. In Deutschland hatte HAUSBRAND in seinen 1883 bis 1899 herausgegebenen Büchern über Destillieren, Rektifizieren, Trocknen, Verdampfen, Kondensieren eine nach Grundverfahren gegliederte Einteilung gewählt. Die Bücher wurden in mehrere Sprachen übersetzt und fanden im Ausland und insbesondere auch in den USA eine starke Beachtung. HAUSBRAND war Mitarbeiter der Apparatebaufirma Heckmann in Berlin.

In Deutschland bildete sich innerhalb der Chemie im 19. Jahrhundert das Gebiet der Chemischen Technologie heraus. Es beinhaltet Verfahrensbeschreibungen vom Rohstoff bis zum Endprodukt und folgte als stofforientierte Verfahrenskunde den fabrikatorischen Gesichtspunkten. Am Ende des 19. Jahrhunderts waren an fast allen Universitäten in Deutschland Professuren für Chemische Technologie eingerichtet. LUNGE in Zürich und DAVIS in Manchester erkannten, dass eine Betrachtung der einzelnen Verfahrensschritte und der zugehörigen Apparate, losgelöst von den jeweiligen Produktionsprozessen, eine bessere Methode darstellt, um grundsätzliche Erkenntnisse zu gewinnen. DAVIS hat seine Vorstellungen in seinem 1901 in Manchester veröffentlichten "Handbook of Chemical Engineering" dargelegt.

In den USA war mit dem Konzept der Unit Operations auch eine neue Definition der Verhältnisse zwischen Chemie- und Ingenieurwesen verbunden. Daraus folgten regional unterschiedliche Modelle, welche die Beziehung zwischen Berufsausbildung, Organisation der chemischen Betriebe und den Berufsverbänden regelte /4/. Dem Chemieingenieur (Chemical Engineer) oblag die Aufgabe, durch eine optimale Verknüpfung der Grundoperationen den jeweiligen chemischen Produktionsprozess auf der Industrieebene zu konstituieren. Die Aufgabe der Ausbildung, der Beschreibung des Wissensstandes und der Forschung übernahmen zunächst die Universitäten. Bereits 1908 wurde das "American Institut of Chemical Engineers (AIChE)" gegründet.

In Deutschland wurden zwischen 1933 und 1940 von EUCKEN, JAKOB und BERL nach Grundverfahren gegliederte Werke herausgegeben. Erste Vorlesungen zur Verfahrenstechnik wurden 1928 von KIRCHBAUM an der Technischen Hochschule Karlsruhe und etwa im gleichen Zeitraum von SCHMIDT in Danzig angeboten. KIRCHBAUM wurde 1935 ordentlicher Professor und leitete in der Folgezeit in Karlsruhe das Institut für Apparatebau und Verfahrenstechnik. Der VDI lud 1935 zur konstituierenden Sitzung der Arbeitsgemeinschaft Verbrauchsgütertechnik nach Frankfurt ein. Die Arbeitsgemeinschaft änderte im gleichen Jahr noch den Namen in "Arbeitsgemeinschaft für Verfahrenstechnik". Die Leitung wurde von ARNOLD EUCKEN übernommen, der in Göttingen eine Professur für Physikalische Chemie inne hatte. Er bearbeitete Beiträge zum Werk "Der Chemie-

ingenieur“, von dem bis 1940 13 Teilbände vorlagen und die teilweise nach Grundverfahren gegliedert waren. 1938 erfolgte eine weitere Namensänderung in „Fachausschuss Verfahrenstechnik“. Im Fachausschuss arbeiteten führende Persönlichkeiten aus den Hochschulen und der chemischen Industrie zusammen und begründeten das heute noch erkennbare Profil der Verfahrenstechnik in Deutschland. Eine besondere Kennzeichnung dieses Profils ist eine praxisnahe und gleichzeitig grundlagenwissenschaftliche Orientierung.

Während des Krieges kam der Aufbau des Fachgebietes in Deutschland zum Erliegen. 1948 tagte der Fachausschuss wieder unter der Leitung von ERNST SCHMIDT. Es wurden Fachausschüsse für einzelne Gebiete ins Leben gerufen. 1952 wurde die „Gemeinschaftsforschung Verfahrenstechnik (GVT - heute Forschungsgesellschaft für Verfahrenstechnik e.V.)“ gegründet mit dem Ziel, an Hochschulen die Gründung von Forschungseinrichtungen zur Verfahrenstechnik zu fördern. Die erste Institutsgründung fand 1952 in Aachen statt. Es folgte 1966 eine Gründung in Braunschweig. 1959 wurde „Verfahrenstechnik“ als Studienfach bereits an allen bedeutenden Technischen Hochschulen in Deutschland angeboten (1952 Aachen und Dresden, 1953 München und Berlin, 1954 Braunschweig, 1957 Darmstadt). Heute wird die Studienrichtung an 20 Universitäten und ca. 30 Fachhochschulen angeboten.

Die Erforschung der Grundverfahren beinhaltete die Rückführung der Prozessabläufe auf physikalische und chemische Gesetze und führte zu neuen Erkenntnissen. Die Zusammenfassung der für jeweils mehrere Grundoperationen gemeinsamen wissenschaftlichen Grundlagen führte zu den heute innerhalb der Verfahrenstechnik bekannten Lehr- und Forschungsgebieten, wie z.B.

- die Ein- und Mehrphasenströmung
- der Wärme- und Stoffaustausch
- die Reaktionstechnik
- die Thermodynamik der Gemische
- die Bioverfahrentechnik
- die Apparate- und Anlagentechnik
- die Prozesstechnik (Prozesssystemtechnik)
- die Mess-, Steuer- und Regelungstechnik.

So basiert z. B. das Standardwerk zur Berechnung von Wärmeübertragungsvorgängen, der VDI-Wärmeatlas /3/, zum Großteil auf den Forschungsergebnissen verfahrenstechnischer Institute. Durch die Anwendung dieser wissenschaftlichen Erkenntnisse wirkt die Verfahrenstechnik im Verbund mit anderen Wissenschaften in viele Industriezweige hinein.

Die große Nachfrage nach chemischen Gütern und deren Massenproduktion hatte zur Folge, dass die bis zum Anfang des Jahrhunderts vorherrschenden Chargenprozesse für viele Produktgruppen an ihre Grenzen stießen. Diskontinuierlichen Prozessen liegt oft ein einfacher Anlagenaufbau zugrunde, bei ihnen ergeben sich jedoch aufgrund unterschiedlicher Prozessverläufe Schwankungen in der Produktqualität sowie Stillstandszeiten infolge der Füll- und Entleerungsphasen. Kontinuierliche Anlagen erlauben eine Fahrweise in einem für die Stoffumwandlung optimalen Bereich und eine wesentlich bessere Anlagenausnutzung. Damit bestand eine wichtige

Aufgabe für Verfahrenstechniker darin, die im Labor bzw. im Pilotmaßstab diskontinuierlichen Stoffumwandlungen auf kontinuierlichen Anlagen mit einer wesentlich größeren Produktionskapazität zu übertragen. Hierzu mussten sowohl Anlagenkonzepte und Auslegungsrichtlinien erarbeitet und Voraussetzungen zur Regelung der wichtigsten Betriebsparameter geschaffen werden. G. DAMKÖHLER formulierte um 1936 Bilanzgleichungen für kontinuierlich ablaufende Reaktionen in strömenden Systemen und leitete daraus die später nach ihm benannten dimensionslosen Kennzahlen ab. Er legt damit innerhalb der Verfahrenstechnik auch die Grundlagen zur Reaktormodellierung und für das Fachgebiet Reaktionstechnik.

Die Entwicklung wurde in Deutschland auch durch die traditionelle Spezialisierung und Trennung der Berufsstände der Chemiker und Ingenieure beeinflusst. Innerhalb des Vereins Deutscher Chemiker wurde 1918 eine Fachgruppe für chemisches Apparatewesen gegründet, aus der 1926 die DECHEMA – Deutsche Gesellschaft für Chemisches Apparatewesen, Chemische Technik und Biotechnologie – hervorging. Die treibende Persönlichkeit bei dieser Entwicklung war MAX BUCHNER, Chemiker, Forscher und Unternehmer. Ziel war, entsprechend der Satzung “das chemische Apparatewesen durch planvolle Zusammenarbeit zwischen Chemikern, Ingenieuren und Physikern in wissenschaftlicher und technischer Hinsicht zu fördern”. Innerhalb der gegründeten Fachgruppe wurde auch die Idee geboren, die neusten Apparate auf einer Messe zu zeigen und die Konstrukteure (Ingenieure) und Anwender (Chemiker) am Objekt zusammenzuführen. Die Idee wurde 1920 bei der ersten ACHEMA - Ausstellung für Chemisches Apparatewesen – in Hannover mit 75 Ausstellern und 876 Teilnehmern umgesetzt. Die rasante Entwicklung wird deutlich, wenn man die heutigen Zahlen dieser Messe betrachtet. 1997 fand die 25. ACHEMA mit ca. 3500 Ausstellern aus mehr als 30 Ländern und ca. 230000 Besuchern statt. Diese Ausstellung hat sich zur weltweit größten Messe für Chemische Technik, Umweltschutz und Biotechnologie entwickelt.

1974 wurde heftig diskutiert, wer für die Ingenieuraufgaben verantwortlich ist, nachdem die Technische Chemie für sich den Namen Chemieingenieurwesen beanspruchte. Dies führte dazu, dass sich 1974 der Fachausschuss Verfahrenstechnik innerhalb des VDI in VDI-Gesellschaft für Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen (GVC) umbenannte. Als Koordinationsstelle und Dachorganisation der DECHEMA und der GVC wurde 1981 die Deutsche Vereinigung für Chemie und Verfahrenstechnik (GVCV) gegründet. Ingenieure und Chemiker werden bis heute an getrennten Fakultäten ausgebildet. Überlappungen ergeben sich bei der Ausbildung auf dem Gebiet der technischen Chemie innerhalb der Chemikerausbildung und der Verfahrenstechnik, die meist im Maschinenbau angesiedelt ist.

Die Entwicklung der Verfahrenstechnik in der früheren DDR und die Aspekte der Wiedervereinigung wurden auf einem Workshop der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaft erläutert. Die Beiträge wurde in einem Sammelband zusammengefasst /4/.

## 0.4 Die Praxis der Verfahreningenieure

Heute wird verfahrenstechnisches Wissen überall dort genutzt, wo Stoffe mechanisch, thermisch, chemisch oder biologisch umgewandelt werden. Die Zahl der Prozesse ist unübersehbar, so dass die Verfahrenstechnik zu einem erheblichen Teil an der Industrieproduktion beteiligt ist. Hinzu kommt die Umweltschutztechnik, in der verfahrenstechnische Prozesse zu Recyclingmaßnahmen und zum Schutz der Umwelt angewendet werden. Daraus und aus der methodenorientierten Vorgehensweise hat sich ein breites Einsatzgebiet für Verfahreningenieure in fast allen Industriezweigen entwickelt. Die folgenden Tätigkeitsfelder sind in vielen Industriezweigen anzutreffen:

- Entwicklung, Planung und Konstruktion von Apparaten und Anlagen,
- Leitung, Produktionsverbesserung, Inspektion und Instandhaltung in verfahrenstechnischen Betrieben und Produktionseinrichtungen,
- industrielle verfahrens- oder produktorientierte Forschung und Entwicklung,
- Anwendungstechnik, Verkauf oder Einkauf erklärungsbedürftiger verfahrenstechnischer Produkte,
- Forschung und Entwicklung in Hochschulen und Forschungseinrichtungen,
- Tätigkeit in Verwaltungen, Behörden, Organisationen zur technischen Überwachung und im Patentwesen,
- leitende Tätigkeit in Unternehmen und Verbänden,
- Einsatz in der Aus- und Weiterbildung.

### Literatur:

- /1/ "VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen GVC". Jubiläumsschrift anlässlich des Jahrestreffens der Verfahreningenieure 1984 zum 50-jährigen Bestehen der GVC. Saur-Verlag (1984)
- /2/ Ullmann's Encyclopedia of Industrial Chemistry. 5. Auflage, VCH-Weinheim
- /3/ VDI-Wärmeatlas, VDI-Verlag, Düsseldorf
- /4/ Verfahrenstechnik und Wiedervereinigung. W.Fratzscher und K.-P. Meinicke (Hrsg.), Akademie Verlag, Berlin (1997)

## 1 Die Mechanische Verfahrenstechnik

### 1.1 Einordnung der Mechanischen Verfahrenstechnik in das Lehr- und Forschungsgebiet der Verfahrenstechnik

Die Verfahrenstechnik ist die ingenieurwissenschaftliche Disziplin, die sich mit der Stoffumwandlung beschäftigt. Dabei können die Art der Stoffe, ihre Eigenschaften oder die Zusammensetzung eines Stoffgemisches verändert werden. Ziel der Veränderungen ist, nützliche Stoffe mit gewünschten Eigenschaften zu erzeugen (Produktion) oder schädliche Stoffe in unschädliche umzuwandeln (Umweltschutztechnik). Als Ingenieurdisziplin beinhaltet die Verfahrenstechnik auch die technisch wirtschaftliche Umsetzung der Stoffumwandlung in Anlagen, Apparaten und Maschinen. Das schließt die Planung und Entwicklung sowie den Bau und Betrieb solcher Anlagen mit ein. Da dabei zum Teil erhebliche Stoff- und Energiemengen sowie finanzielle Mittel eingesetzt werden, sind auch die mit der Umsetzung verbundenen umweltrelevanten sowie betriebs- und volkswirtschaftlichen Aspekte zu beachten.

Tabelle 1.1.1: Grobe Unterteilung der Verfahrenstechnik

Fachgebiet der VT	Beschreibung
<i>Mechanische Verfahrenstechnik</i>	<i>Veränderung von Stoffen durch mechanische Einwirkungen</i>
Thermische Verfahrenstechnik	Veränderung von Stoffgemischen auf Basis thermischer Prozesse (Diffusionsprozesse)
Chemische Verfahrenstechnik	Veränderung von Stoffen mittels chemischer Reaktion
Bioverfahrenstechnik	Veränderung von Stoffen durch biologische Umwandlung

Die gewünschte Stoffumwandlung geschieht zumeist in mehreren Schritten. So kann z. B. der gewünschte Stoff durch eine chemische Reaktion in der flüssigen Phase gebildet werden und infolge einer Löslichkeitsüberschreitung auskristallisieren. Der Kristallbrei wird im Anschluss mechanisch entfeuchtet, gegebenenfalls gewaschen und wiederum entfeuchtet und danach thermisch getrocknet. Der trockene Feststoff kann dann das Handelsprodukt darstellen. Die einzelnen Stufen stellen sogenannte Grundverfahren (Unit Operations) der Verfahrenstechnik dar. Der Prozess zur gewünschten Stoffumwandlung (verfahrenstechnischer Prozess) entsteht durch die sinnvolle Kombination von geeigneten Grundverfahren.

In vielen Fällen sind den verfahrenstechnischen Prozessstufen verarbeitungstechnische Stufen nachgeschaltet. Die Verarbeitungstechnik beinhaltet die Analyse, Synthese und Realisierung von Prozessen, bei denen die Stoffe geformt und zu definierten Einheiten abgepackt bzw. abgefüllt werden. Dabei werden auch die notwendigen Transportprozesse und Lageänderungen der Materialien mit eingeschlossen. Die Verarbeitungstechnik ist demnach ein spezielles Gebiet des Maschinenbaus, das aufgrund der Kopplung von verfahrenstechnischen und verarbeitungstechni-

schen Prozessstufen eng mit der Verfahrenstechnik verbunden ist.

Die mechanische Verfahrenstechnik ist der Teil der Verfahrenstechnik, bei dem eine Stoffumwandlung durch mechanische Einwirkung erreicht wird (Tabelle 1.1.1). Die mechanische Einwirkung ist meist mit der Wirkung mechanischer Kräfte verbunden. Auf diese Weise kann man Stoffelemente (Partikel) bis herab zu ca. 1  $\mu\text{m}$  unmittelbar beeinflussen. Auch kleinere Partikel können noch durch äußere Kräfte beeinflusst werden, jedoch nehmen die Wechselwirkungen zwischen den Partikeln, zwischen den Partikeln und den Wänden sowie mit dem umgebenden Medium mit kleiner werdender Partikelgröße stark zu. Die ablaufenden Vorgänge werden ab diesem Größenbereich daher nicht nur durch die äußere Krafteinwirkung bestimmt.

In der mechanischen Verfahrenstechnik hat man es häufig mit Partikeln, die in einem Gas oder in einer Flüssigkeit dispergiert sind, zu tun. Der Begriff Partikel wird sehr allgemein verwendet, so dass es sich dabei neben Feststoffen auch um Tropfen oder Mikroorganismen handeln kann. Innerhalb der mechanischen Verfahrenstechnik beschäftigt man sich damit, entsprechende Stoffsysteme zu beschreiben, ihre Eigenschaften zu erfassen und zu verändern. So werden z. B. die Partikelgröße bzw. Partikelgrößenverteilung, die Partikelform sowie der Grenzflächenzustand beschrieben. Man beschäftigt sich mit Trennverfahren zwischen Feststoffen und Fluiden (Klassieren, Sortieren, Abscheiden, Filtrieren, Zentrifugieren), Mischvorgängen (Rühren, Kneten, Wirbelschichttechnik) sowie Zerkleinerungs- (Mahlen, Brechen) und Agglomerationsprozessen (Flockung, Tablettieren, Brikettieren). Weitere Teilgebiete sind das Lagern von Schüttgütern in Bunkern und Silos sowie die Beschreibung des Fließverhaltens von Schüttgütern. Viele Veränderungen der dispersen Systeme beruhen auf Kraftwirkungen auf Basis von Strömungsvorgängen. Daher ist die Beschreibung und die Erfassung mehrphasiger Strömungsvorgänge auch ein Teilgebiet der mechanischen Verfahrenstechnik. Hierzu gehören auch der Transport von Feststoffen in strömenden Flüssigkeiten und Gasen (hydraulisches und pneumatisches Fördern).

Im molekularen Bereich sind die Wechselwirkungen zwischen den Molekülen sowie die Ausgleichsvorgänge aufgrund der Diffusion die bestimmenden Vorgänge. Diese können wesentlich durch Temperaturänderung beeinflusst werden. Die Nutzung dieser Effekte zur Stoffumwandlung stellt das Gebiet der thermischen Verfahrenstechnik dar. Typische Grundverfahren der thermischen Verfahrenstechnik sind z. B. die Extraktion, die Trocknung, die Eindampfung und die Destillation.

## 1.2 Übersicht über die behandelten Stoffsysteme

In der mechanischen Verfahrenstechnik hat man es hauptsächlich mit mehrphasigen (heterogenen) Stoffsystemen zu tun. In diesem Zusammenhang ist eine Phase ein einheitlicher Anteil einer Materie. An allen Stellen dieses Anteils sind die physikalischen Eigenschaften und die Zusammensetzungen konstant. Die einzelnen Phasen sind durch eine Phasengrenze voneinander abgetrennt. Bei mehrphasigen Systemen gibt es eine kontinuierliche bzw. zusammenhängende Phase und eine disperse Phase, die in einzelne Teile aufgeteilt ist. Die einzelnen Phasen können in verschiedenen Aggregatzuständen vorliegen und entsprechend können verschiedene mehrphasige (disperse) Systeme unterschieden werden (Tabelle 1.2.1).

Tabelle 1.2.1: Übersicht über mehrphasige Systeme

kontinuierliche Phase	disperse Phase	Bezeichnung	Beispiel
gasförmig	fest	Rauch, Staub, Pulver	Stäube in Abgasen
	flüssig	Nebel, Tropfenschwärm	Nebel
flüssig	fest	Suspensionen	Partikelschwärme, Sedimente
	flüssig	Emulsionen	Milch
	gasförmig	Schaum, Blasenschwärm	Blasensäulen
fest	fest	Legierungen	heterogene Legierungen, Keramik
	flüssig		nasser Schwamm, organische Gewebe
	gasförmig	feste Schäume, poröse Festkörper	Schaumstoffe, Adsorbentien, Sinterwerkstoffe, mikroporöse Membranen

Bei der Benennung der Systeme wird üblicherweise die disperse Phase zuerst genannt. So bilden Öltröpfchen, die in Wasser emulgiert sind, eine Öl-Wasser-Emulsion. Im Fall von komplex-dispersen Systemen sind mehrere Stoffe heterogen verteilt. Ein Beispiel hierfür ist z. B. Schokolade, bei der Zuckerkristalle, Kakaofeststoffteilchen und Zusatzstoffe dispers in der Kakaobuttermasse verteilt sind. Der Übergang zwischen homogenen Lösungen und Dispersionen ist fließend. Je nach Problemstellung wird eine Komponente eines Gemisches als separate Phase betrachtet oder das gesamte Stoffsystem wie ein homogener Stoff behandelt. Entsprechend der Teilchengröße der dispersen Phase unterscheidet man zwischen einem

- molekulardispersen System      Teilchengröße:  $< 10^{-9}$  m
- kolloiddispersen System      Teilchengröße:  $10^{-9} - 10^{-6}$  m
- grobdispersen System      Teilchengröße:  $> 10^{-6}$  m.

Die mechanischen Verfahrenstechnik beschäftigte sich für lange Zeit hauptsächlich mit grobdispersen Stoffsystemen. Seit Ende des 20. Jahrhunderts hat sich jedoch das Interesse der Forschung zunehmend in den kolloiddispersen Bereich verlagert. Im Zusammenhang mit Filtermedien, Membranen, porösen Feststoffen und Schüttungen ist auch die Untersuchung von mikroporösen Strukturen in der mechanischen Verfahrenstechnik von Interesse.

Die entwickelten Theorien und Messmethoden zur Erfassung und Charakterisierung der Stoffsysteme werden vertieft in der Vorlesung "Partikelmesstechnik" behandelt.

### 1.3 Literatur

Aktuelle Forschungs- und Entwicklungsergebnisse zur Mechanischen Verfahrenstechnik werden in Fachzeitschriften veröffentlicht. Einige deutschsprachige sowie international bekannte Zeitschriften sind im Folgenden genannt:

- AICHE-Journal, American Institute of Chemical Engineers
- Aufbereitungstechnik, Bauverlag Wiesbaden
- Chemical Engineering Science, Elsevier
- Chemical Engineering & Technology, Wiley-VCH
- Chemie-Ingenieur-Technik, Wiley-VCH
- Chemische Technik, Verlag für Grundstoffindustrie
- Filtrieren und Separieren, Umschau Zeitschriftenverlag
- Filtration and Separation, Elsevier
- Powder Technology, Elsevier
- Staub - Reinhaltung Luft, Springer Verlag

Folgende Bücher bieten eine zusammenfassende Darstellung des Gesamtgebietes bzw. beschreiben Grundlagen der mechanischen Verfahrenstechnik:

- Ullmann's Encyclopedia of Industrial Chemistry, Volume B 2 (5. Auflage), VCH-Verlagsgesellschaft, Weinheim (1988)
- Löffler, F.; Raasch, J.: Grundlagen der Mechanischen Verfahrenstechnik. Vieweg, Wiesbaden (1992)
- Grassmann, P.: Physikalische Grundlagen der Verfahrenstechnik. 3. Auflage; Otto Salle Verlag, Frankfurt am Main (1982)
- Stieß, M.: Mechanische Verfahrenstechnik. Band 1 und Band 2, Springer-Verlag, Berlin (1992)
- Schubert, H. (federführender Autor): Mechanische Verfahrenstechnik. 3., erw. u. durchges. Aufl., Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig (1990)
- Zogg, M.: Einführung in die Mechanische Verfahrenstechnik. 2., neubearb. u. erw. Aufl., B. G. Teubner, Stuttgart (1987)
- Dialer, K.; Onken, U.; Leschonski, K.: Grundzüge der Verfahrenstechnik und Reaktionstechnik. Sonderdruck aus Winnacker/Küchler, Chemische Technologie, Band 1, München (1984), Hanser, Wien (1986)
- Schubert, H.: Aufbereitung fester mineralischer Rohstoffe. Band 2: Sortierprozesse. 4., neubearb. Aufl., Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig (1996)
- Brauer, H.: Grundlagen der Ein- und Mehrphasenströmung. Otto Salle Verlag, Frankfurt (1971)

## 2 Eigenschaften disperser Systeme und ihre Beschreibung

### 2.1 Grundsätzliches zur Kennzeichnung von dispersen Systemen

Disperse Stoffsysteme in Form von Suspensionen, Stäuben, Pulvern und Schüttgütern sind als natürliche und künstliche Produkte häufig anzutreffen. Ein Gebiet der mechanischen Verfahrenstechnik beschäftigt sich mit der eindeutigen Kennzeichnung solcher Stoffsysteme und der Beschreibung ihrer Eigenschaften. Die Notwendigkeit zur Kennzeichnung ist mit der Entwicklung von optimalen Produkten oder Verfahren gekoppelt. Da die disperse Phase in Form von Partikeln vorliegt, spricht man in diesem Zusammenhang auch häufig von der Partikeltechnik bzw. Partikelmesstechnik (PMT). Partikel können im weitesten Sinne Feststoffe, Tropfen, Mikroorganismen oder Agglomerate darstellen. Der disperse Zustand eines solchen Stoffsystems wird u. a. durch folgende Parameter (Dispersitätseigenschaften) charakterisiert:

- die Partikelgröße bzw. Partikelgrößenverteilung,
- die Partikelform,
- die Raumaufüllung der dispersen Phase (ausgedrückt z. B. als Feststoffkonzentration) und ihre Gleichmäßigkeit (Konzentrationsverteilung),
- der Agglomerationsgrad.

Der disperse Zustand beeinflusst eine Vielzahl von Produkteigenschaften, wie z. B.

- das Fließverhalten von Suspensionen und Schüttgütern,
- das Separationsverhalten in Trennprozessen,
- die Mischbarkeit und das Verhalten in Mischungen,
- die optischen Eigenschaften der Produkte,
- das Lösungs-, Zünd- und Explosionsverhalten,
- die sensorischen Eigenschaften bei Lebensmitteln sowie
- die optischen Eigenschaften.

Die Gewährleistung einer bestimmten festgelegten Produktqualität ist daher oft an die Einhaltung von zuvor genannten Parametern gekoppelt. Es existiert der folgende Zusammenhang:

$$Q_i = f(E_1, E_2, \dots, E_n) \quad (2.1.1)$$

$Q_i$  = qualitätsbestimmende Produkteigenschaft

$E_j$  = Dispersitätseigenschaft oder sonstige physikalische Größe

Wenn die sogenannte "Eigenschaftsfunktion" entsprechend Gleichung 2.1 bekannt ist, können qualitätsrelevante Eigenschaften der Produkte über die Messung von Dispersitätseigenschaften bestimmt und kontrolliert werden.

Einige Eigenschaften der Einzelpartikel haben Auswirkungen auf das gesamte Partikelkollektiv. So bestimmen die Oberflächeneigenschaften eines Partikels die Fähigkeit zur Agglomeratbildung und die Partikelfestigkeit das Bruchverhalten und damit den Zustand des Kollektivs nach einer Beanspruchung.

Es ist nicht immer notwendig, die disperse Struktur zu erfassen. Einige Problemstellungen erlauben es auch, disperse Systeme idealisiert wie ein Kontinuum zu behandeln. Es werden in solchen Fällen ermittelte Eigenschaften zugeordnet (z. B. Dichte, Fließverhalten), die mit den physikalischen Gesetzen für homogene Materialien zu vernünftigen Ergebnissen führen. Es kann so z. B. das Verhalten eines Stoffes innerhalb einer Apparatur oder während eines Verarbeitungsschrittes erfasst werden.

In anderen Fällen ist es notwendig, die zum Teil komplexe und irreguläre Struktur der Systeme aufzuklären und zu erfassen. So kann z. B. nur auf diese Weise der Anteil der Partikel, die von einem Sieb abgetrennt werden, bestimmt werden. Häufig benutzt man in solchen Zusammenhängen auch Modelle, die von der tatsächlichen Struktur abweichen und eine einfachere mathematische Behandlung erlauben und trotzdem für das jeweilige Problem ausreichend genaue Ergebnisse liefern. Ein sehr typisches Modell ist das der Äquivalentkugel. Das ist jene Kugel, die in einem bestimmten geometrischen oder physikalischen Merkmal (z. B. dem Volumen) dem betrachteten (irregulär geformten) Partikel gleicht. Der Durchmesser dieser Kugel wird als Maß für die Partikelgröße verwendet. Man spricht dann vom *Äquivalentdurchmesser* für das gewählte *Merkmal* (z. B.: *Äquivalentdurchmesser für das Volumen* oder *volumenäquivalenter Durchmesser*).

## 2.2 Konzentrationsangaben

Zur Angabe der stofflichen Zusammensetzung werden u. a. die Mengenanteile der dispersen Phase und der kontinuierlichen Phase angegeben. Allgemein gilt für den Volumenanteil einer Phase  $i$

$$\varphi_i = \frac{V_i}{V_{ges}} \quad (2.2.1)$$

Es gilt:  $\sum \varphi_i = 1$

Bei dispersen Systemen mit einer fluiden Phase wird meist der Anteil der dispersen Phase angegeben. Man spricht in diesem Fall auch von einer Volumenkonzentration.

$$c_V = \frac{V_D}{V_{ges}} = \varphi_D \quad (2.2.2)$$

Im Allgemeinen wird von einer Konzentration gesprochen, wenn man die Mengenangabe auf das Gesamtvolumen bezieht. Häufig verwendet man auch die Massen-Konzentration

$$c = \frac{m_D}{V_{ges}}; \quad m_D = \rho_D V_D \quad (2.2.3)$$

Gebräuchlich ist auch die Angabe einer Beladung. In diesem Fall wird die Mengenangabe auf eine Komponente bezogen, so dass gilt:

$$X_i = \frac{m_i}{m_{\text{Bezugskomponente}}} \quad (2.2.4)$$

Eine Beladung  $X_i > 1$  ist prinzipiell möglich. Als Bezugskomponente wählt man vorzugsweise einen Stoff, der innerhalb eines verfahrenstechnischen Prozesses nicht verändert wird (z. B. der Anteil des trockenen Feststoffes innerhalb eines Trockners).

Oft spricht man bei einem Volumenanteil des Feststoffes von ca. 0,1 % bereits von einer geringen Konzentration. Zur Verdeutlichung dieses Wertes kann man einen Idealfall betrachten, bei dem der Feststoff als gleichgroße kugelförmige Partikel vorliegt und die gleichmäßig im Raum verteilt sind. In einem Volumenelement mit der Kantenlänge  $z$  sei ein Partikel mit dem Durchmesser  $d$  enthalten. Die Konzentration  $c_V$  ergibt sich damit zu:

$$c_V = \frac{V_D}{V_{ges}} = \frac{d^3 \pi}{6 z^3} = \left( \frac{d}{z} \right)^3 \frac{\pi}{6} \quad (2.2.5)$$

Folgende Zahlenwerte kann man damit berechnen:

d/z	$c_v$	$\underline{c}_v, \%$
0,100	0,00052	0,052
0,125	0,00102	0,102
0,200	0,00419	0,419
0,500	0,06545	6,545

Daraus kann man entnehmen, dass bei der Volumenkonzentration von 0,1 % der Abstand der Partikelmittelpunkte das Achtfache des Durchmessers beträgt.

### Beispiel zur Umrechnung der Mengenarten

Von einer wässrigen Sandaufschlämmung wird mittels Eintrocknen der Feststoffgehalt (Feststoffanteil) zu 10 Ma.-% bestimmt. Rechnen Sie diesen Wert in eine Massenkonzentration (kg Sand/m<sup>3</sup>) um! Rechnen Sie mit Massendichten von 2500 kg/m<sup>3</sup> und 1000 kg/m<sup>3</sup> für Sand bzw. Wasser!

- anschauliches Herangehen:

- 1 Tonne Suspension = 100 kg Sand + 900 kg Wasser
- 100 kg Sand** = 0,04 m<sup>3</sup> = **40 l Sand** (100 kg ÷ 2500 kg/m<sup>3</sup>)  
*Hinweis:* eine Sandschüttung ist porös, nimmt also ein größeres Volumen ein als der reine Feststoff (z. B. beträgt bei einer Porosität von 50 % das Schüttungsvolumen 80 l)
- 900 kg Wasser** = 0,9 m<sup>3</sup> = **900 l Wasser** (900 kg ÷ 1000 kg/m<sup>3</sup>)
- Massenkonzentration** = 100 kg Sand / 0,94 m<sup>3</sup> Suspension = **106 kg/m<sup>3</sup>**.

- abstraktes Herangehen (mathematische Beschreibung)

- Massenkonzentration: 
$$c_{m,1} = \frac{m_1}{V_1 + V_2}$$
- Elimination von  $V_i$ : 
$$c_{m,1} = \frac{m_1}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}$$
- Elimination von  $m_i$ : 
$$c_{m,1} = \frac{w_1 \cdot m_{ges}}{\frac{w_1 \cdot m_{ges}}{\rho_1} + \frac{w_2 \cdot m_{ges}}{\rho_2}} = \frac{\rho_1}{1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{1 - w_1}{w_1}}$$
- Ergebnis: 
$$c_{m,1} = \frac{2500 \text{ kg/m}^3}{1 + 2,5 \cdot \frac{0,9}{0,1}} = 106 \text{ kg/m}^3$$

### 2.3 Mittlere Dichte

Die Dichte ergibt sich zu:

$$\rho = \frac{m}{V_{ges}} \quad (2.3.1)$$

Einem dispersen System kann eine mittlere Dichte zugeordnet werden, für die gilt:

$$\rho_m = \frac{\sum m_i}{V_{ges}} = \sum c_{V,i} \cdot \rho_i \quad (2.3.2)$$

Bei der Summenbildung werden die kontinuierliche Phase sowie alle dispersen Phasen berücksichtigt. Für ein disperses System mit einer dispersen Phase (D) und einer fluiden Phase (fl) gilt:

$$\rho_m = c_{V,D} \cdot \rho_D + (1 - c_{V,D}) \cdot \rho_{fl} \quad (2.3.3)$$

## 2.4 Schüttungen, Packungen, poröse Materialien

Schüttgüter liegen im Allgemeinen als Schüttungen oder Haufwerke vor. Sie sind porös und die Partikel sind dabei zufällig angeordnet. Bei Schüttgütern und porösen Medien ist die Angabe der Porosität  $\varepsilon$  üblich. Dabei handelt es sich um den Volumenanteil des Lückenvolumens  $V_L$ .

$$\varepsilon = \frac{V_L}{V_{ges}} \quad (2.4.1)$$

Bei einer Schüttung (Haufwerk) gilt für den Volumenanteil der dispersen Phase (Packungsdichte):

$$\varphi_D = 1 - \varepsilon = \frac{V_D}{V_{ges}} \quad (2.4.2)$$

Da bei einer zufälligen Anordnung der Partikel kein Querschnitt ausgezeichnet ist, ist auch die Flächenporosität aller Schnittebenen konstant, so dass in diesem Fall gilt:

Flächenporosität = Volumenporosität

Bei Schüttungen in Behältern und Kolonnen ist zu berücksichtigen, dass das Verhältnis der Partikelgröße zum Durchmesser eines Behälters die radiale Porositätsverteilung beeinflusst, da die Hohlräume in Wandnähe größer als in der Mitte der Schüttung sind. Erst ab einem Verhältnis Behälterdurchmesser zu Partikelgröße  $> 20$  kann der Wandeffekt bei vielen Betrachtungen vernachlässigt werden.

Als Packungen bezeichnet man im Allgemeinen reguläre Strukturen. So können bei Kugeln gleicher Größe sechs verschiedene Packungen unterschieden werden. Die rhomboedrische Packung ist mit einer Porosität von 25,95 % die dichteste und die kubische Packung mit einer Porosität von 47,62 % die loseste Packung. Zwischen diesen beiden Extremwerten gibt es vier weitere reguläre Anordnungen.

Neben Schüttungen und Packungen werden in der Verfahrenstechnik eine Vielzahl anderer poröser Materialien, wie z. B. Gesteine, Sintermetalle, Keramik und Filtermedien, angewendet. Viele Eigenschaften dieser porösen Medien verändern sich mit der Porosität, wie z. B.

- die Durchströmbarkeit bzw. der Strömungswiderstand,
- Festigkeitswerte (z. B. Zugfestigkeit, Schubfestigkeit),
- die Verformbarkeit.

Oft wird bei dispersen Systemen angenommen, dass sich die Eigenschaften stetig mit der Porosität verändern und Werte annehmen, die zwischen denen des reinen fluiden Mediums und denen des Feststoffes liegen. Aus Abbildung 2.4.1 wird jedoch deutlich, dass z. B. das Vermögen, eine

Schubkraft zu übertragen, beim Übergang von der Suspension zum Haufwerk stark zunehmen muss.

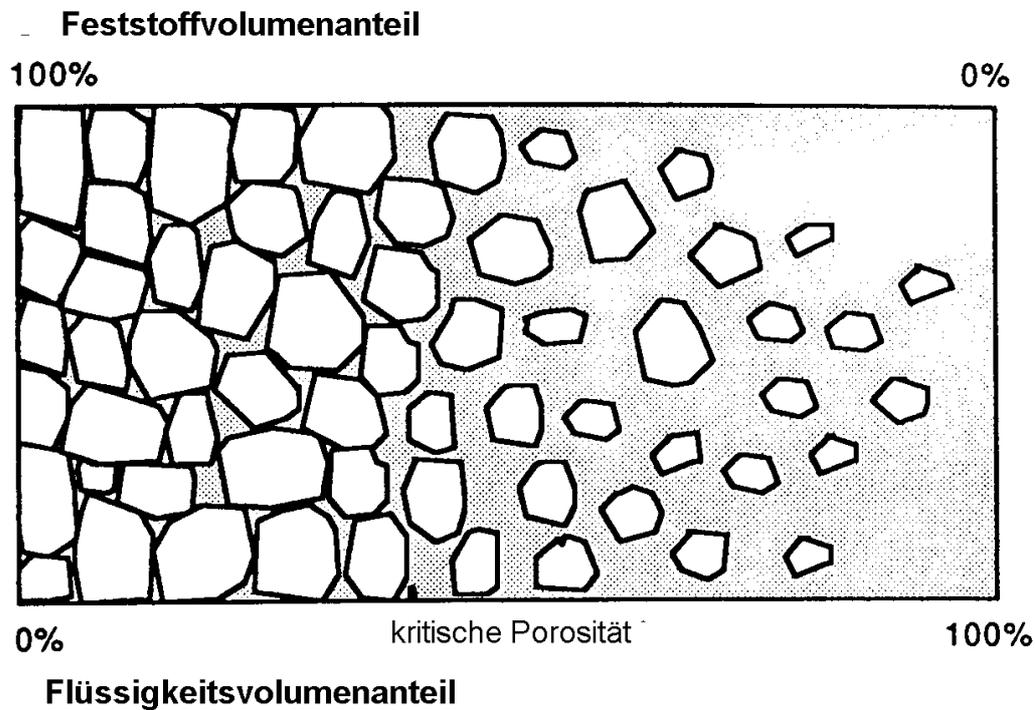
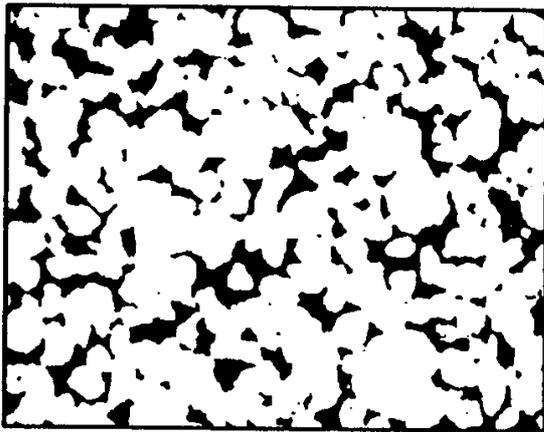


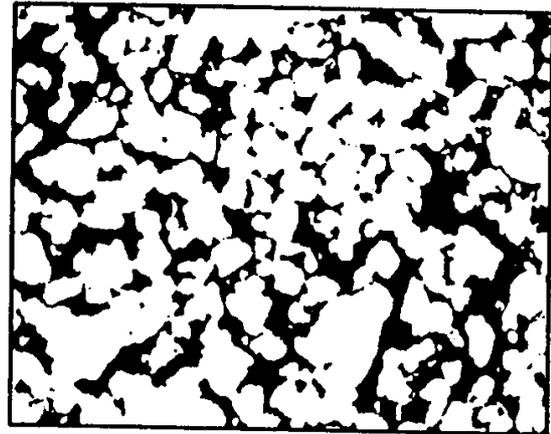
Abbildung 2.4.1: Schematische Darstellung des Übergangs von der Dispersion zum Haufwerk

Die Feststoffkonzentration, bei der entsprechend starke Veränderungen auftreten, wird als kritische Konzentration bezeichnet. Eine entsprechend kritische Konzentration beobachtet man z. B. auch bei der Durchströmbarkeit poröser Strukturen, und zwar in dem Bereich, in dem zwar eine poröse Struktur vorliegt, jedoch die Porenkanäle unterbrochen werden, so dass eine Durchströmbarkeit nicht mehr gewährleistet ist. Eine entsprechende kritische Feststoffkonzentration tritt bei körnigen Systemen im Bereich von 5 bis 10 % auf.

Neben der Porosität werden die Eigenschaften auch wesentlich von der Porenstruktur bestimmt, die z. B. durch die Porengeometrie, die Verbindung zwischen den Poren, der Porengröße und der Rauigkeit der inneren Oberfläche beschrieben werden kann. Oft sind die aufgeführten Parameter wiederum von der Porosität abhängig. Abbildung 2.4.2 zeigt z. B. Querschnitte von Sandstein, bei denen man erkennt, dass mit größer werdender Porosität auch die Verbindungen zwischen den Poren sich öffnen, so dass die Durchströmbarkeit auch durch diesen Effekt noch wesentlich vergrößert wird.



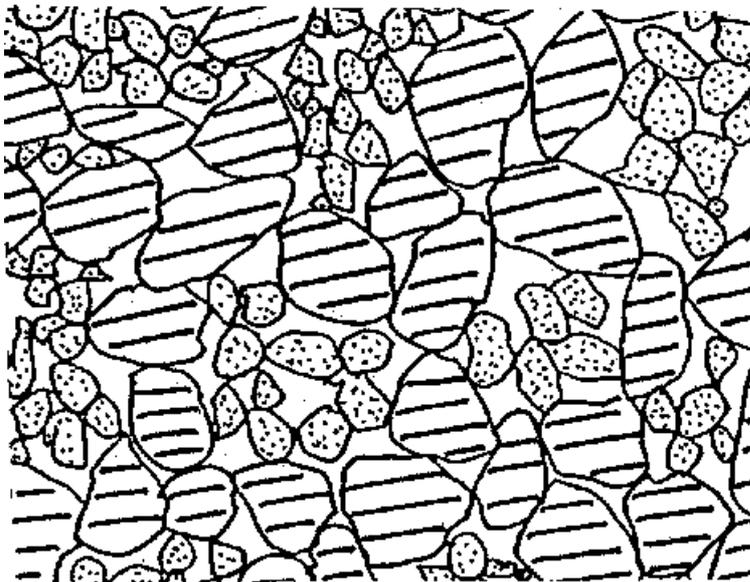
$$\phi = 15.2\%$$



$$\phi = 22.1\%$$

Abbildung 2.4.2: Querschnittsflächen von Sandsteinproben mit unterschiedlicher Porosität

Bei Schüttungen aus Partikeln verschiedener Größen lagern sich kleine Partikel zwischen den Hohlräumen großer Partikel an (siehe Abbildung 2.4.3).



Dadurch werden die Porosität und die Zahl der Kontaktpunkte zwischen den Partikeln wesentlich verändert. Man erkennt an Hand der Abbildung auch, dass die Koordinationszahl (Zahl der Kontaktpunkte eines Partikels mit Nachbarpartikeln) von der Partikelgröße abhängig ist. Die Kontaktpunkte beeinflussen z. B. in starkem Maße die Kraftübertragung beim Vorhandensein von Feststoff- oder Flüssigkeitsbrücken und damit die spezifischen Festigkeitskennwerte eines entsprechenden Produktes.

Abbildung 2.4.3: Schematische Darstellung der Partikelanordnung bei unterschiedlich großen Partikeln

## 2.5 Kennzeichnung und Darstellung von Partikelkollektiven

### 2.5.1 Partikelmerkmale - Mengenarten

Eine Gesamtmenge von Partikeln (Partikelkollektiv) soll hinsichtlich der Größe geordnet und durch die zur jeweiligen Größe zugehörigen Mengenangaben gekennzeichnet werden. Die Menge der Teilchen in einer Klasse kann in verschiedener Art bestimmt und angegeben werden:

Mengenart	Dimension	Kennzeichnung mit Index
Anzahl	$L^0$	$r = 0$
Länge	$L^1$	$r = 1$
Fläche	$L^2$	$r = 2$
Volumen	$L^3$	$r = 3$
Masse	$L^3$	$r = 3^*$

Die Häufigkeitsverteilung der Partikelgröße bezogen auf eine bestimmte Mengenart wird im Allgemeinen als Partikelgrößenverteilung bezeichnet. In Abhängigkeit von der Mengenart sind die folgende Partikelgrößenverteilungen zu unterscheiden:

$r = 0$	Anzahlverteilung
$r = 1$	Durchmesserverteilung
$r = 2$	Flächenverteilung
$r = 3$ bzw. $3^*$	Volumen- oder Massenverteilung

Praktisch bedeutsam sind die Volumenverteilung und die Anzahlverteilung. Die Volumenverteilung wird in den meisten stoffwandlungstechnischen Prozessen verwendet, wenn das Partikelvolumen oder die Partikelmasse für die Eigenschaften oder die Zusammensetzung des Systems entscheidend ist. Die Anzahlverteilung wird beispielsweise bei der Überwachung von Partikelkontaminationen, z. B. in der Reinraumtechnik, angewendet.

Eine Partikelgrößenverteilung wird üblicherweise als Verteilungsdichtefunktion  $q_r(x)$  oder als Verteilungssummenfunktion  $Q_r(x)$  dargestellt. Die Abbildung 2.5.1 zeigt eine Häufigkeitsverteilung in Form eines Histogramms mit der Klassenbreite  $\Delta x$ .

Wie in Abschnitt 2.5.2 noch gezeigt wird, sind die Mengenarten ineinander umrechenbar (konvertierbar). Dennoch werden für die Messung von Partikelgrößenverteilungen für verschiedene Mengenarten bestimmte Messprinzipien bevorzugt eingesetzt. Dies gilt insbesondere für die Messung von Anzahlverteilungen, wofür im Allgemeinen Zählverfahren verwendet werden, die simultan eine Partikelgrößen- und Partikelanzahlbestimmung realisieren. Als Beispiele für mengenartspezifische Messverfahren wären zu nennen:

- $r = 0$  Zählverfahren, z. B. Coulter Counter, optische Partikelzähler, manuelles Auszählen  
 $r = 1$  z. B. Unterbrechung eines Laserlichtstrahles, der über Partikel bewegt wird => Sehne  
 $r = 2$  optische Verfahren mit Auswertung der Projektionsflächen, z. B. Bildauswertung  
 $r = 3$  Siebung, Sedimentationsverfahren, optische Messverfahren (z. B. Laserbeugungsspektroskopie), Bestimmung der Menge einer Klasse z. B. über eine Wägung. Ist die Materialdichte unabhängig von der Partikelgröße, dann folgt daraus das Partikelvolumen.

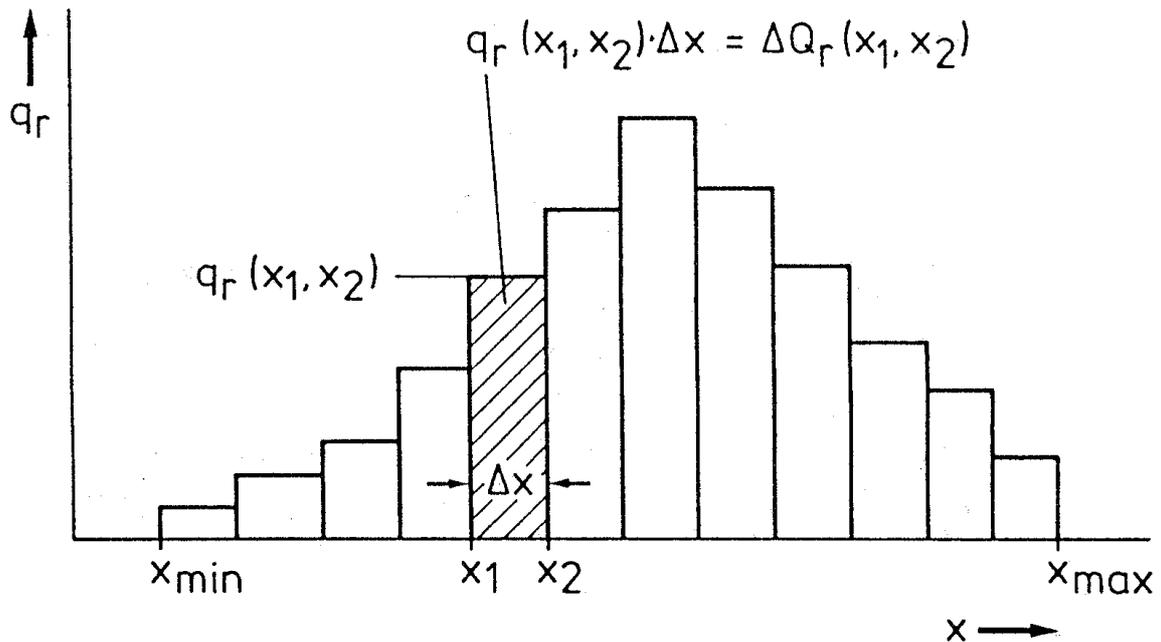


Abbildung 2.5.1: Histogramm einer Partikelgrößenverteilung

Kennzeichnend für eine Teilchenklasse (Fraktion) ist:

Intervallbreite: 
$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1} \quad (2.5.1)$$

mittlere Teilchengröße im Intervall: 
$$\bar{x} = \frac{x_i + x_{i-1}}{2} \quad (2.5.2)$$

Die Menge im Intervall kann beschrieben werden mit

der Verteilungsdichte:

$$q_{r,i}(x) = \frac{\text{Teilmenge im Intervall } i}{\text{Gesamtmenge} \cdot \text{Intervallbreite}} \quad (2.5.3)$$

z. B.

$$q_{3,i}(x_i) = \frac{m_i}{m_{\text{ges}} \Delta x_i} \quad (2.5.4)$$

Dabei wird berücksichtigt, dass die absolute Menge, die in einem Intervall enthalten ist, auch von der jeweiligen Intervallbreite abhängt.

Man kann auch den Anteil der Gesamtmenge, der kleiner als eine bestimmte mittlere Teilchengröße ist, betrachten. Bei dieser Betrachtung geht man von einer für das jeweilige Problem physikalisch sinnvollen kleinsten Partikelgröße aus ( $x_{\min}$ ).

$$Q_r(x) = \frac{\text{Teilmenge mit } x \leq x_i}{\text{Gesamtmenge}} \quad (2.5.5)$$

z. B.

$$Q_3(x) = \frac{\sum_{x_{\min}}^{x_i} m_i}{m_{\text{ges}}} = \sum_{x_{\min}}^{x_i} q_{3,i} \Delta x_i \quad (2.5.6)$$

Man spricht in diesem Fall von der Verteilungssummenfunktion  $Q_r(x)$  oder Durchgangskurve. Bei einer Siebanalyse repräsentiert die Durchgangssumme den Anteil der Partikel, welche die Maschen eines Siebes mit der Maschenweite  $x$  passierten. Die Funktion  $(1 - Q_r(x))$  stellt entsprechend die Rückstandskurve dar.

Macht man den Grenzübergang  $\Delta x \rightarrow dx$ , so erhält man für den Zusammenhang von Verteilungsdichte- und Verteilungssummenfunktion:

$$Q_r(x_i) = \int_{x_{\min}}^{x_i} q_r(x) dx \quad (2.5.7)$$

bzw.

$$q_r(x) = \frac{d Q_r(x)}{dx} \quad (2.5.8)$$

Die Verteilungssummenfunktion  $Q_r(x)$  gewinnt man also durch Integration über die Verteilungsdichtefunktion  $q_r$  im Bereich von  $x_{\min}$  bis  $x$ . Umgekehrt stellt die Verteilungsdichte  $q_r(x)$  die erste Ableitung der Verteilungssummenfunktion  $Q_r(x)$  an der Stelle  $x$  dar (siehe Abbildung 2.5.2).

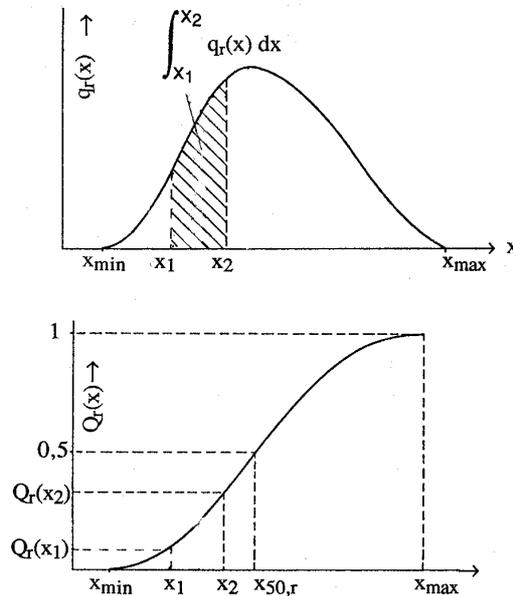


Abbildung 2.5.2: Zusammenhang zwischen der Verteilungsdichtefunktion  $q_r(x)$  und der Verteilungssummenfunktion  $Q_r(x)$

Beträgt beispielsweise der Funktionswert von  $Q_r(x) = 0,1$ , bedeutet dies, dass 0,1 Mengenanteile (10 %) kleiner und folglich 0,9 Mengenanteile (90 %) größer als die Partikelgröße  $x$  sind. Man bezeichnet die Partikelgröße in diesem Fall mit  $x_{10,r}$ . Der Medianwert der Partikelgrößenverteilung  $x_{50,3}$  beschreibt die Flächenhalbierende der Verteilungsdichtefunktion, d.h., 50 % der Partikel bezogen auf die Mengenart  $r$  sind kleiner bzw. größer als  $x_{50,r}$ .

Den Mengenanteil im Größenintervall  $x_1$  und  $x_2$  erhält man durch die geeignete Wahl der Integrationsgrenzen:

$$Q_r(x) \Big|_{x_1}^{x_2} = Q_r(x_2) - Q_r(x_1) = \int_{x_2}^{x_2} q_r(x) dx = \int_{x_{\min}}^{x_2} q_r(x) dx - \int_{x_{\min}}^{x_1} q_r(x) dx \quad (2.5.9)$$

Außerdem gilt als Normierungsbedingung:

$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} q_r(x) dx = Q_r(x_{\max}) = 1 \quad (2.5.10)$$

## 2.5.2 Umrechnung von Verteilungen

Oft ist es erforderlich, eine Verteilung, die z. B. als Masseverteilung vorliegt, in eine Anzahlverteilung umzurechnen. Die Umrechnung ist dann einfach, wenn die Zusammenhänge zwischen den Mengenarten durch einen funktionalen Zusammenhang in Form einer ganzzahligen Potenz der Partikelgröße gegeben sind, z. B.

Kugel mit dem Durchmesser  $x$ ;  
 Volumen  $V \sim x^3$   
 Oberfläche  $S \sim x^2$

Auch darf die Partikelform nicht von der Partikelgröße abhängen.

Wenn die Voraussetzungen erfüllt sind, kann z. B. eine Anzahlverteilung in eine Volumenverteilung umgerechnet werden.

$$q_3(x_i) = \frac{x_i^3 q_0(x_i)}{M_{3,0}} \quad (2.5.11)$$

mit

$$M_{3,0} = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^3 q_0(x) dx \quad (2.5.12)$$

$M_{3,0}$  ist das 3. vollständige Anfangsmoment der Anzahlverteilung ( $q_0(x)$ -Verteilung).

Betrachtet man Partikelfractionen, so gilt in Summenschreibweise:

$$M_{3,0} = \sum_n x_n^3 q_0(\bar{x}_n) \Delta x_n v$$

Allgemein gilt für die Konvertierung der Anzahlverteilung  $q_0(x)$  in die Mengenart  $k$ :

$$q_k(\bar{x}_i) = \frac{\bar{x}_i^{-k} q_0(\bar{x}_i)}{M_{k,0}} \quad (2.5.13)$$

$$\text{mit } M_{k,0} = \sum_n x_n^k q_0(\bar{x}_n) \Delta x_n$$

Entsprechend kann man für die Konvertierung einer beliebigen Mengenart in die Mengenart '0' auch schreiben:

$$q_0(\bar{x}_i) = \frac{\bar{x}^{-k} q_k(\bar{x}_i)}{\sum_n \bar{x}_n^{-k} q_k(\bar{x}_n) \Delta x_n} \quad (2.5.14)$$

Allgemein gilt:

$$q_j(\bar{x}_i) = \frac{\frac{x^j}{x^k} q_k(x_i)}{\sum \frac{x_j}{x_k} q_k(\bar{x}_n) \Delta x} = \frac{x^{j-k} q_k(x_i)}{M_{j-k,k}} \quad (2.5.15)$$

$$\text{mit } M_{j-k,k} = \sum_n x^{j-k} q_k(\bar{x}_n) \Delta x_n$$

Die bisher angegebenen Momente waren vollständige Anfangsmomente, da man über die gesamte Breite des Spektrums summierte.

Entsprechend kann man auch unvollständige Momente anführen, wenn man nur über einen Teilbereich von  $x$  summiert, z. B.

$$M_{k,r}(x_\alpha, x_\omega) = \sum_{n=\alpha}^{\omega} x_n^k q_r(\bar{x}_n) \Delta x_n \quad (2.5.16)$$

### 2.5.3 Mittelwerte und Kenngrößen von Verteilungen

Oft begnügt man sich, die Verteilung mit einigen Parametern zu kennzeichnen. Sie wird dadurch zwar nicht vollständig, aber für den jeweiligen Zweck oft hinreichend genau beschrieben. Man nimmt dabei in Kauf, dass dabei einige Informationen verloren gehen.

Hierzu kann man angeben:

**a) Medianwert  $x_{50,r}$**

Dies ist die Partikelgröße, für die gilt:  $Q_r(x_{50,r}) = 0,5$ ,  
d. h., 50 % des Partikelkollektivs sind kleiner bzw. größer als dieser Wert.

Beachte: Dieser Wert ist abhängig von der jeweiligen Mengenart, so dass diese mit angegeben werden muss.

**b) Modalwert  $x_{\text{mod}}$**

Dies ist die Partikelgröße, bei der die Verteilungsdichte ein Maximum hat, d. h., es ist die am häufigsten vorkommende Partikelgröße entsprechend der angegebenen Mengenart.

Achtung: Es gibt auch Verteilungen mit zwei oder mehr Maxima.  
⇒ bimodale Verteilung bzw. multimodale Verteilung

Median- und Modalwerte berücksichtigen nicht den Verlauf einer Verteilung.

Teilweise werden sie ergänzt durch die Angabe der Breite einer Verteilung, also den Wertepaaren

- $x_{\text{min}}, x_{\text{max}}$  oder, was meist exakter anzugeben ist,
- je einem Quantil vom Anfang und Ende der Größenverteilung z. B.  $x_{10,3}, x_{90,3}$

**c) gewogene Mittel  $\bar{x}_r$  (mittlere Partikelgröße  $\bar{x}_r$ )**

Eine weitere Kenngröße ist das gewogene Mittel  $\bar{x}_r$  (mittlere Partikelgröße  $\bar{x}_r$ ).

Bei einem stetigen Verlauf der Verteilung gilt:

$$\bar{x}_r = \int_{x_{\text{min},r}}^{x_{\text{max},r}} x q_r(x) dx \quad (2.5.17)$$

$q(x)$  ist hier praktisch eine Gewichtungsfunktion.

Betrachtet man  $n$  Partikelfraktionen, so gilt:

$$\begin{aligned} \bar{x}_r &= \sum_n \bar{x}_n q_r(\bar{x}_n) \Delta x_n \\ &= M_{1,r} \end{aligned} \quad (2.5.18)$$

Für  $r = 0$  (Anzahlverteilung) entspricht  $\bar{x}$  praktisch dem arithmetischem Mittelwert.

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum x_i n(i)}{n_{ges}} \quad (2.5.19)$$

Die Breite einer Verteilung kann man auf Basis dieses Mittelwertes auch durch die Varianz der Verteilung ausdrücken.

$$s_r^2 = \sum_n (x_n - \bar{x}_r)^2 q_r(x_n) \Delta x_n \quad (2.5.20)$$

Ebenso kann man die Standardabweichung angeben, für die gilt:

$$s_r = \sqrt{s_r^2} \quad (2.5.21)$$

#### 2.5.4 Rechnerische Ermittlung der spezifischen Oberfläche

Als spezifische Oberfläche bezeichnet man den Quotienten aus Partikeloberfläche  $S$  und Volumen  $V$  eines Partikelkollektivs.

$$S_V = \frac{S}{V} \quad (2.5.22)$$

Für  $n$  monodisperse Kugeln gilt:

$$S_V = \frac{n \cdot \pi \cdot x^2}{n \cdot \frac{\pi}{6} x^3} = \frac{6}{x} \quad (2.5.23)$$

Allgemein gilt bei gleichförmigen Körpern gleicher Größe:

$$S_V = \frac{f}{x} \quad (2.5.24)$$

$f$  = Formfaktor (bei Kugeln  $f = 6$ )

$x$  = Merkmal, das die Partikelgröße kennzeichnet

Ist die Größe der Partikel über einen bestimmten Bereich verteilt, so gilt:

$$S_V = f \cdot \frac{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^2 q_0(x) dx}{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^3 q_0(x) dx} = f \cdot \frac{M_{2,0}}{M_{3,0}} \quad (2.5.25)$$

Das Moment  $M_{2,0}$  gibt bei kugelförmigen Partikeln die mittlere anzahlbezogene Oberfläche und das Moment  $M_{3,0}$  das mittlere anzahlbezogene Volumen eines Partikelkollektives wieder.

Die spezifische Oberfläche eines Partikels ist auch von der Partikelform abhängig. Für ein vorgegebenes Volumen ist die Oberfläche der Kugel am kleinsten. Es ist deshalb sinnvoll, zu einem Vergleich die Kugel als Bezugskörper zu wählen. Vergleicht man ein beliebig geformtes Partikel mit der volumengleichen Kugel, so bezeichnet man die folgende Verhältniszahl als reduzierte Oberfläche  $s_r$  und deren Kehrwert als Sphärizität  $\Psi$ :

$$s_r = 1/\Psi = \frac{S_{\text{Partikel}}}{S_{\text{volumengleiche Kugel}}} \quad (2.5.26)$$

Für Partikel, die von der Kugelform abweichen, ist  $s_r > 1$ .

Man kann damit für den Formfaktor  $f$  schreiben:

$$f = 6 \cdot s_r = 6/\Psi \quad (2.5.27)$$

Oft ist es sinnvoll, ein Kollektiv mit der Oberfläche  $S$  und dem Volumen  $V$  mit einem mittleren Durchmesser zu beschreiben, der die beiden Bedingungen erfüllt:

$$x_{ST} \equiv \frac{M_{3,0}}{M_{2,0}} = f \cdot \frac{V}{S} = \frac{f}{S_V} = \frac{6}{\Psi \cdot S_V} \quad (2.5.28)$$

$x_{ST}$  ist der sogenannte SAUTER-Durchmesser.

Es gilt damit für die volumenspezifische Oberfläche eines Partikelkollektives:

$$S_V = \frac{f}{x_{ST}} = \frac{6}{\Psi \cdot x_{ST}} \quad (2.5.29)$$

### 2.5.5 Empirische Verteilungsfunktionen

Partikelgrößenverteilungen realer Stoffsysteme werden messtechnisch bestimmt. Danach liegen zunächst gemessene Wertepaare  $(q_{r,i}, x_i)$  bzw.  $(Q_{r,i}, x_i)$  vor, die bei den modernen Messgeräten in digitaler Form abgespeichert sind. Die Auftragung der Wertepaare in Form eines Diagramms ergeben die Verteilungsdichte- bzw. Verteilungssummenfunktion. Die Zahl der Wertepaare wird durch das Messverfahren oder durch Vorgaben festgelegt und kann bei einigen Messverfahren bis zu einigen Hundert betragen. Meist bietet es sich an, die Ergebnisse in digitaler Form direkt weiterzuverarbeiten. Häufig ist man jedoch auch bestrebt, die Partikelgrößenverteilung durch eine geeignete Verteilungsfunktion zu erfassen, welche gleichzeitig eine Ausgleichsfunktion für die Messwerte darstellen soll.

Die bekannten empirischen Verteilungsfunktionen enthalten einen Lageparameter, welcher für die absolute Größe des Partikelkollektivs kennzeichnend ist, und einen Streuparameter, welcher den Größenbereich des Partikelkollektivs beschreibt. Mit diesen an das Partikelkollektiv angepassten charakteristischen Parameterwerten wird der von den Messpunkten angedeutete Verlauf der Verteilungskurven eindeutig durch eine stetige Funktion approximiert. Die Berechnung von Mittelwerten und spezifischen Oberflächen der Partikelkollektive (entsprechend den Abschnitten 2.5.3 und 2.5.4) ist damit direkt möglich. Werden die Wertepaare der Verteilungssummenfunktion durch eine Verteilungsfunktion beschrieben, so kann durch Differenzieren nach  $x$  aus der approximierenden Funktion entsprechend Gl. (2.5.8) die zugehörige Verteilungsdichtefunktion  $q_r(x)$  ermittelt werden.

Es ist keine einfache Funktion bekannt, die alle auftretenden Arten von Partikelgrößenverteilungen beschreibt. Es wurden daher verschiedene empirische Funktionen, die z. T. auf theoretischen Überlegungen beruhen, eingeführt, welche den durch die Messpunkte angedeuteten Verlauf der Verteilungskurven für einzelne Fälle genügend genau beschreiben. Dabei muss berücksichtigt werden, dass bestimmte Herstellungsprozesse bzw. Erzeugungsarten von Partikeln ähnliche Partikelgrößenverteilungen zur Folge haben. Daher werden die einzelnen Funktionen im Zusammenhang mit einer bestimmten Methode zur Partikelerzeugung (z. B. dem Feinmahlen) angewendet. Einige empirische Verteilungsfunktionen wurden auch in DIN-Normen zur Darstellung von Korngrößenverteilungen (DIN 66141) berücksichtigt. Folgende Verteilungsfunktionen werden häufig angewendet:

- die Normalverteilung
- die Logarithmische Normalverteilungsfunktion (DIN 66144)
- die RRSB-Funktion (DIN 66145)
- die Potenz-Funktion (DIN 66143).

#### a) Die Normalverteilung (NVT)

Eine Normalverteilung (GAUSSsche Fehlerfunktion) tritt allgemein auf, wenn genügend viele zufällige, voneinander unabhängige Messwerte symmetrisch um einen Mittelwert streuen, d. h., wenn die Wahrscheinlichkeit einer Abweichung nach oben vom Mittelwert genau so groß ist wie die

einer Abweichung nach unten. Als Verteilungsdichtefunktion geschrieben hat sie die Form:

$$q_r(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - x_{50,r}}{\sigma_x} \right)^2 \right] \quad (2.5.30)$$

( $x_{50,r}$  = Mittel- und Medianwert der r-Verteilung,  $\sigma_x$  = Standardabweichung des Feinheitsmerkmals x). Die Standardabweichung ist der Abstand der Wendepunkte von der mittleren Partikelgröße. Durch die Transformation

$$t = \frac{x - x_{50,r}}{\sigma_x} \quad (2.5.31)$$

wird Gl. (2.5.30) auf die normierte Form der Normalverteilung gebracht ( $\sigma_x = 1$ ,  $x_{50,r} = 0$ ).

$$q_r(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{t^2}{2} \right] \quad (2.5.32)$$

Die Punkte der zugehörige Verteilungssumme

$$Q_r(t_i) = \int_{-\infty}^{t_i} q_r(t) dt \quad (2.5.33)$$

ergeben im entsprechend geteilten Netz, dem Normalverteilungsnetz (Wahrscheinlichkeitsnetz), eine Gerade. Die x-Achse dieses Netzes ist linear geteilt. Zwischen der Summen- und Dichteverteilung besteht der Zusammenhang entsprechend Gl. (2.5.33). An den Wendepunkten der Dichteverteilung ist die zweite Ableitung von q nach x Null. Diese Bedingung liefert die folgenden Werte der Summenkurve an den Wendepunkten:

$$Q_r(x_{50,r} - \sigma_x) = 0,1587$$

$$Q_r(x_{50,r} + \sigma_x) = 0,8413$$

Normalverteilte Partikelkollektive sind in der Praxis nur in sehr speziellen Fällen zu erwarten, so bei eng verteilten Getreidekörnern, deren Größen um einen Mittelwert streuen. Partikelkollektive der betrieblichen Praxis sind meist nicht normal verteilt.

### b) Die logarithmische Normalverteilung (LNVT)

Häufig ist dagegen der Logarithmus der Partikelgröße ( $\ln x$ ) normal verteilt. Man erhält in diesem Fall die logarithmische Normalverteilung. Die Verteilungsdichtefunktion der logarithmischen Normalverteilung ergibt sich aus Gl. (2.5.30) durch die Substitution:

$$t = \frac{1}{\sigma_{\ln}} \ln \frac{x}{x_{50;r}} \quad (2.5.34)$$

( $x_{50;r}$  = Medianwert,  $\sigma_{\ln}$  = Standardabweichung von  $\ln x$ )

Unter Berücksichtigung von

$$q_r(x) = q_r(\ln x) \frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{q_r(\ln x)}{x} \quad (2.5.35)$$

erhält man für die Verteilungsdichtefunktion

$$q_r(x) = \frac{1}{\sigma_{\ln} \sqrt{2\pi} x} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln(x) - \ln(x_{50;r})}{\sigma_{\ln}} \right)^2 \right] \quad (2.5.36)$$

Das logarithmische Normalverteilungsnetz ist in der Weise geteilt, dass Wertepaare der zu Gl. (2.5.36) gehörenden Verteilungssumme  $Q(x)$  darin eine Gerade ergeben und zwar für alle Mengenarten  $r$ . Wenn daher gemessene Wertepaare  $(x, Q)$  einer Summenverteilung beim Eintragen ins logarithmische Wahrscheinlichkeitsnetz eine Gerade bilden, liegt eine logarithmische Normalverteilung vor. Das genannte Netz unterscheidet sich vom oben erwähnten (linearen) Normalverteilungsnetz durch eine logarithmische Teilung der  $x$ -Achse.

Logarithmisch normal verteilte Partikelkollektive treten in der Praxis dann auf, wenn größere Feingutanteile vorliegen. Einige Eigenschaften der LNVT erlauben eine einfache Handhabung der Funktion. Man kann z. B. die Standardabweichung  $\sigma_{\ln}$  als Maß für die Breite der Verteilung einfach mit der folgenden Beziehung berechnen:

$$\sigma_{\ln} = \frac{1}{2} \ln \frac{x_{84}}{x_{16}} = \ln \frac{x_{84}}{x_{50}} = \ln \frac{x_{50}}{x_{16}} \quad (2.5.37)$$

Mit  $x_{84}$ ,  $x_{50}$  bzw.  $x_{16}$  werden diejenigen Feinheitsmerkmale bezeichnet, unterhalb derer 84 %, 50 % bzw. 16 % der jeweiligen Mengen liegen. Die Standardabweichung ist unabhängig von der Mengenart nur durch die Steigung der Geraden gegeben.

Der Wechsel von einer Mengenart zur anderen erfolgt durch Parallelverschiebung der Verteilungsgerade  $Q_r(x)$  vom alten Medianwert  $x_{50;r}$  durch den neuen Medianwert  $x_{50;q}$ . Der neue Medianwert  $x_{50;q}$  wird wie folgt ermittelt:

$$x_{50;q} = x_{50;r} \exp \left[ (q - r) \sigma_{\ln}^2 \right] \quad (2.5.38)$$

Die spezifische Oberfläche  $S_v$  berechnet sich aus dem SAUTER-Durchmesser der Partikelgrößenverteilung. Dieser kann für alle Mengenarten einer LNVT wie folgt ermittelt werden:

$$x_{ST} = x_{50,r} \exp\left[(2,5 - r) \sigma_{\ln}^2\right] \quad (2.5.39)$$

Die aufgeführten Zusammenhänge gelten, wenn die Verteilungssumme über nahezu den ganzen Ordinatenbereich mit der logarithmischen Normalverteilung approximiert werden kann. Wenn man die Messwerte mit mehreren Geradenstücken approximiert, ist die Vorgehensweise etwas aufwendiger (siehe hierzu DIN 66144).

### c) Die RRSB-Funktion

Die nach den Autoren ROSIN, RAMMLER, SPERLING und BENNETT benannte RRSB-Funktion (Exponentialfunktion) hat die folgende Form:

$$Q_3(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{x_{63,3}}\right)^n\right] \quad (2.5.40)$$

( $x_{63,3}$  = Lageparameter,  $n$  = Streuparamter)

Gleichung (2.5.40) lässt sich durch Umstellen und zweimal Logarithmieren umformen zu:

$$\ln \ln\left(\frac{1}{1 - Q_3(x)}\right) = n \ln(x) - n \ln(x_{63,3}) \quad (2.5.41)$$

Gleichung (2.5.41) ist eine Geradengleichung der Form  $y = a \xi + b$  mit den Variablen  $y = \ln \ln [1/(1 - Q_3)]$  und  $\xi = \ln x$ . Zur Prüfung, ob eine gegebene Verteilung eine RRSB-Verteilung ist, wird demnach  $y$  über  $\xi$  in einem Netz mit einer zweifach-logarithmischen Ordinaten- und einer einfach-logarithmischen Abszissenteilung aufgetragen. Wenn die eingezeichneten Punkte durch eine Gerade beschrieben werden, liegt eine RRSB-Verteilung vor. Der Anstieg der Ausgleichsgeraden ist dann  $a = n$ . Je größer der Wert für  $n$  ist, desto enger ist die Verteilung. Der Ordinatenabschnitt ist  $b = -n \ln(x_{63,3})$ . Den Lageparameter  $x_{63,3}$  erhält man am Schnittpunkt der Geraden am Durchgang  $Q(x) = 0,632$ , denn es gilt:

$$Q(x = x_{63,3}) = 1 - e^{-1} = 0,632 \quad (2.5.42)$$

Die Berechnung der spezifischen Oberfläche ist mittels der folgenden Kennzahl  $K_S$  möglich:

$$1000 K_S = S_V x_{63,3} \quad (2.5.43)$$

Der Wert von  $K_S$  kann ebenfalls durch Parallelverschieben der Geraden durch den Pol an dem Randmaßstab des beiliegenden Diagramms ermittelt werden. Bei nicht kugelförmigen Partikeln ist auch noch der Formfaktor  $\Psi$  (Gl. 2.5.26) zu berücksichtigen.

Die RRSB-Funktion wurde im Zusammenhang mit der Feinzerkleinerung entwickelt. So werden die Partikelgrößenverteilungen, die in einer Kugelmühle erzeugt werden, mit einer RRSB-Verteilung meist gut beschrieben. In anderen Fällen können gemessene Massenverteilungssummen im RRSB-Netz in begrenzten Bereichen durch Geradenzüge angenähert werden. Unter bestimmten Voraussetzungen ist die Berechnung der spezifischen Oberfläche  $S_V$  des Gutes dann möglich (siehe hierzu DIN 66145).

#### d) Die GGS-Verteilung

Die Potenzfunktion nach den Autoren GATES, GAUDIN und SCHUHMANN (GGS-Funktion) lautet im Definitionsbereich:

$$Q_3(x) = \left( \frac{x}{x_{max;3}} \right)^m \quad (2.5.44)$$

mit  $0 \leq x \leq x_{max}$

( $x_{max}$  = Lageparameter,  $m$  = Streuparameter)

$x_{max}$  liegt dort, wo der Durchgang 100 % ist. Die Einteilung des Körnungsnetzes der GGS-Verteilung erhält man durch Logarithmieren der Gl. (2.5.44):

$$\ln(Q_3(x)) = m \ln(x) - m \ln(x_{max}) \quad (2.5.45)$$

Diese Gleichung ergibt eine Gerade, wenn man  $\lg Q_3$  über  $\lg x$  aufträgt. Auf diese Weise oder durch Auftragen der Wertepaare  $(x_i; Q_{3,i})$  im doppeltlogarithmischen Netz (Potenznetz) kann nachgeprüft werden, ob die Partikelgrößenverteilung eines vorliegenden Partikelkollektivs in einem Intervall genügend genau durch den Potenzansatz wiedergegeben wird.

Die Ableitung der Gleichung ergibt die Dichtefunktion

$$q_3(x) = \frac{m x^{m-1}}{x_{max;3}^m} \quad (2.5.46)$$

Bei der Auftragung der Funktion erkennt man, dass die häufigste Partikelgröße mit der größten auftretenden Partikelgröße übereinstimmt. Dies ist oft der Fall bei Produkten, welche mit Brechern mit einer bestimmten Spaltweite grob zerkleinert werden.

## 2.6 Bilanzierung verfahrenstechnischer Prozesse

### 2.6.1 Allgemeine Bilanzgleichung

Die modellmäßige Beschreibung eines verfahrenstechnischen Prozesses beruht im allgemeinen auf bekannten Ansätzen für die Prozesskinetik und auf der Bilanzierung wichtiger Prozessgrößen (Prozessströme). Darunter versteht die Anwendung physikalischer Erhaltungssätze auf mikroskopische oder makroskopische Prozessräume. Solche Erhaltungssätze existieren in der uns zugänglichen Welt z. B. für die Stoffmenge, die Masse, den Impuls, die Energie oder die elektrische Ladung (sog. Erhaltungsgößen). Sie besagen, dass die Summe über den genannten Größen immer konstant bleibt bzw. dass sie sich für ein einzelnes Objekt nur bei Wechselwirkung mit einem anderen Objekt ändern. Für einen abgeschlossen Raum gibt es die umgangssprachliche Redewendung, dass das „was hineingeht, auch wieder hinausgehen muss“. Diese Aussage muss jedoch noch insofern korrigiert werden, als ein Bilanzraum Quellen und Senken enthalten kann (z. B. bei einer chemischen Reaktion) oder eine Speicherfunktion erfüllt (s. Abbildung 2.6.1).

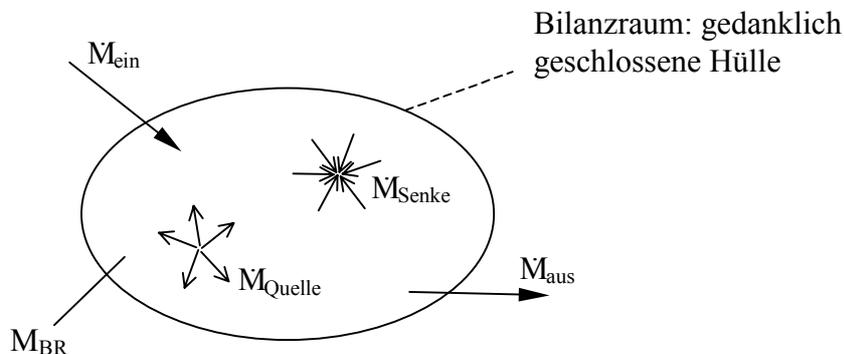


Abbildung 2.6.1: Bilanzraum für die Größe  $M$  mit ein- und austretenden Strömen sowie Quellen und Senken

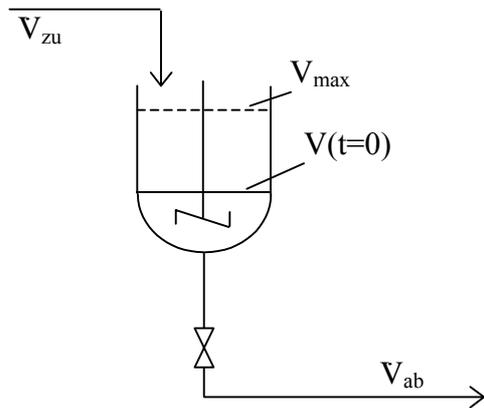
Die allgemeine Bilanzgleichung beschreibt die zeitliche Änderung einer Größe  $M$  im Bilanzraum BR infolge ein- und austretender Ströme sowie infolge von Quellen und Senken:

$$\frac{dM_{BR}}{dt} = \sum \dot{M}_{ein} - \sum \dot{M}_{aus} + \sum \dot{M}_{Quelle} - \sum \dot{M}_{Senke} \quad (2.6.1)$$

Abweichend von der oben genannten Bedingung, dass sich Bilanzgleichungen auf Erhaltungsgrößen beziehen müssen, findet man in der Praxis oft eine Bilanzierung von Stoffvolumina. Dies ist immer dann zulässig, wenn a) die einzelnen Komponenten eines Stoffgemisches nicht ineinander löslich sind (also von Volumenadditivität ausgegangen werden darf), b) keine Volumenänderung durch Druck- oder Temperaturerhöhung erfolgt und c) keine mit Volumenänderungen einhergehenden Reaktionen stattfinden.

### Beispiel zur Bilanzierung – Reaktorbefüllung

Ein Rührbehälter wird mit einer homogenen Lösung bei konstantem Volumenstrom  $\dot{V}_{zu}$  befüllt, während gleichzeitig Lösung mit  $\dot{V}_{ab}$  entnommen wird. Nach welcher Zeit ist die maximale Füllhöhe  $V_{max}$  erreicht? Man darf die Volumina bilanzieren.



- Bilanzgleichung:  $\frac{dV}{dt} = \dot{V}_{zu} - \dot{V}_{ab} + \dot{V}_{Quelle} - \dot{V}_{Senke}$
- hier:  $\dot{V}_{Quelle}, \dot{V}_{Senke} \equiv 0$
- $\Rightarrow \frac{dV}{dt} = \dot{V}_{zu} - \dot{V}_{ab}$
- $\Rightarrow \int dV = \int (\dot{V}_{zu} - \dot{V}_{ab}) \cdot dt$
- $\Rightarrow V_{max} - V_0 = (\dot{V}_{zu} - \dot{V}_{ab}) \cdot t_{füll}$
- $\Rightarrow t_{füll} = \frac{\dot{V}_{zu} - \dot{V}_{ab}}{V_{max} - V_0}$

### 2.6.2 Bilanzgleichungen für disperse Stoffsysteme

Für disperse Stoffsysteme lassen sich die Bilanzgleichungen sowohl für die kontinuierliche Phase, die disperse Phase als auch für die einzelnen Größenklassen der dispersen Phase formulieren. Quellen- und Senkenterme für die einzelnen Größenklassen resultieren dann aus Wachstums- bzw. Degradationsvorgängen (Kristallisation, Auflösung) und aus Agglomerations- bzw. Zerkleinerungsprozessen (Mahlen, Emulgieren). Für den allgemeinen Fall führt diese Bilanzierung zu komplexen mathematischen Gleichungssystemen, da die genannten Prozesse über die Größenklassen miteinander verknüpft sind.

So werden bei einem Kristallisationsprozess zunächst sehr feine Partikel gebildet, die zum großen Teil miteinander agglomerieren und im Agglomerat aber auch einzeln weiter wachsen. Die Agglomeration muss dann für die feinen Größenklassen als ein Senke, für die groben Größenklassen als Quelle beschrieben werden. Eine adäquaten Bilanzierung von Kristallisationsprozessen wird zudem durch die allmähliche Verdichtung der Agglomerate und durch die Ostwald-Reifung (das Wachstum großer Partikel auf Kosten kleinerer Partikel) erschwert.

Vergleichsweise einfach ist hingegen die Bilanzierung eines Mahlprozesses, bei dem feine Partikel durch den Abbau grober Partikel gebildet werden. Wenn  $b_{i,j}$  den Massenanteil beschreibt, mit dem Partikel der Klasse  $i$  aus Partikeln der Klasse  $j$  gebildet werden, dann muss gelten:

$$\Delta Q_{3,Pi} = \sum_j b_{i,j} \cdot \Delta Q_{3,Fj} \quad \text{bzw.} \quad \Delta Q_{3,P} = \mathbf{B} \cdot \Delta Q_{3,F} \quad (2.6.2)$$

wobei  $\Delta Q_{3,P}$  die Massenverteilung des Mahlproduktes und  $\Delta Q_{3,F}$  die des Aufgabegutes beschreibt. Matrix  $\mathbf{B}$  stellt eine obere Dreiecksmatrix dar, deren Spaltensummen identisch 1 sind.

### 3 Durchströmung von Haufwerken

Durchströmte Haufwerke (Schüttungen) und Packungen sind in der Verfahrenstechnik häufig anzutreffen (siehe Abschnitt 2.4). Ihr Strömungswiderstand ist z. B. für die Auslegung von Pumpen und Gebläsen, die eine Flüssigkeit bzw. ein Gas durch die Schüttung fördern sollen, eine wichtige Größe und bestimmt oft auch maßgeblich die Energiekosten. DARCY ermittelte folgenden Zusammenhang für ein Haufwerk mit konstanter Querschnittsfläche:

$$\dot{V} = \frac{K_D A}{\eta H} \Delta p \quad (3.1)$$

- H = Höhe des Haufwerkes  
 $\eta$  = dynamische Viskosität des strömenden Mediums  
 $\Delta p$  = Druckverlust (Differenz der Drücke vor und nach dem Haufwerk)

Häufig wird auch eine spezifische Durchströmung  $v$  (Leerrohrgeschwindigkeit, Berieselungsdichte) betrachtet:

$$v = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{K_D}{\eta H} \Delta p \quad (3.2)$$

$K_D$  ist die Darcy-Konstante. Ihr Kehrwert wird oft auch als spezifischer Widerstand des Haufwerkes  $r = 1/K_D$  bezeichnet.

Die Darcy-Konstante bzw. der spezifische Widerstand ist abhängig von der Struktur der porösen Schicht und kann einfach experimentell bestimmt werden. Man war jedoch auch bestrebt, hierfür eine Beziehung anzugeben, welche die wesentlichsten Strukturparameter eines Haufwerkes enthält. In der Verfahrenstechnik geht man dabei häufig von vereinfachten Modellvorstellungen aus, die man im Laufe der Zeit immer weiter vervollständigt. Im Folgenden soll auch dieser Weg zur Ableitung eines Zusammenhanges für  $K_D$  besprochen werden.

Die Schüttung wird dabei zunächst als ein System aus  $n$  parallel geschalteten zylindrischen Poren mit dem Porendurchmesser  $d_p$  und der Länge  $H$  angenähert. Da es sich bei einem Haufwerk meist um ein enges Porensystem handelt, wird eine laminare Strömung in den einzelnen Poren angenommen. Diese wird durch die Gleichung von HAGEN-POISEUILLE beschrieben, so dass man für  $n$  Poren eines Haufwerkes schreiben kann:

$$\dot{V} = n \frac{d_p^4 \pi}{128 \eta H} \Delta p \quad (3.3)$$

Die Anzahl der Poren  $n$  ist mit der Porosität  $\varepsilon$  verknüpft. Es gilt:

$$\varepsilon A H = n \frac{d_p^2 \pi}{4} H \Rightarrow n = \frac{4 \varepsilon A}{d_p^2 \pi} \quad (3.4)$$

Es kann angenommen werden, dass das Medium das Haufwerk nicht geradlinig durchströmt, sondern „Umwege“ zurücklegt und zick-zack-förmig durch das Haufwerk fließt. Dies soll mit dem Umwegfaktor (Labyrinthfaktor)  $\mu$  berücksichtigt werden, so dass gilt:

$$\text{„tatsächliche Porenlänge“} = \mu \cdot H \quad \text{mit } \mu > 1$$

Setzt man dies in die Gleichung (3.3) ein, so erhält man:

$$\dot{V} = \frac{\varepsilon d_p^2}{32 \mu} \frac{A}{\eta H} \Delta p \quad (3.5)$$

Ein Vergleich der Gleichungen (3.1) und (3.5) liefert:

$$K_D = \frac{\varepsilon d_p^2}{32 \mu} \quad (3.6)$$

Obige Beziehung kann z. B. genutzt werden, um einer porösen Struktur auf Basis von Druckverlustmessungen einen charakteristischen Porendurchmesser  $d_p$  zuzuordnen.

Das Ersatzmodell weicht aufgrund der zylinderförmigen Poren jedoch noch stark von der Struktur eines realen Haufwerkes ab. Die Situation wird wesentlich verbessert, wenn man, wie in der Strömungsmechanik üblich, einen hydraulischen Durchmesser für die Porenströmung einführt. Für den hydraulischen Durchmesser gilt:

$$d_h = \frac{4 \text{ (durchströmte Querschnittsfläche)}}{\text{benetzter Umfang}} \quad (3.7)$$

Erweitert man für den Fall eines Haufwerkes diese Beziehung mit der Schütthöhe  $H$ , so erkennt man, dass man für ein Haufwerk schreiben kann:

$$d_h = \frac{4 \varepsilon V_{\text{ges}}}{A} = \frac{4 \varepsilon V}{A(1-\varepsilon)} = \frac{4 \varepsilon}{S_v(1-\varepsilon)} \quad (3.8)$$

$A$  ist die Oberfläche der Partikel im Haufwerk und  $V_{\text{ges}}$  ist das Gesamtvolumen des Haufwerkes.  $V$  bezeichnet das Volumen, das nur von den Partikeln eingenommen wird (siehe Abschnitt 2.4).  $S_v$  ist die spezifische Oberfläche, die bei einem Haufwerk z. B. aus der Partikelgrößenverteilung bestimmt werden kann (siehe Abschnitt 2.5.4). Damit kann man schreiben:

$$K_D = \frac{\varepsilon^3}{2 \mu (1 - \varepsilon)^2 S_v^2} \quad (3.9)$$

Aus Druckverlustmessungen mit unterschiedlichsten Schüttungen ermittelt man für den Kozeny-Faktor  $K' = 2 \cdot \mu$ :

$$K' = 2 \cdot \mu = 3,6 \text{ bis } 5,5$$

Die in Abbildung 3.1 dargestellten gemessenen Abhängigkeiten  $K' = f(\varepsilon)$  zeigen, dass es sich dabei nicht um konstante Werte handelt.

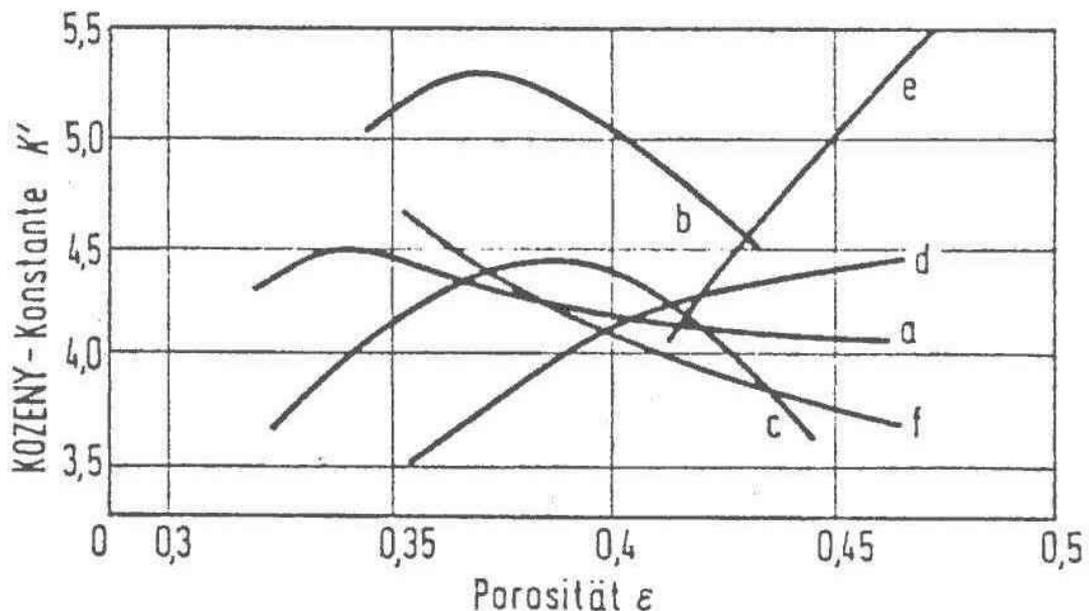


Abbildung 3.1: Kozeny-Faktor  $K'$  für verschiedene geometrische Körper in Abhängigkeit von der Porosität  $\varepsilon$  (...):

- a Würfel, b Zylinder ( $\varnothing$  3,2 mm), c Zylinder ( $\varnothing$  6,4 mm),
- d Plättchen (Dicke 1,6 mm), e Plättchen (Dicke 0,8 mm)

Für Haufwerke mit gleichgroßen kugelförmigen Partikeln mit einem Partikeldurchmesser  $d_k$  erhält man mit dem Faktor  $K' = 2 \cdot \mu = 4,5$  die folgende Beziehung:

$$K_D = \frac{l}{r} = \frac{d_k^2 \varepsilon^3}{162 (1 - \varepsilon)^2} \quad (3.10)$$

Die Gleichungen (3.9) und (3.10) sind als CARMAN-KOZENY-Gleichung bekannt.

Die CARMAN-KOZENY-Gleichung gilt entsprechend den zuvor genannten Überlegungen nur unter folgenden Bedingungen:

- $\varepsilon$  ist im Haufwerk konstant.
- Laminare Strömung im Porensystem.
- $\Delta p$  im Inneren ist groß gegenüber den Ein- und Auslaufdruckverlusten.
- $\eta = \text{konst.}$
- Der Wandeinfluss ist gering.
- Die Schüttung ist inkompressibel.

Mit der CARMAN-KOZENY-Beziehung werden beim Auftreten von Turbulenzen zu kleine Druckabfälle berechnet. ERGUN (1952) hat daher die CARMAN-KOZENY-Beziehung aufgrund von experimentellen Ergebnissen erweitert. Er ermittelt für den Druckabfall in einem gleichförmigen Haufwerk:

$$\frac{\Delta p}{H} = \frac{4,16 (1-\varepsilon)^2 S_V^2}{\varepsilon^3} \eta v + \frac{0,292 (1-\varepsilon) S_V}{\varepsilon^3} \rho_f v^2 \quad (3.11)$$

$v$  ist darin die Leerrohrgeschwindigkeit entsprechend Gleichung (3.2). Der erste Term auf der rechten Seite der Gleichung dominiert bei kleinen Leerrohrgeschwindigkeiten und beschreibt damit den Strömungswiderstand einer Schüttung im laminaren Bereich. Er entspricht daher auch der CARMAN-KOZENY-Beziehung. Der zweite Term auf der rechten Seite berücksichtigt die auftretenden Turbulenzen und kann bei hohen Strömungsgeschwindigkeiten den Druckabfall maßgeblich bestimmen. Für ein Haufwerk mit monodispersen kugelförmigen Partikeln mit dem Durchmesser  $d_K$  erhält man:

$$\frac{\Delta p}{H} = \frac{150 (1-\varepsilon)^2}{d_K^2 \varepsilon^3} \eta v + \frac{1,76 (1-\varepsilon)}{d_K \varepsilon^3} \rho_f v^2 \quad (3.12)$$

GUPTE entwickelte eine dimensionslose Schreibweise zur obigen Gleichung auf Basis einer dimensionslosen Euler-Zahl  $Eu$  und einer Reynolds-Zahl  $Re^*$ , die wie folgt definiert sind:

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho_f v^2}; \quad Re^* = \frac{d_K v \rho_f}{\eta (1-\varepsilon)} \quad (3.13)$$

Der Zusammenhang von Gleichung (3.12) lässt sich damit wie folgt auch darstellen:

$$Eu = \frac{H}{d_K} \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \varphi(Re) \quad \text{mit} \quad \varphi(Re) = \frac{150}{Re} + 1,76 \quad (3.14)$$

## 4 Filtration von Flüssigkeiten

### 4.1 Übersicht

Die Abscheidung von Partikeln aus einem Gas- oder Flüssigkeitsstrom mittels eines Filtermediums (Filtermittels) wird als Filtration bezeichnet. Die treibende Kraft, aufgrund derer die Flüssigkeit oder das Gas durch das Filtermedium strömt, ist eine Druckdifferenz. Die Partikel werden am oder im Filtermedium abgeschieden. Die Ursache kann auf verschiedenen Mechanismen beruhen. Partikel bis hinab in die Größe der Poren werden aufgrund der geometrischen Bedingungen abgetrennt (Siebeffekt). Kleinere Partikel dringen in das Filtermedium ein und können dort bei einem Kontakt mit der inneren Oberfläche aufgrund von Haftkräften zurückgehalten werden. Die an- bzw. abgelagerten Partikel verändern die durchströmten Strukturen und können auf dem Filtermedium einen sogenannten Filterkuchen aufbauen.

Die große Vielfalt an Filtrationsverfahren kann nach verschiedenen Gesichtspunkten untergliedert werden. Man unterscheidet

- im Hinblick auf den Ort der Abscheidung zwischen der Oberflächenfiltration und der Tiefenfiltration. Bei der Oberflächenfiltration werden die Stoffe, welche das Filtermedium nicht passieren, an der äußeren Oberfläche des Filtermediums abgetrennt und bilden dort den Filterkuchen. Bei der Tiefenfiltration werden Partikel im Inneren eines Filtermediums abgetrennt.
- im Hinblick auf die Erzeugung der Druckdifferenz zwischen einer Druckfiltration und einer Vakuumfiltration. Wird die Druckdifferenz nur durch die Wirkung der Schwerkraft erzeugt, spricht man auch von einer hydrostatischen Filtration.
- zwischen einer statischen Filtration (Dead-End Filtration), die einer Kuchenfiltration entspricht, und einer dynamischen Filtration, bei der während der Filtration dem Kuchenaufbau entgegengewirkt wird. Die bekannteste dynamische Filtration ist die Querstromfiltration (Crossflow Filtration), bei der das Filtermedium während der Filtration von der Suspension überströmt wird. Dadurch wird der Filterkuchenaufbau behindert bzw. limitiert.
- Filtrationen entsprechend dem eingesetzten Filtermedium (z. B. Gewebefiltration, Membranfiltration, Sandbettfiltration).
- Filtrationen entsprechend dem zu filtrierenden Medium (z. B. Wasserfiltration, Bierfiltration, Weinfiltration).

In einigen Fällen wird auf einem Filtermedium ein künstlicher Filterkuchen angeschwemmt, der dann die eigentliche Filtrationsaufgabe übernimmt. In einem solchen Fall spricht man von einer Anschwemmfiltration (Precoat-Filtration). Der Anschwemmvorgang des Anschwemmmittels entspricht einer Oberflächenfiltration (Kuchenfiltration), während die Abscheidung der feinen Partikel des zu filtrierenden Mediums in der Anschwemmschicht mit dem Vorgang der Tiefenfiltration vergleichbar ist.

## 4.2 Die statische Oberflächenfiltration

Bei der statischen Oberflächenfiltration wächst die Dicke des Filterkuchens an der Oberfläche des Filtermediums mit der Zeit an, wodurch der Durchströmungswiderstand für den Filtratstrom mit der Zeit erhöht wird. Aufgrund der Feinheit der abgetrennten Partikel und der Struktur des Filterkuchens kann sein hydraulischer Widerstand den erzielbaren Filtratfluss im Verlauf der Filtration wesentlich beeinflussen. Es kommt ein Zeitpunkt, bei dem auch bei hohen Drücken nur noch eine geringe Flüssigkeitsmenge den Filterkuchen durchströmt. Die Filtration wird dann abgebrochen und das Filtermedium gereinigt oder in selteneren Fällen gegen ein neues ausgetauscht. Diese vom Prinzip her diskontinuierliche Verfahrensweise ist im betrieblichen Alltag vorherrschend. Nach dem eigentlichen Filtrationsvorgang wird der Filterkuchen häufig auf dem Filtermedium mit einer Waschflüssigkeit durchströmt (gewaschen) und im Anschluss daran mechanisch entfeuchtet. Hierzu wird er z. B. gepresst oder mit einem Druckgas beaufschlagt, das die Flüssigkeit aus den Poren verdrängt.

Ausgangspunkt für eine Berechnung des Flüssigkeitsdurchsatzes bei der Oberflächenfiltration ist die Gleichung (4.2.1), welche der DARCY-Gleichung (Abschnitt 2.6) entspricht. Bei der Filtration ist es üblich, Strömungswiderstände  $R$  ( $R_K$  = Strömungswiderstand des Filterkuchens,  $R_M$  = Strömungswiderstand des Filtermediums) anzugeben, so dass man schreiben kann:

$$\dot{V}_F = \frac{A}{(R_K + R_M) \eta_F} \Delta p \quad (4.2.1)$$

Zu Beginn der Filtration ist  $R_K = 0$ . Der Filterkuchen bildet sich danach stetig aus. Nimmt man an, dass die Struktur des Filterkuchens über die Kuchenhöhe gleichförmig ist, so kann der Widerstand des Filterkuchens als Produkt des spezifischen Widerstandes der Struktur  $r$  und der Kuchenhöhe  $h$  ausgedrückt werden:

$$R_K = r_K h \quad (4.2.2)$$

Die Kuchenhöhe  $h$  verändert sich bei einer statischen Filtration mit der Zeit. Bestimmende Parameter hierbei sind die Feststoffkonzentration  $c_v$  der abtrennbaren Stoffe im Zulauf, das insgesamt durchgesetzte Filtratvolumen  $V_F$  sowie die Kompaktheit der Kuchenstruktur, welche durch ihre Porosität  $\varepsilon$  ausgedrückt werden kann. In vielen Fällen sind der Feststoffanteil innerhalb der Suspension sowie das im Filtermedium und im Filterkuchen verbleibende Flüssigkeitsvolumen im Vergleich zum gesamten filtrierten Volumen vernachlässigbar gering, so dass das Filtratvolumen  $V_F$  dem Volumen der filtrierten Suspension gleichgesetzt werden kann. Aus der Massenbilanz für die abtrennbaren Stoffe erhält man damit die folgende Gleichung:

$$c_v V_F = (1 - \varepsilon_K) h A \quad (4.2.3)$$

Die Höhe des Filterkuchens ergibt sich demnach zu:

$$h = \frac{c_v}{(1 - \varepsilon_K)} \frac{V_F}{A} = K_S \frac{V_F}{A} \quad (4.2.4)$$

Die Größen der Eigenschaften der Inhaltsstoffe der Suspension, die maßgeblich den Filtrationsverlauf bestimmen, werden in der Konstante  $K_S$  zusammengefasst. Fasst man die Gleichungen (4.2.1), (4.2.2) und (4.2.4) zusammen, so erhält man die allgemeine Filtergleichung für die statische Oberflächenfiltration (Kuchenfiltration):

$$\frac{dV_F}{dt} = \frac{A \Delta p}{\eta_F \left( R_M + \frac{r_K K_S V_F}{A} \right)} \quad (4.2.5)$$

Sie beschreibt die Veränderungen während der Filtration infolge der Kuchenbildung. Aus der Gleichung (4.2.5) kann man die Beziehungen für die idealisierten Betriebsweisen ableiten:

Fall a): Filtration bei konstanter Druckdifferenz ( $\Delta p = \text{konst.}$ )

In diesem Fall verändert sich der Filtratstrom  $\dot{V}_F$  mit der Zeit und man erhält nach einer Integration für die Zeit  $t$  und das durchgesetzte Filtratvolumen  $V_F$  den folgenden Zusammenhang:

$$t = \frac{\eta_F V_F}{A \Delta p} \left( \frac{r_K K_S V_F}{2A} + R_M \right) \quad (4.2.6)$$

Schreibt man Gleichung (4.2.6) in der Form  $t/V_F = f(V_F)$ , so erhält man eine Geradengleichung:

$$\frac{t}{V_F} = \frac{\eta_F r_K K_S}{2A^2 \Delta p} V_F + \frac{\eta_F R_M}{A \Delta p} \quad (4.2.7)$$

Mit dem entsprechenden Diagramm (Abbildung 4.2.1) kann der Wert für  $R_M$  aus dem Ordinatenabschnitt  $a$  und der Wert für  $(r_K K_S)$  aus der Steigung und dem Steigungsparameter bestimmt werden. Diese Darstellung wird daher hauptsächlich zur Auswertung von Filtrationsversuchen gewählt, die meist auch mit  $\Delta p = \text{konst.}$  durchgeführt werden. Filtrationsversuche sind notwendig, da eine theoretische Abschätzung der Werte  $r_K$  und  $K_S$  zur Apparatedimensionierung meist nicht mit einer ausreichenden Genauigkeit möglich ist. Der spezifische Widerstand  $r_K$  und der Parameter  $K_S$  werden u. a. von der Art der abgetrennten Stoffe, der Partikelform und der Partikelgrößenverteilung beeinflusst. Einen großen Einfluss hat insbesondere der Anteil an abscheidbaren Feinstpartikeln innerhalb der Suspension.

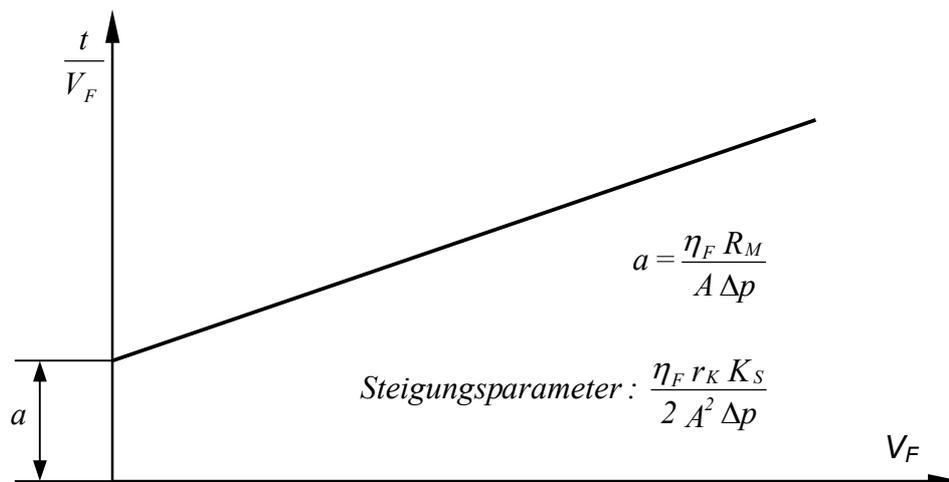


Abbildung 4.2.1: sog. Filtergerade bei Filtration mit konstanter Druckdifferenz

Fall b): Filtration bei konstantem Filtratstrom ( $dV_F/dt = \dot{V}_F = \text{konst.}$ )

Im Fall der Filtration bei konstantem Filtratstrom muss die Druckdifferenz  $\Delta p$  mit der Zeit vergrößert werden, um den Einfluss des sich vergrößernden Kuchenwiderstandes auszugleichen. Man erhält hierfür mit Gleichung (4.2.5) für  $dV_F/dt = \dot{V}_F = \text{konst.}$  den folgenden Zusammenhang:

$$\Delta p = \frac{\dot{V}_F \eta_F}{A} \left( \frac{r_K K_S \dot{V}_F t}{A} + R_M \right) \quad (4.2.8)$$

Der Filtrationszyklus wird im Fall a) durch einen zu niedrigen Filtratstrom und im Fall b) durch eine zu hohe Druckdifferenz begrenzt. Die Zusammenhänge zeigen, dass die Filtrationszeit im Fall a) bzw. die Druckdifferenz im Fall b) überproportional von der Filterfläche  $A$  beeinflusst wird.

In der Praxis treten auch Fälle auf, bei denen sich die Druckdifferenz und der Volumenstrom während des Filtrationsverlaufes verändern. Dies ist z. B. immer dann der Fall, wenn die Suspension mit einer Zentrifugalpumpe dem Filter zugeführt wird. Mit steigender Druckdifferenz nimmt in diesem Fall der Volumenstrom entsprechend der Pumpenkennlinie ab.

Große Abweichungen von den oben beschriebenen idealen Fällen treten auf, wenn der Filterkuchenaufbau nicht gleichförmig ist. Dies ist z. B. dann der Fall, wenn sich Partikel zu Agglomeraten zusammenschließen oder wenn während des Filtrationsvorgangs große Partikel sedimentieren. Mit Abweichungen der Filtration vom berechneten Verlauf muss auch gerechnet werden, wenn der Filterkuchen im Verlauf der Filtration neben der Dicke auch seine Struktur verändert. Eine Strukturänderung kann z. B. durch eine Kompression mit steigender Druckdifferenz oder durch einen Weitertransport von Feinstpartikeln in untere Zonen des Kuchens verursacht werden.

## 5 Die Sedimentation

Anhand der Sedimentation sollen Prinzipien, die zur Lösung verfahrenstechnischer Aufgabenstellungen angewendet werden, erläutert werden. Die Sedimentation wird zur Abtrennung von dispergierten Partikeln aus Flüssigkeiten angewendet. Dabei kann die Konzentration des Feststoffes und/oder die Gewinnung der reinen Flüssigkeit im Vordergrund stehen.

Bei einer Sedimentation setzen sich die Partikel der Suspension unter der Wirkung einer Feldkraft (Schwerkraft, Zentrifugalkraft) ab. Es findet eine Phasentrennung statt, nach der die geklärte Flüssigkeit vom Sediment abgetrennt werden kann. Das Sediment enthält meist noch einen hohen Flüssigkeitsanteil und wird daher auch als Dickschlamm bezeichnet. Die Schwerkraft-Sedimentation erfolgt kontinuierlich bzw. diskontinuierlich in Absetzbecken, die auch als Eindicker bzw. Klärer bezeichnet werden. Die Zentrifugalkraft-Sedimentation findet in Sedimentations-Zentrifugen und in Hydrozyklonen statt.

Die Wahl des Trennprozesses hängt von den physikalischen und chemischen Eigenschaften der Suspension, den technischen und wirtschaftlichen Anforderungen und den betrieblichen Randbedingungen ab.

Für den Verfahrenstechniker stellt sich die Aufgabe, den Prozess auszulegen, d. h. die Vorgänge rechnerisch zu erfassen und die notwendigen Dimensionen der Apparate oder Maschinen zu berechnen. Hierzu muss er zunächst die relevanten Eigenschaften des jeweils zu behandelnden Stoffsystems beschreiben und die beim Prozess ablaufenden physikalischen Vorgänge modellmäßig erfassen.

### 5.1 An Partikel angreifende Kräfte

Bei der Sedimentation wird die an einem Partikel angreifende Feldkraft (Schwerkraft, Zentrifugalkraft) zur Abtrennung der Partikel ausgenutzt. Daneben greifen noch andere Kräfte am Partikel an, die berücksichtigt werden müssen. Folgenden Kräfte können betrachtet werden:

- **Schwerkraft**

Die Schwerkraft  $F_G$  ist eine Folge des Gravitationsfeldes der Erde und wird auch als Gewichtskraft bezeichnet. Es gilt:

$$\vec{F}_G = m \cdot \vec{g} \quad (5.1.1)$$

- **Trägheitskraft**

Die Trägheitskraft  $F_T$  wirkt der Geschwindigkeitsänderung eines Partikels entgegen. Entsprechend dem NEWTONschen Gesetz gilt:

$$\vec{F}_T = m \cdot \vec{a} \quad (5.1.2)$$

Geschwindigkeitsänderungen sind auch notwendig, um Partikel aus ihrer geradlinigen (translatorischen) Bahn abzulenken. Hierzu sind Zentrifugalbeschleunigungen erforderlich, die entsprechende Zentrifugalkräfte zur Folge haben. In solchen Fällen haben die Beschleunigungsvektoren nicht die gleiche Richtung wie die Geschwindigkeitsvektoren. Es gilt:

$$\vec{F}_Z = m \cdot \vec{a}_Z \quad (5.1.3)$$

Für eine Kreisbewegung gilt:

$$\vec{a}_Z = \omega \cdot \vec{r} \quad (5.1.4)$$

- $\omega$  = Winkelgeschwindigkeit (Geschwindigkeit auf dem Einheitskreis) =  $2\pi n$
- $r$  = Abstand des Partikelschwerpunktes von der Drehachse
- $n$  = Drehzahl (Zahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit)

- **Druckkraft**

Druckkräfte treten auf, wenn in dem umgebenden Fluid ein Druckgradient herrscht. Der Druckgradient kann infolge einer hydrostatischen Druckänderung oder einer Strömung verursacht werden. Es gilt:

$$\vec{F}_p = -V \cdot \nabla p \quad (5.1.5)$$

Bei einem inkompressiblen Medium ergibt sich der Druckgradient entsprechend der Navier-Stokes-Gleichung zu:

$$\nabla p = \rho_{fl} \cdot \vec{g} - \rho_{fl} \cdot \frac{d\vec{w}}{dt} + \eta \nabla^2 \vec{w} \quad (5.1.6)$$

Bei einem ruhenden Medium und der alleinigen Wirkung der hydrostatischen Druckänderung kann man schreiben:

$$\vec{F}_p = -V \cdot \nabla p = -V \cdot \rho_{fl} \cdot \vec{g} \quad (5.1.7)$$

In diesem Fall wird die Druckkraft entsprechend ihrer Wirkung auch Auftriebskraft genannt.

- **Strömungskraft (Strömungswiderstand)**

Infolge einer Relativgeschwindigkeit zwischen dem Fluid und einem Partikel kommt es zu einer Kraftwirkung aufgrund der Reibung an der Phasengrenze. Die Größe der wirkenden Kräfte ist von einer Vielzahl von Einflussgrößen abhängig und wird im nächsten Abschnitt näher behandelt.

- **Diffusionskraft**

Diffusionskräfte wirken an Partikeln aufgrund von Stößen von Molekülen auf die Partikeloberfläche infolge der BOWNSchen Bewegung, die sich nicht immer vollständig ausgleichen. Die Kraftwirkung wird im Fall von Ausgleichsvorgängen infolge von Konzentrations- und Temperaturunterschieden im umgebenden Fluid noch verstärkt. Diese Kraftwirkung ist hauptsächlich bei Partikelgrößen  $< 1 \mu\text{m}$  im Vergleich zu den anderen möglichen Kraftwirkungen von Bedeutung. Bei Partikeln, die größer als  $1 \mu\text{m}$  sind, kann der Einfluss der Diffusion vernachlässigt werden.

- **Oberflächenkraft**

In unmittelbarer Umgebung von Festkörperoberflächen wirken Kräfte auf ein Partikel infolge der VAN-DER-WAALSschen Anziehung oder elektrostatischen Wechselwirkungen zwischen den Ladungen auf den Oberflächen. Im Fall eines Kontaktes mit einer der Oberflächen spricht man auch von Kontaktkräften.

## 5.2 Strömungswiderstand starrer Partikel

In diesem Fall wird ein Partikel als starr bezeichnet, wenn es sich infolge der Bewegung nicht verformt. Oft können auch Tropfen und Gasblasen wie starre Partikel behandelt werden. Von den vielen Partikelformen ist die Kugelform einfach zu beschreiben und wird daher den Untersuchungen häufig zugrunde gelegt. Sie stellt für viele technisch bedeutsame Fälle auch eine gute Näherung der tatsächlichen Verhältnisse dar.

Die Widerstandskraft  $F_W$  eines Körpers in einer Strömung wird mit folgendem Ansatz erfasst:

$$\vec{F}_W = c_W \cdot A \cdot \frac{\rho_{fl}}{2} \cdot |\vec{w}_R| \cdot \vec{w}_R \quad (5.2.1)$$

- $c_W$  = dimensionsloser Reibungsfaktor (Widerstandsbeiwert)
- $A$  = größte Anströmfläche (Querschnittsfläche)
- $\rho_{fl}$  = Dichte des Fluids
- $w_R$  = Relativgeschwindigkeit zwischen Fluid und Körper

Für die Relativgeschwindigkeit gilt:

$$\vec{w}_R = \vec{v}_{fl} - \vec{w}_P \quad (5.2.2)$$

- $v_{fl}$  = Fluidgeschwindigkeit
- $w_P$  = Geschwindigkeit des Körpers

Im Fall eines ruhenden Körpers entspricht die Relativgeschwindigkeit der Anströmgeschwindigkeit und die Kraft wirkt in Strömungsrichtung.  $c_W$  ist ein dimensionsloser Reibungsfaktor, der praktisch das Verhältnis des Reibungswiderstandes zur fiktiven Kraft, die aufgrund des Staudruckes

am Anströmquerschnitt A wirken würde, darstellt. Der Reibungsfaktor ist nicht konstant. Er wird in Abhängigkeit von der wie folgt definierten Reynoldszahl angegeben:

$$c_w = f(Re) \quad \text{mit} \quad Re = \frac{\rho_{fl} \cdot L \cdot w_R}{\eta_{fl}} \quad (5.2.3)$$

L = charakteristische Abmessung des umströmten Körpers (bei einer Kugel der Durchmesser)

$\eta_{fl}$  = dynamische Viskosität des Fluids

Werte für den Reibungsfaktor  $c_w$  wurden hauptsächlich aufgrund von Versuchen (z. B. Fall- und Windkanalversuche) bestimmt. Für den Fall einer laminaren Umströmung liegen auch berechnete Werte vor.

Der Umströmungswiderstand setzt sich aus Anteilen aufgrund von Reibung und einer Geschwindigkeitsänderung und der daraus resultierenden Druckänderung zusammen. Der Reibungswiderstand tritt an der Oberfläche, insbesondere im Bereich der anliegenden Strömung, infolge der übertragenen Schubspannungen auf. Bei einer Ablösung der Strömung ändert sich ihr Gesamtbild und der Widerstand wird zusätzlich durch den Druckabfall im Abströmbereich beeinflusst. Die Geschwindigkeits- und Druckänderungen haben eine Wirbelbildung zur Folge, die bei einer ansteigenden Umströmungsgeschwindigkeit zuerst als Wirbelschleppe hinter dem Körper auftritt. Im Bereich einer schleichenden Umströmung ist der Reibungsanteil dominierend. Bei hohen Reynoldszahlen und einer turbulenten Umströmung überwiegt der durch Trägheitskräfte verursachte Anteil. Zunächst wird vereinfachend angenommen, dass feste Wände, freie Oberflächen und andere Partikel so weit entfernt sind, dass sie die Umströmung des betrachteten Körpers nicht beeinflussen. Das umströmende Medium sei homogen, inkompressibel und weise NEWTONSches Fließverhalten auf.

#### • Umströmungswiderstand der Kugel

Für die Kugelumströmung gilt im Bereich einer laminaren (schleichenden) Umströmung nach STOKES (1850):

$$c_w = \frac{24}{Re} \quad \text{Gültigkeit: } Re < 0,2 \quad (5.2.4)$$

Damit kann man auch schreiben:

$$\vec{F}_w = 3\pi \cdot \eta_{fl} \cdot d \cdot \vec{w}_R \quad (5.2.5)$$

STOKES hat das Problem analytisch gelöst. OSEEN hat die Berechnung des Widerstandes unter Berücksichtigung linearisierter Trägheitsglieder durchgeführt und erhält:

$$c_W = \frac{24}{Re} \cdot \left( 1 + \frac{3}{16} Re \right) \quad (5.2.6)$$

Für höhere Werte der Reynoldszahl ist es bislang nicht gelungen, den Widerstand analytisch zu berechnen. Man ist auf Experimente angewiesen. Mit steigender Reynoldszahl bildet sich eine Wirbelschleppe aus. Ab  $Re = 24$  beginnen sich einzelne Wirbel abzulösen. Ab  $Re = 10^3$  ist das Ablösegebiet voll ausgebildet. Auf Basis von experimentellen Werten erhält man den in Abbildung 5.2.1 dargestellten Kurvenverlauf.

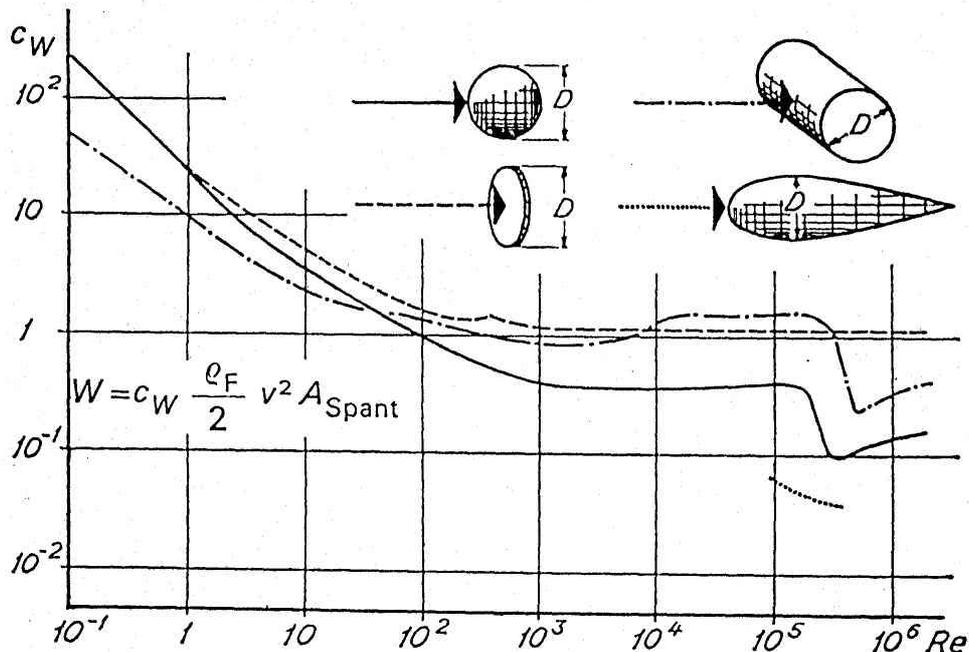


Abbildung 5.2.1: Widerstandsbeiwerte verschiedener angeströmter Geometrien

Für den Fall der Kugel kann im Übergangsbereich der Kurvenverlauf mit der folgenden Beziehung beschrieben werden:

$$c_W = 18,5 \cdot Re^{-0,6} \quad 2 < Re < 500 \quad (5.2.7)$$

Bei  $Re_{krit} = 3 \cdot 10^5$  (kritische Reynoldszahl) zeigt die Kurve einen plötzlichen Abfall von  $c_W = 0,48$  auf ca.  $c_W = 0,08$ . In diesem Bereich der Reynoldszahl geht die auf der Vorderseite der Kugel vorhandene Grenzschichtströmung vom laminaren in den turbulenten Zustand über. Nach Durchlaufen eines Minimums steigt der Widerstandsbeiwert mit zunehmender Reynoldszahl wieder an.

Bei Körpern mit scharfen Kanten liegt die Ablösestelle fest. Bei stetig abgerundeten Körpern ändert sich ihre Lage mit veränderter Anströmung. Auch die kritische Reynoldszahl und der Abfall sind von der Krümmung des Körpers abhängig. Rauigkeitsspitzen von Partikeln wirken wie eine Abrisskante. SAWATZKI (1961) hat mit Messungen nachgewiesen, dass die kritische Reynoldszahl mit zunehmender relativer Rauigkeit abnimmt. Auch Turbulenzen in der Anströmung bestimmen

maßgebend die Verhältnisse des plötzlichen Abfalls des  $c_W$ -Wertes. Nach TOROBIN und GAUVIN (1961) lässt sich der Zusammenhang zwischen Turbulenzgrad  $Tu$  der Anströmung und kritischer Reynoldszahl durch die folgende Gleichung beschreiben:

$$Tu^2 \cdot Re_{krit} = 45 \quad \text{mit} \quad Tu = \frac{\sqrt{\overline{w'^2}}}{w_R} \quad (5.2.8)$$

$\overline{w'}$  = mittlere turbulente Schwankungsgeschwindigkeit

Der kritische und der überkritische Bereich werden bei der Partikelumströmung relativ selten erreicht.

Da sich bei einer Partikelbeschleunigung oder -verzögerung die Reynoldszahl in einem großen Bereich verändert, ist es für die Berechnungen von Vorteil, wenn die Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes von der Reynoldszahl durch einfache mathematische Funktionen approximiert werden kann.

Im unterkritischen Bereich wird daher zwischen  $10^3 < Re < Re_{krit}$  der Widerstandsbeiwert der Kugelumströmung als konstant angenommen (NEWTONScher Bereich):

$$c_W = 0,44 \quad \text{Gültigkeit:} \quad 10^3 < Re < 3 \cdot 10^5 \quad (5.2.9)$$

Es werden eine Vielzahl von Beziehungen angegeben, mit denen der Kurvenverlauf in einem bestimmten Bereich angenähert werden kann.

Im gesamten unterkritischen Bereich ( $Re < 3 \cdot 10^5$ ) lassen sich die Messwerte mit ausreichender Genauigkeit mit der Gleichung von KASKAS annähern:

$$c_W = \frac{24}{Re} + \frac{4}{\sqrt{Re}} + 0,4 \quad (5.2.10)$$

Die Gleichung geht für den Bereich sehr kleiner Reynoldszahlen in die von STOKES über.

- **Kugelumströmung bei einer Beeinflussung durch Wände**

Bisher wurde stets angenommen, dass die Kugelumströmung nicht von anderen Strömungsvorgängen beeinflusst wird. Bei einem Absinken einer Kugel mit dem Durchmesser  $d$  in einem zylinderförmigen Standzylinder mit dem Durchmesser  $D$  tritt eine Flüssigkeitsverdrängung auf, die aufgrund der Wände den Sinkvorgang merklich beeinflussen kann. LADENBURG (1907) hat diesen Fall untersucht und folgende Beziehung angegeben:

$$c_W = \frac{24}{Re} \cdot \left( 1 + 2,104 \frac{d}{D} \right) \quad (5.2.11)$$

Er ging davon aus, dass sich die Kugel längs der Achse bewegt. BRENNER (1958) hat diesen Fall erweitert und berücksichtigt, dass sich die Kugel in einer beliebigen Entfernung  $r$  von der Zylinderachse bewegt. Sie ermittelten, dass der Faktor 2,104 nicht konstant ist, sondern zur Wand hin stark ansteigt. Bemerkenswert ist ferner, dass ein Minimum außerhalb des Zentrums existiert, das um 3 % niedriger ist als der Wert für die Zylinderachse.

- **Widerstandsgesetze für nichtkugelförmige Partikel**

Neben der Kugel am gründlichsten untersucht ist der senkrecht zu seiner Längsachse angeströmte Kreiszyylinder. Als Grundlage für weitere Angaben gelten Widerstandsbeiwerte für unendlich lange Kreiszyylinder, die sich in einer nach allen Raumkoordinaten unendlich ausgedehnten Umgebung befinden. In Abbildung 5.2.1 ist neben der Kugel der entsprechende Verlauf des  $c_W$ -Wertes für einen umströmten Zylinder dargestellt. Auch hierfür wurden aufgrund von theoretischen und experimentellen Ergebnissen Gleichungen ermittelt, die diese Abhängigkeit beschreiben (siehe z. B. BRAUER (1971)). Für Zylinder mit einer endlichen Länge  $L$  muss auch die Abhängigkeit vom Verhältnis  $L/d$  berücksichtigt werden.

Auch für die Widerstandsbeiwerte von querangeströmten Kreisscheiben gibt es eine Reihe von Untersuchungen. Im Diagramm ist die daraus abgeleitete Abhängigkeit des  $c_W$ -Wertes von der Reynoldszahl dargestellt.

Es gibt eine ganze Reihe von weiteren Arbeiten, die sich mit anderen Partikelformen, Randbedingungen und Einflüssen beschäftigen, so z. B. mit den Bedingungen bei einer wandnahen Strömung oder mit dem Einfluss einer Partikelrotation und Oberflächenrauigkeit. Hierzu wird auf die Fachliteratur verwiesen (z. B. BRAUER (1971)).

### 5.3 Stationäre Partikelbewegung auf einer geraden lotrechten Bahn

In vielen technisch interessanten Fällen bewegen sich die Partikel auf einer geraden lotrechten Bahn, d. h., die Geschwindigkeits- und Kraftvektoren liegen alle auf der gleichen Wirkungslinie. Dies ist z. B. der Fall beim

- Absinken von Partikeln in Flüssigkeiten und Gasen,
- Aufsteigen von Tropfen und Gasblasen,
- pneumatischen oder hydraulischen Transport von Gütern in lotrechten Rohrleitungen.

Nicht immer ist dabei das umgebende Medium in Ruhe, so dass absolute und relative Geschwindigkeiten auftreten. An dieser Stelle sei festgelegt, dass eine lotrecht abwärts gerichtete Geschwindigkeit bzw. Kraftwirkung mit einem positiven Vorzeichen versehen ist. Außerdem wird nur der Fall einer stationären Partikelbewegung betrachtet. Dieser Fall stellt sich bei kleinen Partikeln meist nach sehr kurzen Zeiten bzw. Wegstrecken ein. In einem solchen Fall ist die Trägheitskraft zu vernachlässigen. Folgende Kräfte sind dann für den Bewegungsablauf maßgebend:

$$\vec{F}_G - \vec{F}_A = -\vec{F}_W \quad (5.3.1)$$

Für kugelförmige Partikel erhält man:

$$(\rho_P - \rho_{fl}) \cdot \frac{\pi}{6} d^3 \cdot \vec{g} = -c_W \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot \frac{\rho_{fl}}{2} \cdot |\vec{w}_R| \cdot \vec{w}_R \quad (5.3.2)$$

Die Richtung der Kraftwirkung auf das Partikel und somit das Vorzeichen der Relativgeschwindigkeit ergeben sich aus der Dichtedifferenz. Die jeweiligen Absolutgeschwindigkeiten der Partikel (P) ergeben sich aus der Gleichung (5.2.2):

$$\vec{w}_R = \vec{v}_{fl} - \vec{w}_P$$

Der Betrag der Relativgeschwindigkeit ergibt sich zu:

$$|\vec{w}_R| = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{d \cdot g \cdot (\rho_P - \rho_{fl})}{c_W \cdot \rho_{fl}}} \quad (5.3.3)$$

#### • Stationäre Sinkgeschwindigkeit

In einem ruhenden Medium ( $v = 0$ ) sinken die Partikel aufgrund der Schwerkraft ab. In diesem Fall entspricht der Betrag der Relativgeschwindigkeit der Sinkgeschwindigkeit  $w_S$ .

Für den Gültigkeitsbereich der Gleichung von STOKES (5.2.4) erhält man mit Gl. (5.3.3):

$$w_s = \frac{g \cdot (\rho_p - \rho_{fl}) \cdot d^2}{18\eta_{fl}} \quad (5.3.4)$$

Analog kann man mit Gl. (5.2.9) eine Beziehung für den NEWTONSchen Bereich bestimmen. Im Übergangsbereich kann mit  $c_w = f(Re)$  eine Sinkgeschwindigkeit iterativ bestimmt werden. Es wird für einen bestimmten  $c_w$ -Wert die Sinkgeschwindigkeit ermittelt und überprüft, ob die Sinkgeschwindigkeit dem angenommenen  $c_w$ -Wert entspricht. Wenn nicht, wird die Schätzung verbessert.

GRASSMANN hat ein Diagramm entwickelt, das diese umständliche Prozedur erspart. Er führte zwei dimensionslose Konstanten ein, von denen eine neben den Stoffwerten den Partikeldurchmesser und die andere die Sinkgeschwindigkeit enthält. Beide sind jedoch von der Reynoldszahl abhängig. Ausgangspunkt für die Bestimmung der dimensionslosen Kennzahlen ist Gl. (5.3.3) und die Beziehung für die Reynoldszahl, die in diesem Fall wie folgt geschrieben werden kann:

$$Re^2 = \frac{\rho_{fl}^2 \cdot w_s^2 \cdot d^2}{\eta_{fl}^2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{g \cdot (\rho_p - \rho_{fl}) \cdot \rho_{fl} \cdot d^3}{c_w \cdot \eta_{fl}^2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Ar}{c_w} \quad (5.3.5)$$

$Ar$  ist die dimensionslose Archimedes-Zahl (die oft auch als Galilei-Zahl  $Ga$  bezeichnet wird), für die gilt:

$$Ar = \frac{g \cdot (\rho_p - \rho_{fl}) \cdot \rho_{fl} \cdot d^3}{\eta_{fl}^2} = \frac{3}{4} \cdot c_w \cdot Re^2 \quad (5.3.6)$$

Die Gl. (5.3.3) kann man auch nach dem Partikeldurchmesser  $d$  auflösen und diesen Ausdruck dann in die Gleichung mit der Reynoldszahl (5.3.5) einsetzen. Man erhält in analoger Weise eine andere dimensionslose Kennzahl, die Omega-Zahl  $\Omega$  (auch Ljasčenko-Zahl  $Lj$  genannt):

$$\Omega = \frac{\rho_{fl}^2 \cdot w_s^3}{g \cdot (\rho_p - \rho_{fl}) \cdot \eta_{fl}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Re}{c_w} \quad (5.3.7)$$

Die Archimedes-Zahl  $Ar$  enthält den Partikeldurchmesser und Stoffwerte und die Omega-Zahl  $\Omega$  die Sinkgeschwindigkeit und Stoffwerte. Beide sind Funktionen der Reynoldszahl, so dass für jede Reynoldszahl unter Berücksichtigung des Zusammenhanges  $c_w = f(Re)$  ein Wertepaar  $Ar$  und  $\Omega$  bestimmt werden kann. Man erhält damit für eine Kugel den in Abbildung 5.3.1 dargestellten Zusammenhang  $\Omega = f(Ar)$ , wobei jedem Punkt der Kurve eine Reynoldszahl zugeordnet werden kann.

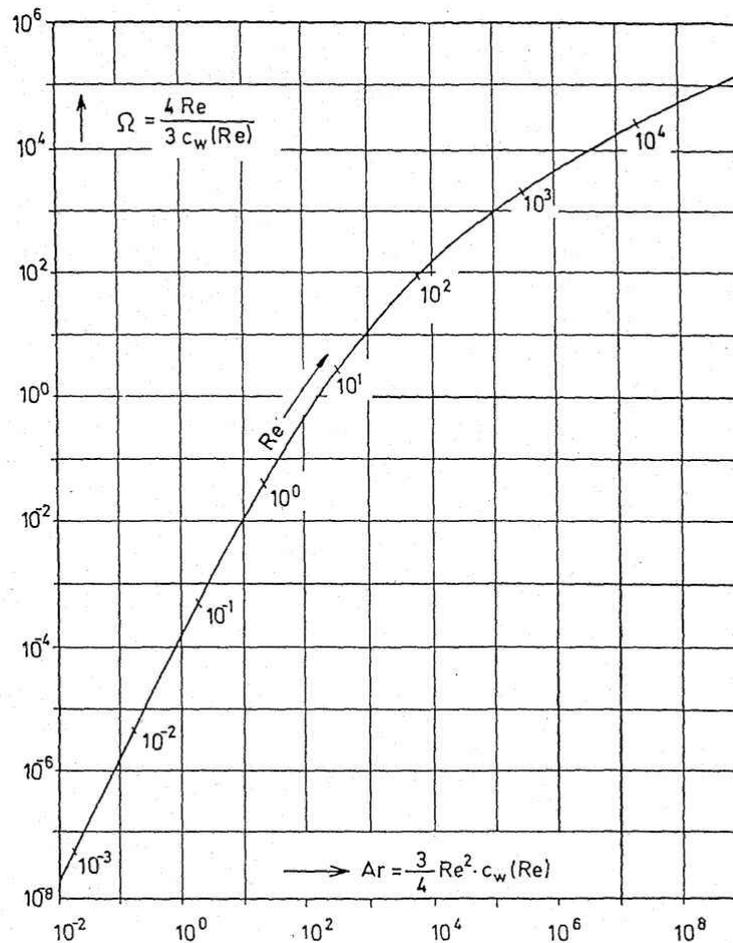


Abbildung 5.3.1: Zusammenhang zwischen der Archimedes- und der Omega-Zahl nach GRASSMANN

Mit einer bereichsweisen Beschreibung des Zusammenhangs  $c_w = f(Re)$  entsprechend der Gleichungen (5.2.4) und (5.2.9) im STOKESSchen bzw. NEWTONSchen Bereich sowie einer Approximation dieses Zusammenhanges im Übergangsbereich nach L.-G. EKLUND (1986) mittels

$$c_w = \frac{B}{Re^A} \quad (5.3.8)$$

(vgl. auch mit Gleichung 5.2.7) lassen sich die Zusammenhänge zwischen den dimensionslosen Größen berechnen. Die Koeffizienten A und B des Ansatzes (5.3.8) können der nachfolgenden Tabelle 5.3.1 entnommen werden:

Tabelle 5.3.1: Koeffizienten der Gleichung (5.3.8) zur Bestimmung des  $c_W$ -Wertes

Strömungsregime	STOKES	Übergangsregime			NEWTON
	schleichende Strömung	ablösefrei	beginnende Ablösung	Wirbelschlepe	turbulente Nachlaufströmung
Re	$Re \leq 0.5$	$0.5 < Re \leq 10.1$	$10.1 < Re \leq 122$	$122 < Re \leq 10^3$	$10^3 < Re \leq 10^5$
Ar	$Ar \leq 9$	$9 < Ar \leq 325$	$325 < Ar \leq 1.07 \cdot 10^4$	$1.07 \cdot 10^4 < Ar \leq 3 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^5 < Ar \leq 3 \cdot 10^9$
$\Omega$	$\Omega \leq 0.014$	$0.014 < \Omega \leq 3.18$	$3.18 < \Omega \leq 172$	$172 < \Omega \leq 3300$	$3300 < \Omega \leq 3.3 \cdot 10^5$
A	1	0.8	0.6	0.4	0
B	24	27	17	6.5	0.44

Damit kann man je nach Aufgabenstellung für einen Partikeldurchmesser bzw. eine Sinkgeschwindigkeit die jeweilige Kennzahl ausrechnen und darüber das gültige Strömungsregime sowie die dazu gehörigen Koeffizienten A und B nach Gl. (5.3.8) bestimmen. Ausgehend von den Gleichungen (5.3.6) und (5.3.7) lassen sich so die zu einer Partikelgröße gehörige Sinkgeschwindigkeit bzw. die zu einer Sinkgeschwindigkeit gehörige Partikelgröße berechnen:

$$w_s = \frac{\eta_f}{\rho_f \cdot d} \cdot \left( \frac{4}{3} \cdot \frac{Ar}{B} \right)^{\frac{1}{2-A}} \quad (5.3.9)$$

bzw.

$$d = \frac{\eta_f}{\rho_f \cdot w_s} \cdot \left( \frac{3}{4} B \cdot \Omega \right)^{\frac{1}{1+A}} \quad (5.3.10)$$

#### 5.4 Absetzverhalten von Partikelschwärmen

Die Feststoffkonzentration hat ab einem Wert von ca. 0,5 Vol.-% einen großen Einfluss auf das Absetzverhalten von Partikeln. Bis zu dieser Feststoffkonzentration können Partikel nahezu ungestört, d. h. ohne sich gegenseitig zu beeinflussen, sedimentieren. Bei höheren Konzentrationen wird die Sedimentation durch

- eine Gegenströmung infolge der Flüssigkeitsverdrängung durch den Feststoff
- die Beeinflussung des Strömungsprofils in der Umgebung der Partikel
- Grenzflächeneffekte
- gegenseitige Wechselwirkungen zwischen den Partikeln beim Sedimentieren

beeinflusst. Man spricht in diesem Fall auch von der Bewegung eines Partikelschwarms.

Generell ist bei höheren Konzentrationen auch mit der Bildung von Partikelagglomeraten (Cluster) zu rechnen. Im Bereich  $0,1 \text{ Vol.-%} < c_v < 5 \text{ Vol.-%}$  ist die Sinkgeschwindigkeit von Agglomeraten im Allgemeinen gegenüber der einzelner Partikel erhöht. Die Neigung zur Bildung von Agglomeraten ist von den an den Partikeln angreifenden Kräften abhängig. Die zwischen den Partikeln meist wirkenden Abstoßungskräfte aufgrund der Oberflächenladung spielen dabei eine

meist wirkenden Abstoßungskräfte aufgrund der Oberflächenladung spielen dabei eine maßgebende Rolle. Bei einer hohen gleichsinnigen Ladung der Partikel wird eine Agglomeration unterbunden. Im Folgenden wird der Fall einer Agglomeration nicht weiter berücksichtigt.

Betrachtet man einen Partikelschwarm mit einer eng verteilten Partikelgröße, der in einem geschlossenen Behälter sedimentiert oder der einen Behälter quer durchströmt und gleichzeitig sedimentiert, so muss berücksichtigt werden, dass die absinkenden Partikel ein äquivalentes Flüssigkeitsvolumen verdrängen, wodurch ein Fluidstrom entgegen der Sinkbewegung hervorgerufen wird. Aufgrund der Kontinuitätsgleichung erhält man für den Betrag der Relativgeschwindigkeit

$$w_R = w_{SS} + v_{fl} = \frac{w_{SS}}{(1 - c_V)} \quad (5.4.1)$$

Außerdem wird das Geschwindigkeitsfeld in der Umgebung der Partikel, und damit auch der Impulsaustausch, aufgrund der erhöhten Partikelkonzentration beeinflusst. Die Absetzgeschwindigkeit des Partikelschwarms  $w_{SS}$  wird hierdurch gegenüber der Sinkgeschwindigkeit eines einzelnen Partikels  $w_S$  reduziert. In Abbildung 5.4.1 ist das Verhältnis  $w_S/w_{SS}$  aus Messwerten für verschiedene Partikelkonzentrationen aufgetragen. Die Schwarmgeschwindigkeit ist bei einer Feststoffkonzentration von 10 Vol.-% bereits nur noch halb so groß wie beim Absetzen eines einzelnen Partikels. Es existieren einige empirische Ansätze zur Beschreibung dieses Zusammenhangs. Nach RICHARDSON und ZAKI (1954) gilt:

$$w_{SS} = w_S \cdot (1 - c_V)^n \quad \text{mit} \quad n = f(Re) \quad (5.4.2)$$

Versuche zeigen, dass  $n$  wieder von den Strömungsbedingungen am Partikel abhängt. Folgende Beziehungen wurden für einzelne Bereiche einer Partikel-Reynoldszahl angegeben:

$Re < 0,2$	$n = 4,65$
$0,2 < Re < 1,0$	$n = 4,35 Re^{-0,03}$
$1,0 < Re < 500$	$n = 4,45 Re^{-0,1}$
$Re > 500$	$n = 2,39$

Die Reynoldszahl wird in diesem Fall mit der Sinkgeschwindigkeit  $w_S$  eines einzelnen unbeeinflussten absinkenden Partikels gebildet.

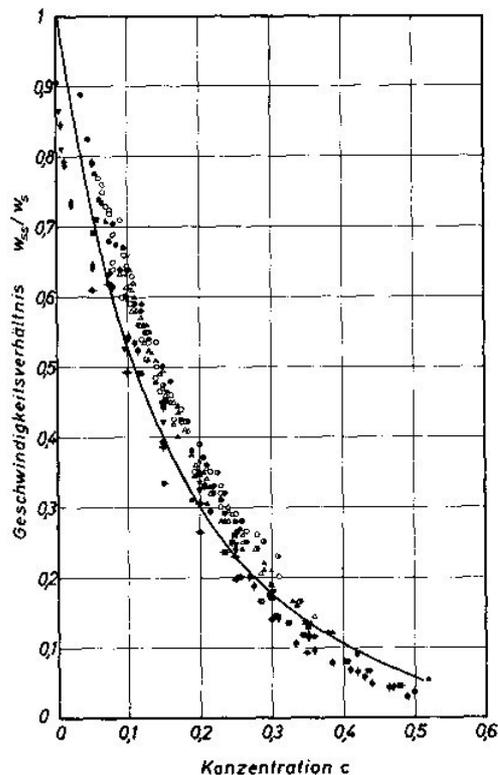


Abbildung 5.4.1:  
 Geschwindigkeitsverhältnis  $w_s/w_{SS}$  für monodisperse Partikeldispersionen in Abhängigkeit der Konzentration nach BRAUER (1971). Den Messergebnissen liegen folgenden Variablenbereiche zugrunde:  
 $0,001 < Re < 0,21$   
 $0,053 \text{ mm} < x < 0,71 \text{ mm}$   
 $890 \text{ kg/m}^3 < \rho_{fl} < 1250 \text{ kg/m}^3$   
 $1190 \text{ kg/m}^3 < \rho_P < 7400 \text{ kg/m}^3$   
 $10^{-3} \text{ Pas} < \eta_{fl} < 400 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

BRAUER und Mitarbeiter haben den Einfluss der einzelnen Effekte im Partikelschwarm untersucht und ermittelt, dass die Veränderung des Geschwindigkeitsprofils innerhalb eines Partikelschwarms einen größeren Effekt hat als die Gegenströmung. Sie untersuchten auch das Absetzverhalten von Partikelschwärmen mit einer breiten Partikelgrößenverteilung. Anhand der Abbildung 5.4.2 werden die Vorgänge für den Fall einer Zweikornsuspension, d. h. einer Suspension mit zwei Partikelfractionen erläutert. Als Parameter ist das Partikeldurchmesser Verhältnis  $d_{\text{groß}}/d_{\text{klein}}$  aufgetragen. Man erkennt, dass es in solch einem Fall möglich ist, dass aufgrund der Gegenströmung die Fraktion kleiner Partikel zunächst nach oben strömt, was anhand der negativen Sinkgeschwindigkeit zum Ausdruck kommt.

Bei sehr hohen Feststoffkonzentrationen, d. h. bei Werten  $c_v > 0,3$ , sedimentieren alle Partikel unabhängig von ihrer Größe aufgrund der gegenseitigen Behinderung und Sperrwinkel mit der gleichen Absetzgeschwindigkeit (Zonensedimentation). Man kann sich dabei vorstellen, dass das absinkende Partikelkollektiv entsprechend der Relativgeschwindigkeit zwischen Partikeln und Fluid durchströmt wird. Polymere Flockungsmittel, welche Bindungen zwischen den einzelnen Partikeln herstellen und dennoch bestimmte Abstände zwischen den Partikeln zulassen, fördern die Zonensedimentation. In solchen Fällen kann eine Zonensedimentation auch bei einer Feststoffkonzentration ab 10 Vol.-% auftreten.

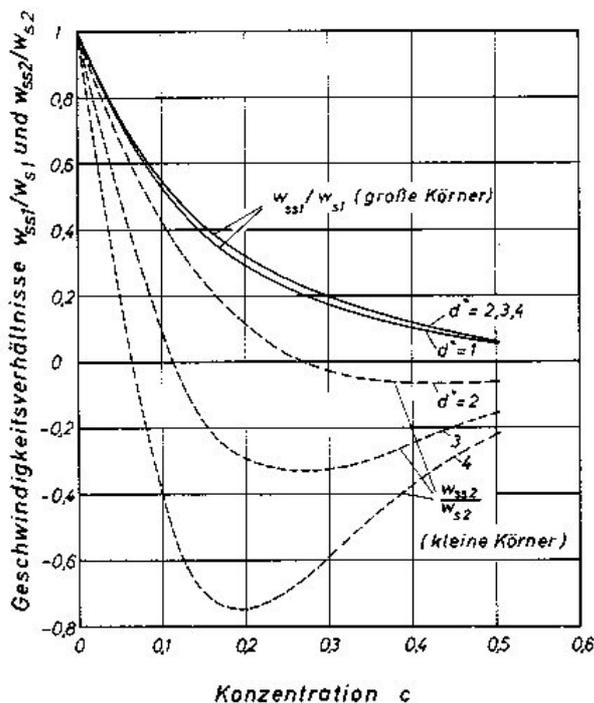


Abbildung 5.4.2:

Geschwindigkeitsverhältnis  $w_S/w_{SS}$  für Partikelgemische mit einem Größenverhältnis von  $d^* = d_1/d_2$  (große Körner  $d^* < 2,415$ ) nach BRAUER (1971).

## Literatur:

- Stokes, G.G.: On The Effect of the Internal Friction of Fluids on the Motion of Pendulums. *Trans. Cam. Phil. Soc.* 9 (1851), 8-27
- Eklund, L.-G.: Ein Algorithmus für die Berechnung der Kugelgeschwindigkeit; *Chem.-Ing.-Tech.* 58 (1986) 9, 747
- Oseen, C.W.: Über die Stokessche Formel und über eine Verwandte Aufgabe in der Hydrodynamik. *Ark. Mat. Astron. Fys.*, 6 (1910), 1-20
- Sawatzki, O.: Über den Einfluß der Rotation und der Wandstöße auf die Flugbahnen kugelliger Teilchen im Luftstrom. Dissertation, Universität Karlsruhe (1961)
- Torobin, L. B.; Gauvin, W. H.: The Drag Coefficient of Single Spheres Moving in Steady and Accelerated Motion in a Turbulent Fluid. *AICHE J.* 7 (1961), 615-619
- Kaskas A. A.: Schwarmgeschwindigkeit in Mehrkornsuspensionen am Beispiel der Sedimentation. Dissertation, TU Berlin (1970)
- Ladenburg, R.: Über den Einfluß von Wänden auf die Bewegung einer Kugel in einer reibenden Flüssigkeit. *Annalen der Physik* 23 (1907), 447 - 448
- Brenner, H.: Slow Viscous Flow Past a Sphere in a Cylindrical Tube. *J. Fluid Mech.* 4 (1958), 195-213
- Brauer, H.: Grundlagen der Einphasen- und Mehrphasenströmung. Verlag Sauerlander, Aarau-Frankfurt (1971)
- Grassmann, P.; Reinhardt, A.: Zur Ermittlung der Sinkgeschwindigkeit von Tropfen und der Steiggeschwindigkeit von Blasen. *Chem.-Ing.-Techn.* 33 (1961), 348-349
- Richardson J.F., Zaki W.N.: Sedimentation and Fluidization. *Trans. Inst. Chem. Eng. J.* 32 (1954), 35-53

## 6 Partikelabscheidung im Schwerkraftfeld

### 6.1 Grundlagen

Aufgrund des Einflusses der Schwerkraft können sich disperse Stoffsysteme entmischen. Die spezifisch schwerere Phase sinkt ab und sammelt sich z. B. im unteren Teil eines Beckens. Entsprechend können Partikel aus sedimentieren und Öltröpfchen in einer wässrigen Phase aufschwimmen. Dieser Vorgang wird in der Technik häufig zur Phasenseparation eingesetzt. Die Anlagen können diskontinuierlich oder kontinuierlich betrieben werden. Kontinuierlich betriebene Sedimentationsanlagen zur Abscheidung von Partikeln sind stationär durchströmte Becken, in denen die Fließgeschwindigkeit soweit verlangsamt wird, dass sich die absetzbaren Stoffe als Sinkstoffe absetzen bzw. als Schwimmstoffe an der Flüssigkeitsoberfläche ansammeln. Die abgetrennten Stoffe werden am Boden und, falls vorhanden, auch von der Flüssigkeitsoberfläche durch entsprechende Vorrichtungen entfernt.

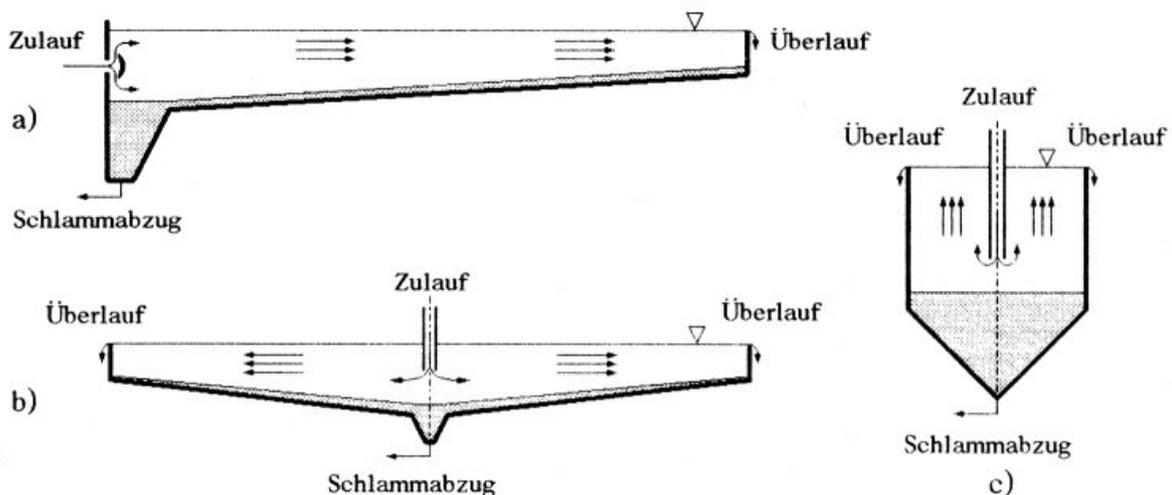


Abbildung 6.1.1: Grundformen der Absetzbecken nach STIEß (1994):  
a) Längsbecken, b) großes und c) kleines Rundbecken

Wesentliche Grundlagen zur Auslegung von Sedimentationsbecken (Absetzbecken, Klärbecken, Eindicker) sind die Gesetzmäßigkeiten zur Bewegung von Partikeln bzw. Partikelschwärmen (siehe Kapitel 5). Durch eine Flockenbildung, die durch die Zugabe von Flockungsmittel bzw. Flockungshilfsmittel erheblich gefördert werden kann, wird das Absetzverhalten von Partikeln wesentlich erhöht. Feine Schwebstoffe können sich in oder an Flocken anlagern, wodurch die Abscheidung wesentlich verbessert wird. In der Abwassertechnik sind die geforderten Grenzwerte oft nur in Verbindung mit der Dosierung von Flockungsmittel und/oder Flockungshilfsmittel zu erreichen. Es werden längsdurchströmte Rechteckbecken oder Rundbecken eingesetzt, die radial von innen nach außen durchströmte werden (siehe Abbildung 6.1.1). Bei flachen Längs- und Rundbecken ist die horizontale Flüssigkeitsströmung eine maßgebende Betriebsgröße. Die sehr geringe vertikale Flüssigkeitsströmung kann meist vernachlässigt werden. Anders sind die Verhältnisse bei kleinen und tiefen Becken, bei denen kontinuierlich die geklärte Flüssigkeit und ein

Schlamm abgeführt werden. Solche Becken haben meist einen runden oder quadratischen Grundriss. Hier ist die vertikale Geschwindigkeitskomponente maßgebend. Die horizontale Geschwindigkeitskomponente kann meist bei der Auslegung vernachlässigt werden.

## 6.2 Bemessung von längsdurchströmten Sedimentationsbecken

Die Abbildung 6.2.1 zeigt ein horizontal durchströmtes rechteckiges Sedimentationsbecken mit der effektiven Länge  $L_{\text{eff}}$ , der effektiven Höhe  $H_{\text{eff}}$  und der Breite  $B$ . Wie in der Abbildung angedeutet, werden Räume, in denen sich die Sinkstoffe ansammeln, und die eventuell vorhandene Boden­neigung sowie Ein- und Auslaufbereiche bei der Betrachtung zur Bemessung vernachlässigt. Sie müssen gesondert berücksichtigt werden. Man geht weiterhin von einer laminaren horizontalen Durchströmung des Beckens aus. Die absetzbaren Partikel besitzen sowohl eine horizontale als auch eine vertikale Geschwindigkeitskomponente. Bei der Bemessung wird vereinfacht angenommen, dass die horizontale Geschwindigkeitskomponente der mittleren horizontalen Geschwindigkeit der Flüssigkeit  $v_f$  entspricht. Für diese gilt:

$$v_f = \frac{\dot{V}}{H_{\text{eff}} \cdot B} \quad (6.2.1)$$

Man vernachlässigt, wie in Abschnitt 6.1 erwähnt, die vertikale Komponente der Flüssigkeit, so dass die vertikale Geschwindigkeitskomponente der Partikel ihrer Sinkgeschwindigkeit  $w_s$  entspricht. Ein Partikel gilt als abgeschieden, wenn es während der Verweilzeit im Behälter den Sinkstoff-Sammelraum erreicht. Im ungünstigsten Fall muss für eine Abscheidung gewährleistet werden, dass ein Partikel während der Verweilzeit  $t_V$  im Absetzvolumen  $V$

$$t_V = \frac{V}{\dot{V}} = \frac{L_{\text{eff}}}{v_f} \quad (6.2.2)$$

von der Stelle A des Beckens den Punkt C erreicht. Dies ist gewährleistet, wenn die Verweilzeit größer ist als die Sinkzeit  $t_S$ , in der das Partikel die Höhe  $H_{\text{eff}}$  durchströmt hat, wenn also gilt:

$$t_V > t_S = \frac{H_{\text{eff}}}{w_s} \quad (6.2.3)$$

Man erhält daraus:

$$\frac{B \cdot H_{\text{eff}} \cdot L_{\text{eff}}}{\dot{V}} > \frac{H_{\text{eff}}}{w_s} \quad (6.2.4)$$

bzw.

$$\text{Klärfläche} \quad A = B \cdot L_{\text{eff}} > \frac{\dot{V}}{w_s} \quad (6.2.5)$$

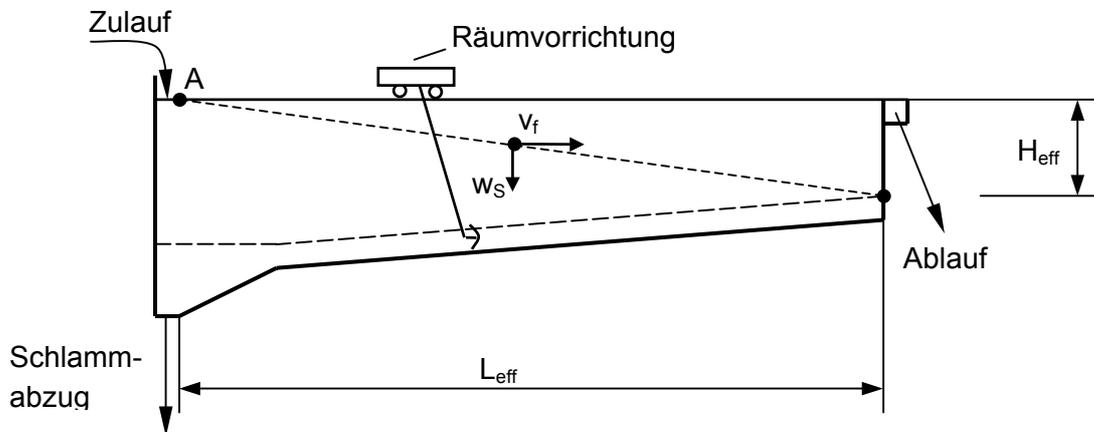


Abbildung 6.2.1: Funktionsweise eines Längsbeckens

Für eine vorgegebene Sinkgeschwindigkeit und einen zu behandelnden Volumenstrom erhält man daraus eine Größe der Klärfläche, die das Sedimentationsbecken mindestens besitzen muss, um eine sichere Abtrennung zu gewährleisten:

$$A_{\text{min}} = \frac{\dot{V}}{w_s} \quad (6.2.6)$$

Demnach ist die Höhe  $H_{\text{eff}}$  nicht von Einfluss. Die Abmaße des Beckens sollten jedoch so festgelegt werden, dass die Voraussetzungen, die der Bemessungsmethode zugrunde liegen, erfüllt sind. Dazu gehört z. B. die Annahme, dass Turbulenzen bei der Durchströmung des Beckens vermieden werden. Als Anhaltswert kann hierfür eine möglichst kleine relevante Reynoldszahl herangezogen werden (laminare Rohrströmung  $Re < 2300$ ). Beim längsdurchströmten Becken ergibt sich die relevante Reynoldszahl mit dem hydraulischen Durchmesser  $d_h$  zu:

$$Re = \frac{\rho \cdot v_f \cdot d_h}{\eta} = \frac{4\rho \cdot V}{\eta \cdot (2H + B)} \quad (6.2.7)$$

Mit der relevanten Reynoldszahl  $Re$  kann abgeschätzt werden, inwieweit die Bedingungen der turbulenzarmen Längsströmung eingehalten werden. Die Höhe  $H_{\text{eff}}$  sollte im Vergleich zur flächenmäßigen Ausdehnung des Beckens gering sein, damit die Vernachlässigung der vertikalen Geschwindigkeitskomponente im Becken auch gerechtfertigt ist.

### 6.3 Prinzip der geneigten Flächen

Entsprechend Gl. (6.2.6) erfordert ein vorgegebenes Separationsproblem, das durch den Volu-

menstrom der Suspension und der Sinkgeschwindigkeit der darin enthaltenen Partikel gekennzeichnet ist, eine Mindestgröße an Klärfläche. Im Fall von geringen Sinkgeschwindigkeiten kann damit ein erheblicher Flächenverbrauch verbunden sein. Theoretisch kann der Flächenbedarf wesentlich reduziert werden, wenn man mehrere Klärbecken übereinander anordnet, was z. B. durch den Einbau von horizontalen Zwischenböden in ein Klärbecken erreicht werden kann. Praktisch entsteht dabei jedoch das Problem, die Sinkstoffe, die sich auf den einzelnen Zwischenböden ablagern, zu entfernen. Zur technischen Lösung dieses Problems werden die Zwischenböden nicht horizontal, sondern mit einer Neigung von  $40^\circ$  bis  $60^\circ$  gegen die Horizontalen angeordnet (siehe Abbildung 6.3.1). Man nennt diese Apparate Schräg- oder Lamellenklärer. Da aufgrund der geringen Absetzhöhe die notwendige Verweilzeit wesentlich reduziert wird, spricht man auch von Schnellklärern. Die geneigten Flächen werden meist in Form von sogenannten Lamellenpaketen realisiert. Die einzelnen Platten können auch eine gewellte Struktur aufweisen, wodurch die Feststoffansammlung in der Mulde das Abgleiten auf der Platte fördert.

Die Flüssigkeit kann gegenüber dem nach unten abgleitenden Feststoff im Gleichstrom oder im Gegenstrom geführt werden. Beim Gleichstrombetrieb tritt die Flüssigkeit oben in das Lamellenpaket ein. Der Feststoff sammelt sich auf der Oberseite der Platten und gleitet nach unten ab. Die geklärte Flüssigkeit wird unten über Sammelrinnen abgeführt. Beim Gegenstrom tritt die Flüssigkeit unten ein und steigt auf. Beim Gleichstromprinzip ist mit niedrigerem Neigungswinkel zu rechnen als beim Gegenstrom. Bei der Festlegung des Neigungswinkels müssen jedoch auch die Gleiteigenschaften des Schlammes auf dem Lamellenmaterial berücksichtigt werden.

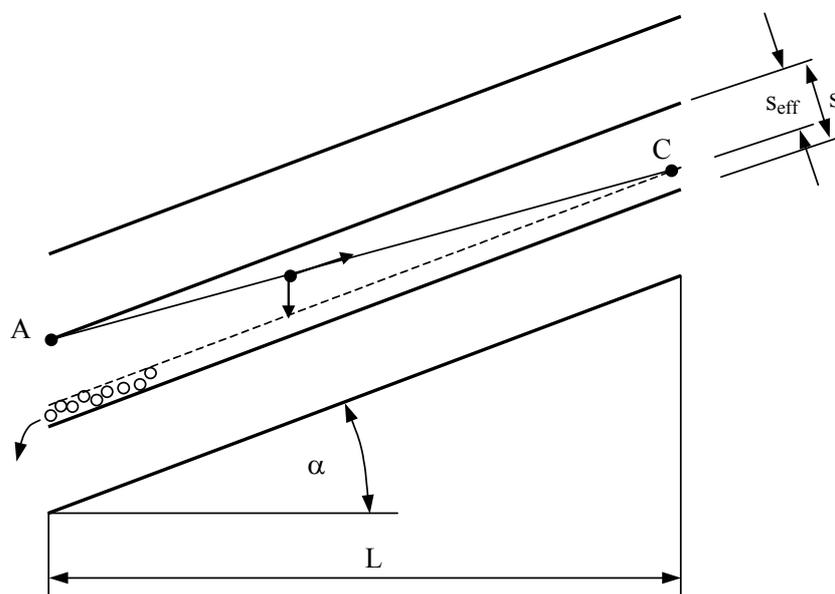


Abbildung 6.3.1: Schrägklärer im Gegenstromprinzip

Die Methode zur Bemessung von Lamellenklärern entspricht der eines längsdurchströmten Sedimentationsbeckens. Ein Partikel gilt als abgeschieden, wenn es beim Durchströmen der Platte die Zone der Sinkstoffe erreicht, das heißt, dass ein abgetrenntes Partikel von der Stelle A in der Verweilzeit  $t_v$  mindestens die Stelle C erreichen muss (siehe Abbildung 6.3.1). Vernachlässigt man die Dicke der dünnen Schicht aus abgelagerten Partikeln auf der Platte, so muss gelten:

$$t_V = \frac{L}{v \cdot \cos \alpha} > t_S = \frac{s}{w_S \cdot \cos \alpha} \quad (6.3.1)$$

$v$  ist die Strömungsgeschwindigkeit zwischen den Platten, die sich bei einer Breite  $B$  des Strömungskanals wie folgt errechnet:

$$v = \frac{\dot{V}}{A_Q} = \frac{\dot{V}}{B \cdot n \cdot s} \quad (6.3.2)$$

$A_Q$  ist der gesamte Strömungsquerschnitt und  $n$  die Anzahl der Strömungskanäle. Man kann zur Lösung eines vorgegebenen Separationsproblems analog zur Mindestgröße eines längsdurchströmten Sedimentationsbeckens eine minimale Klärfläche eines Schrägklärers  $A_{\min}$  ermitteln zu:

$$A_{\min} = (B \cdot L \cdot n)_{\min} = \frac{\dot{V}}{w_S} \quad (6.3.3)$$

Die zur Aufstellung eines Schrägklärers tatsächlich benötigte Grundfläche  $A_O$  ist wesentlich kleiner als die damit realisierte Klärfläche, die mindestens der Fläche  $A_{\min}$  entsprechen muss:

$$A_O = B \cdot L \quad (6.3.4)$$

Man erkennt daraus, dass im Vergleich zu längsdurchströmten Sedimentationsbecken mit Lamellenklärer eine wesentliche Einsparung an Baufläche möglich ist. Der Plattenabstand  $s$  wird meist zwischen 40 und 60 mm gewählt. Verwirbelungen zwischen den Lamellen sollen vermieden werden.

Lamellenklärer mit gewellten Platten werden auch zur Trennung von Öl/Wasser-Gemischen im großen Maßstab eingesetzt. Hierbei steigen die Öltropfen auf und sammeln sich im oberen Teil des durchströmten Spaltes, wo sie koaleszieren. Es bildet sich ein Film aus der leichteren Flüssigkeitsphase aus, der nach oben an den Platten vorbei aufsteigt oder bei Unterbrechungen der Platten abreißt, so dass die leichtere Phase in Form von großen Tropfen schnell nach oben an die Flüssigkeitsoberfläche aufsteigt. Man bezeichnet diese Apparate auch als Koaleszenzabscheider oder Coalescer.