

## Klausuraufgabe Filtration 8 (Klausur 1997)

In der Produktion eines Betriebes ist vorgesehen, pro Schicht  $10 \text{ m}^3$  Filtrat aus einer Suspension ( $\eta_L = 0.0015 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ) mit einem Feststoffvolumenanteil von 2 % zu filtrieren. Die Trennung soll diskontinuierlich bei konstanter Druckdifferenz von 80 kPa erfolgen.

Es kann Kuchenfiltration mit inkompressiblem Filterkuchen ( $\rho_s / \rho_{FK} = 2$ ), vernachlässigbarer Restfeuchte und vollständiger Feststoffabtrennung angenommen werden. Aus Vorversuchen wurden die Filterwiderstände bestimmt zu:

$$r_K = 5.6 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-2}, R_M = 2.3 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-1}$$

Ermitteln Sie

a) die erforderliche Filterfläche für eine Filtrationszeit von 7 Stunden!

b) die Filtrationsdauer, die sich bei einer Filterfläche von  $2 \text{ m}^2$  ergeben würde, sowie den Filtratvolumenstrom und die Filterkuchenhöhe jeweils am Prozessbeginn und am Prozessende für diese Filterfläche!

**Definition:**  $\text{kPa} := 10^3 \text{ Pa}$

### Vorgegebene Werte:

flüssige Phase (Wasser):  $\rho_L := 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$\eta_L := 0.0015 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

Filterkuchen & Suspension:  $\frac{\rho_s}{\rho_{FK}} = 2$

$c_V := 0.02$

Filterwiderstände:  $r_K := 5.6 \cdot 10^{12} \cdot \text{m}^{-2}$

$R_M := 2.3 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-1}$

Prozess:  $\Delta p := 80 \text{ kPa}$

$V_F := 10 \text{ m}^3$

$t_F := 7 \text{ h}$

Filterfläche:  $A_b := 2 \text{ m}^2$

## Lösung:

### a) Filterfläche

Idee: Gesucht wird eine Gleichung, die den Zusammenhang zwischen dem Filtratvolumen und der Filtrationsdauer herstellt (beide Größen sind gegeben). Die allgemeine Filtergleichung ist für diesen Zweck nur bedingt geeignet, weil das Filtratvolumen als solches und in seiner 1ten Ableitung nach der Zeit enthalten ist. Eine Lösung der Filtergleichung für konst. Betriebsdruck kennen wir jedoch schon - die Filtergerade.

Filtergerade ( $\Delta p = \text{konst.}$ ): 
$$\frac{t}{V_F} = \frac{\eta \cdot L \cdot r \cdot K \cdot K_S}{2 \cdot A^2 \cdot \Delta p} \cdot V_F + \frac{\eta \cdot L \cdot R \cdot M}{A \cdot \Delta p}$$

=> Umstellen nach Fläche A 
$$A^2 = \frac{\eta \cdot L \cdot r \cdot K \cdot K_S}{2 \cdot \Delta p} \cdot \frac{V_F^2}{t_F} + \frac{\eta \cdot L \cdot R \cdot M}{\Delta p} \cdot \frac{V_F}{t_F} \cdot A$$

$$A^2 - \frac{\eta \cdot L \cdot R \cdot M}{\Delta p} \cdot \frac{V_F}{t_F} \cdot A - \frac{\eta \cdot L \cdot r \cdot K \cdot K_S}{2 \cdot \Delta p} \cdot \frac{V_F^2}{t_F} = A^2 + p \cdot A + q = 0$$

Lösung der quadr. Gleichung: 
$$A_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} = -\frac{p}{2} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot q}{p^2}} \right) \quad p < 0, q < 0 \rightarrow \text{Wurzel} > 1 \text{ \& } A_1 < 0$$

$$A_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} = -\frac{p}{2} \cdot \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{4 \cdot q}{p^2}} \right) \quad p < 0, q < 0 \rightarrow \text{Wurzel} > 1 \text{ \& } A_2 > 0$$

$$A = \frac{\eta \cdot L \cdot R \cdot M}{2 \cdot \Delta p} \cdot \frac{V_F}{t_F} \cdot \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot \eta \cdot L \cdot r \cdot K \cdot K_S}{2 \cdot \Delta p} \cdot \frac{V_F^2}{t_F} \cdot \frac{\Delta p^2 \cdot t_F^2}{\eta \cdot L^2 \cdot R \cdot M^2 \cdot V_F^2}} \right]$$

$$A = \frac{\eta \cdot L \cdot R \cdot M}{2 \cdot \Delta p} \cdot \frac{V_F}{t_F} \cdot \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot \Delta p \cdot r \cdot K \cdot K_S \cdot t_F}{\eta \cdot L \cdot R \cdot M^2}} \right)$$

unbekannt:  $K_S = \text{funct.}(\varepsilon_K, c_V)$

Porosität aus der Schüttdichte des trocknen Filterkuchens

FK-Dichte = Schüttdichte: 
$$\rho_{FK} = (1 - \varepsilon_K) \cdot \rho_s + \varepsilon_K \cdot \rho_g = (1 - \varepsilon_K) \cdot \rho_s$$

Kuchenporosität: 
$$\varepsilon_K = 1 - \frac{\rho_{FK}}{\rho_s} \quad \varepsilon_K := 0.5$$

Kuchenbildungskonstante: 
$$K_S := \frac{c_V}{1 - c_V - \varepsilon_K} \quad K_S = 0.042$$

Filterfläche: 
$$A := \frac{\eta \cdot L \cdot R \cdot M \cdot V_F}{2 \cdot \Delta p \cdot t_F} \cdot \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot \Delta p \cdot r \cdot K \cdot K_S \cdot t_F}{\eta \cdot L \cdot R \cdot M^2}} \right) \quad A = 3.03 \cdot \text{m}^2$$

### b1) Filtrationsdauer

Filtergerade: 
$$\frac{t_F}{V_F} = \frac{\eta_L \cdot r_K \cdot K_S}{2 \cdot A^2 \cdot \Delta p} \cdot V_F + \frac{\eta_L \cdot R_M}{A \cdot \Delta p}$$

Filtrationsdauer: 
$$t_{Fb} := \frac{\eta_L \cdot r_K \cdot K_S}{2 \cdot A_b^2 \cdot \Delta p} \cdot V_F^2 + \frac{\eta_L \cdot R_M}{A_b \cdot \Delta p} \cdot V_F$$

$t_{Fb} = 56843.8 \text{ s}$

$t_{Fb} = 15.8 \text{ hr}$

### b2) Filtratvolumenströme

allg. Filtergleichung: 
$$\Delta p = \left( r_K \cdot K_S \cdot \frac{V_F}{A} + R_M \right) \cdot \eta_L \cdot \frac{VS_F}{A}$$
 (VS<sub>F</sub> = Filtratvolumenstrom)

Filtratvolumenstrom: 
$$VS_F = \frac{\Delta p \cdot A^2}{\eta_L \cdot (r_K \cdot K_S \cdot V_F + R_M \cdot A)}$$

Prozessbeginn (V<sub>F</sub> = 0): 
$$VS_{F,0} := \frac{\Delta p \cdot A_b^2}{\eta_L \cdot R_M \cdot A_b}$$
  $VS_{F,0} = 16.70 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$

Prozessende (V<sub>F</sub> = 10 m<sup>3</sup>): 
$$VS_{F,E} := \frac{\Delta p \cdot A_b^2}{\eta_L \cdot (r_K \cdot K_S \cdot V_F + R_M \cdot A_b)}$$
  $VS_{F,E} = 0.32 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$

### b3) Filterkuchenhöhen

Filterkuchenhöhe: 
$$h_K = K_S \cdot \frac{V_F}{A}$$

Prozessbeginn (V<sub>F</sub> = 0):  $h_{K,0} = 0 \text{ m}$

Prozessende (V<sub>F</sub> = 10 m<sup>3</sup>): 
$$h_{K,E} := K_S \cdot \frac{V_F}{A_b}$$
  $h_{K,E} = 20.83 \text{ cm}$