

## Aufgabe 3-5 (Verteilung)

Von einer Probe an Glaskugeln, die zum Sandstrahlen eingesetzt werden sollen, wurden lichtmikroskopisch die Durchmesser bestimmt. Die gemessenen Partikelgrößen lagen zwischen 50  $\mu\text{m}$  und 250  $\mu\text{m}$ . Dieser Größenbereich wurde in zehn Klassen unterteilt, für die die folgenden Häufigkeiten ermittelt wurden:

Klasse $i$ :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ob. Klassen- grenze $x_i$ , $\mu\text{m}$ :	70	90	110	130	150	170	190	210	230	250
Anzahl $n_i$ :	2	13	47	27	19	16	38	51	7	1

- Berechnen Sie die Anzahl und Volumenverteilung!
- Stellen Sie jeweils Dichte- und Summenfunktion grafisch dar!
- Ermitteln Sie aus den Diagrammen die Modal- und Medianwerte!

## Aufgabe 3-6 (Verteilung)

**Definition:**  $\mu\text{m} := 10^{-6} \text{ m}$

### Vorgegebene Werte:

Vektor der Klassengrenzen:

$$x := (50 \ 70 \ 90 \ 110 \ 130 \ 150 \ 170 \ 190 \ 210 \ 230 \ 250)^T \mu\text{m}$$

Häufigkeitsvektor:

$$n := (2 \ 13 \ 47 \ 27 \ 19 \ 16 \ 38 \ 51 \ 7 \ 1)^T$$

### Lösung:

#### 1. Anzahl- und Volumenverteilung

##### Anzahlverteilung

Gesamtanzahl  $\Sigma n = 221$

relative Klassenanzahl:  $\Delta Q_0 := \frac{n}{\Sigma n}$

Summenfunktion:  $Q_{0_0} := 0$

$N := \text{länge}(n) \quad i := 1..N$

$$Q_{0_i} := Q_{0_{i-1}} + \Delta Q_{0_{i-1}}$$

Vektor der Klassenmitten:  $x_{m_{i-1}} := \frac{1}{2} \cdot (x_{i-1} + x_i)$

Dichtefunktion:  $q_{0_{i-1}} := \frac{\Delta Q_{0_{i-1}}}{x_i - x_{i-1}}$

##### Volumenverteilung

Klassenvolumina:  $V := \left( n \cdot \frac{\pi}{6} \cdot x_{m_{i-1}}^3 \right) \quad \Sigma V = 4.903 \cdot 10^8 \mu\text{m}^3$

relative Klassenvolumina:  $\Delta Q_3 := \frac{V}{\Sigma V}$

Summenfunktion:  $Q_{3_0} := 0 \quad Q_{3_i} := Q_{3_{i-1}} + \Delta Q_{3_{i-1}}$

Dichtefunktion:  $q_{3_{i-1}} := \frac{\Delta Q_{3_{i-1}}}{x_i - x_{i-1}}$

**Ergebnisse:**

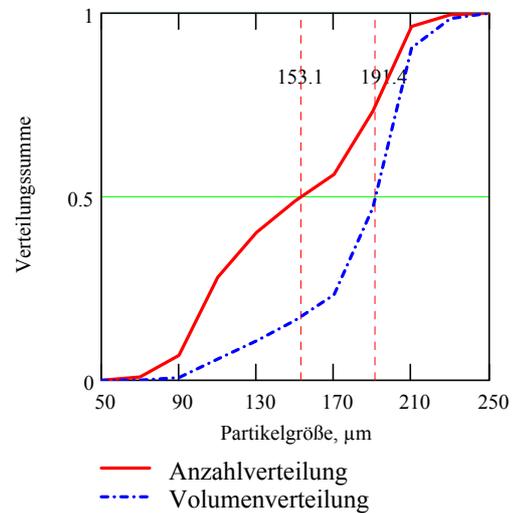
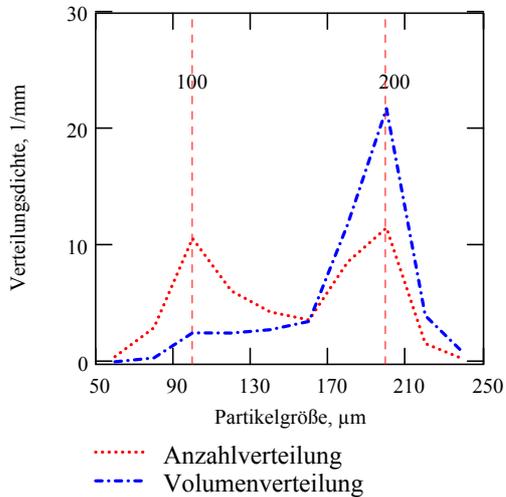
$$\begin{matrix}
 x = \\
 \begin{matrix}
 50 \\
 70 \\
 90 \\
 110 \\
 130 \\
 150 \\
 170 \\
 190 \\
 210 \\
 230 \\
 250
 \end{matrix}
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \circ\mu\text{m} \\
 Q_0 =
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \begin{matrix}
 0 \\
 0.9 \\
 6.79 \\
 28.05 \\
 40.27 \\
 48.87 \\
 56.11 \\
 73.3 \\
 96.38 \\
 99.55 \\
 100
 \end{matrix}
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \circ\% \\
 Q_3 =
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \begin{matrix}
 0 \\
 0.05 \\
 0.76 \\
 5.78 \\
 10.76 \\
 16.33 \\
 23.33 \\
 46.99 \\
 90.56 \\
 98.52 \\
 100
 \end{matrix}
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \circ\% \\
 x_m =
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \begin{matrix}
 60 \\
 80 \\
 100 \\
 120 \\
 140 \\
 160 \\
 180 \\
 200 \\
 220 \\
 240
 \end{matrix}
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \circ\mu\text{m} \\
 q_0 =
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \begin{matrix}
 0.452 \\
 2.941 \\
 10.633 \\
 6.109 \\
 4.299 \\
 3.62 \\
 8.597 \\
 11.538 \\
 1.584 \\
 0.226
 \end{matrix}
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \circ\frac{1}{\text{mm}} \\
 q_3 =
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \begin{matrix}
 0.023 \\
 0.355 \\
 2.51 \\
 2.491 \\
 2.784 \\
 3.499 \\
 11.834 \\
 21.786 \\
 3.98 \\
 0.738
 \end{matrix}
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \circ\frac{1}{\text{mm}}
 \end{matrix}$$

Hinweis: Es empfiehlt sich, die Aufgabe mit einer Tabellenkalkulationssoftware (wie Excel) zu bearbeiten. Das ermöglicht eine kompakte und übersichtliche Darstellung der berechneten Verteilungswerte.

Klasse	Grenze	Mitte	Breite	Anzahlverteilung				Momente			
				$n_i$	$\Delta Q_{0,i}$	$Q_{0,i}$	$q_{0,i}$	$x_{m,i}^3 \cdot n_i$	$\Delta Q_{3,i}$	$Q_{3,i}$	$q_{3,i}$
-	$\mu\text{m}$	$\mu\text{m}$	$\mu\text{m}$	g	%	%	1/mm	$\mu\text{m}$	%	%	1/mm
0	50					0				0	
1	70	60	20	2	0.90%	0.90%	0.452	4.32E+05	0.05%	0.05%	0.023
2	90	80	20	13	5.88%	6.79%	2.941	6.66E+06	0.71%	0.76%	0.355
3	110	100	20	47	21.27%	28.05%	<b>10.633</b>	4.70E+07	5.02%	5.78%	2.510
4	130	120	20	27	12.22%	40.27%	6.109	4.67E+07	4.98%	10.76%	2.491
5	150	140	20	19	8.60%	48.87%	4.299	5.21E+07	5.57%	16.33%	2.784
6	170	160	20	16	7.24%	56.11%	3.620	6.55E+07	7.00%	23.33%	3.499
7	190	180	20	38	17.19%	73.30%	8.597	2.22E+08	23.67%	46.99%	11.834
8	210	<b>200</b>	20	51	23.08%	96.38%	<b>11.538</b>	4.08E+08	43.57%	90.56%	<b>21.786</b>
9	230	220	20	7	3.17%	99.55%	1.584	7.45E+07	7.96%	98.52%	3.980
10	250	240	20	1	0.45%	100.00%	0.226	1.38E+07	1.48%	100.00%	0.738
				<b>Maximalwert fett</b>							
<b>Summe:</b>				<b>221</b>				<b>9.36E+08</b>			<b>5.00E+01</b>
<i>Modalwerte:</i>		<b>200.00</b>					<b>100</b>				<b>200</b>
							<b>200</b>				

## 2. Dichte- und Summenfunktion

$i := 0..N$        $j := 0..N-1$



**Hinweis 1:** Die Funktionswerte der Dichtefunktion werden über den Klassenmitten, die Funktionswerte der Summenfunktion über den Klassenobergrenzen aufgetragen.

Wem nicht klar ist warum, sollte sich zunächst noch einmal die Definitionen der Verteilungsfunktionen ansehen.

**Hinweis 2:** Bei Verwendung einer Tabellenkulationssoftware bieten bieten sich mehr Möglichkeiten für die grafische Darstellung. Sie gestaltet sich überdies einfacher.

## 3. Modal- und Medianwerte

### Anzahlverteilung (2 Modalwerte):

Modalwerte:  $x_{\text{mod}1,0} = 100 \mu\text{m}$

$x_{\text{mod}2,0} = 200 \mu\text{m}$

Medianwert:  $x_{50,0} = 153.1 \mu\text{m}$

### Volumenverteilung (nur 1 Modalwert):

Modalwert:  $x_{\text{mod}1,3} = 200 \mu\text{m}$

Medianwert:  $x_{50,0} = 191.4 \mu\text{m}$