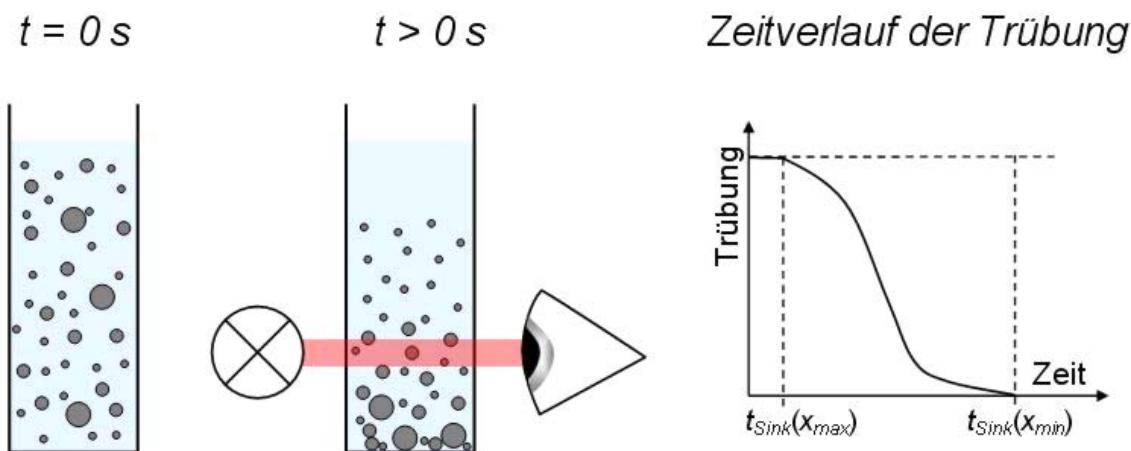


Aufgabe 4-5 (Sedimentationsanalyse)

Welche Voraussetzungen müssen erfüllt sein, um aus dem Sedimentationsverhalten einer Suspension auf die Partikelgröße(nverteilung) schließen zu können?

Ein häufiges Prinzip zur Bestimmung der Partikelgrößenverteilungen aus Sedimentationsexperimenten besteht darin, die Abnahme der Partikelkonzentrationsabnahme in einer bestimmten Höhe unter dem Flüssigkeitsspiegel zu messen (s. Abbildung). Die Partikelkonzentration kann z.B. aus der Schwächung (Trübung) von Licht oder von Röntgenstrahlen berechnet werden.



Für ein SiN-Pulver ($\rho_s = 3200 \text{ kg/m}^3$, $\Psi = 0.68$) wurden in einem solchen Experiment (Sedimentationshöhe = 1000 mm, $\varphi = 5 \text{ Vol.}\%$) folgende charakteristische Sinkzeiten bestimmt:

- $t_{s,\min} = 25 \text{ s}$
- $t_{s,\max} = 3260 \text{ s}$

Als Suspensionsmittel wurde destilliertes Wasser eingesetzt ($\theta = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, $\rho_L = 997.2 \text{ kg/m}^3$, $\eta_L = 0.9 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$).

Berechnen Sie die minimale und maximale Partikelgröße des SiN-Pulvers!

Aufgabe 4-5 (Sedimentationsanalyse)

Definition: $\mu\text{m} := 10^{-6} \text{ m}$

Vorgegebene Werte:

flüssige Phase: $\rho_L := 997.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $\eta_L := 0.0009 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

disperse Phase: $\rho_S := 3200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $\Psi := 0.68$ $\varphi := 0.05$

Sinkzeiten: $t_{S,\min} := 25 \text{ s}$ $t_{S,\max} := 3260 \text{ s}$

Sedimentationshöhe: $h_{\text{Sed}} := 1000 \text{ mm}$

Lösung:

1. Ermittlung der experimentellen Sinkgeschwindigkeit

Sinkgeschwindigkeit: $v_{S,\max} := \frac{h_{\text{Sed}}}{t_{S,\min}}$ $v_{S,\max} = 40 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$

$$v_{S,\min} := \frac{h_{\text{Sed}}}{t_{S,\max}}$$
 $v_{S,\min} = 0.307 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$

2. Abschätzung des Strömungsregimes

Dichtedifferenz: $\Delta\rho := \rho_S - \rho_L$ $\Delta\rho = 2203 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Omega-Zahl für x_{\min} : $\Omega_{\min} := \frac{\rho_L^2 \cdot v_{S,\min}^3}{g \cdot \Delta\rho \cdot \eta_L}$ $\Omega_{\min} = 1.476 \cdot 10^{-6}$

\Rightarrow Stokes-Regime ($\Omega < 0.014$)

Omega-Zahl für x_{\max} : $\Omega_{\max} := \frac{\rho_L^2 \cdot v_{S,\max}^3}{g \cdot \Delta\rho \cdot \eta_L}$ $\Omega_{\max} = 3.273$

\Rightarrow Übergangsregime, beginnende Ablösung ($3.18 < \Omega < 172$)

3. Konzentrationskorrektur

nur notwendig für die groben Partikel (bei $t_{S,\min}$ besitzt die Suspension am Messpunkt noch ihre Originalkonzentration, bei $t_{S,\max}$ ist die Konzentration auf $\varphi = 0$ abgesunken)

Sinkgeschwindigkeit der Einzelpartikel:

kleinste Partikel: $v_{SP,min} := v_{S,min}$ $v_{SP,min} = 0.307 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$

größte Partikel: $K_{\varphi,max} := (1 - \varphi)^{n(\text{Re}_{\max})}$

Die Reynoldszahl ist (noch) nicht bekannt; aber Ω_{\max} liegt gerade an der Grenze zwischen zwei Strömungsregimen (Ü-Regime, ablösefrei & mit beginnender Ablösung), an diesem Punkt gilt $\text{Re} = 10$ und $\text{Ar} = 325$.

$\Rightarrow \text{Re}_{\max} := 10 \quad \text{Ar}_{\max} := 325$

R-Z-Exponent: $n_{\max} := 4.45 \cdot \text{Re}_{\max}^{-0.1}$

R-Z-Korrektur: $K_{\varphi,max} := (1 - \varphi)^{n_{\max}}$ $K_{\varphi,max} = 0.834$

$v_{SP,max} := \frac{v_{S,max}}{K_{\varphi,max}}$ $v_{SP,max} = 48.0 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$

4. Formkorrektur

Sinkgeschwindigkeit der volumengleichen Einzelkugeln:

allgemein: $v_{SK} = \frac{v_{SP}}{K_{\Psi}}$

Korrekturfaktor n. Skript: $K_{\Psi}(\text{Ar}, \Psi) := \begin{cases} 0.843 \cdot \log\left(\frac{\Psi}{0.065}\right) & \text{if } \text{Ar} < 9 \\ 0.4 + 0.75 \cdot \Psi - 0.067 \cdot \log\left(\frac{4}{3} \cdot \text{Ar}\right) & \text{if } 9 \leq \text{Ar} < 3 \cdot 10^5 \\ (1 + 11.1 \cdot (1 - \Psi))^{-0.5} & \text{if } 3 \cdot 10^5 < \text{Ar} \leq 3 \cdot 10^9 \end{cases}$

kleinste Partikel (Stokes-R.): $K_{\Psi,min} := 0.843 \cdot \log\left(\frac{\Psi}{0.065}\right)$ $K_{\Psi,min} = 0.860$

$v_{SK,min} := \frac{v_{SP,min}}{K_{\Psi,min}}$ $v_{SK,min} = 0.357 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$

größte Partikel: $K_{\Psi,max} := 0.4 + 0.75 \cdot \Psi - 0.067 \cdot \log\left(\frac{4}{3} \cdot \text{Ar}_{\max}\right)$ $K_{\Psi,max} = 0.733$

$v_{SK,max} := \frac{v_{SP,max}}{K_{\Psi,max}}$ $v_{SK,max} = 65.39 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$

5. Berechnung des volumenäquivalenten Durchmessers

Hinweis: Wird die Sinkgeschwindigkeit einer Formkorrektur unterzogen, bestimmt man nicht den sinkgeschwindigkeitsäquivalenten Durchmesser sondern den volumenäquivalent Durchmesser

kleinste Partikel, Stokes-Regime:

$$\text{Sinkgeschwindigkeit (Stokes): } v_S = \frac{g \cdot \Delta \rho}{18 \cdot \eta} \cdot \frac{x^2}{L}$$

$$\text{Größe der kleinsten Partikel: } x_{\min} := \sqrt{\frac{18 \cdot \eta \cdot L}{g \cdot \Delta \rho} \cdot v_{SK,min}} \quad x_{\min} = 16.4 \text{ } \mu\text{m}$$

größte Partikel, Übergangsregime:

$$\text{Omega-Zahl für } x_{\max}: \quad \Omega_{K,max} := \frac{\rho L^2 \cdot v_{SK,max}^3}{g \cdot \Delta \rho \cdot \eta \cdot L} \quad \Omega_{K,max} = 14.3$$

Koeffizienten für c_w :

$$A(\Omega) := \begin{cases} 1 & \text{if } \Omega < 0.014 \\ 0.8 & \text{if } 0.014 \leq \Omega < 3.18 \\ 0.6 & \text{if } 3.18 \leq \Omega < 172 \\ 0.4 & \text{if } 172 \leq \Omega < 3.3 \cdot 10^3 \\ 0 & \text{if } 3.3 \cdot 10^3 \leq \Omega < 3.3 \cdot 10^5 \end{cases} \quad B(\Omega) := \begin{cases} 24 & \text{if } \Omega < 0.014 \\ 27 & \text{if } 0.014 \leq \Omega < 3.18 \\ 17 & \text{if } 3.18 \leq \Omega < 172 \\ 6.5 & \text{if } 172 \leq \Omega < 3.3 \cdot 10^3 \\ 0.44 & \text{if } 3.3 \cdot 10^3 \leq \Omega < 3.3 \cdot 10^5 \end{cases}$$

$$A_{\max} := A(\Omega_{K,max})$$

$$B_{\max} := B(\Omega_{K,max})$$

$$A_{\max} = 0.6$$

$$B_{\max} = 17$$

$$\text{maximale Partikelgröße: } x_{\max} := \frac{\eta L}{\rho L \cdot v_{SK,max}} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot B_{\max} \cdot \Omega_{K,max} \right)^{\frac{1}{1+A_{\max}}} \quad x_{\max} = 357.3 \text{ } \mu\text{m}$$

6. Abschließender Kommentar

Für die Berechnung der Korrekturfaktoren K_ψ und K_ϕ müssen eigentlich die Ar-Zahl bzw. Re-Zahl der kugelförmigen Einzelpartikel herangezogen werden. Das heißt, dass streng genommen ein iterativer Lösungsansatz verfolgt werden müsste, bei dem die in 5. berechnet Größe zur erneuten Abschätzung der Korrekturfaktoren herangezogen wird. Da jedoch die genutzten Korrekturfunktionen ohnehin nur empirische Abschätzungen darstellen, kann auf diese Vorgehensweise verzichtet werden. Nachfolgend wird gezeigt, welche Änderungen in K_ψ und K_ϕ in einem ersten Iterationsschritt eintraten.

$$\text{neue Ar-Zahl: } Ar_{\max,neu} := \frac{g \cdot \Delta \rho \cdot \rho L \cdot x_{\max}^3}{\eta L^2} \quad Ar_{\max,neu} = 1.213 \cdot 10^3$$

neue Re-Zahl:

$$Re_{max.neu} := \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{Ar_{max.neu}}{B_{max}} \right)^{\frac{1}{2-A_{max}}} \quad Re_{max.neu} = 25.884$$

neues K_{Ψ} :

$$K_{\Psi,max.neu} := 0.4 + 0.75 \cdot \Psi - 0.067 \cdot \log \left(\frac{4}{3} \cdot Ar_{max.neu} \right)$$

$$\frac{K_{\Psi,max.neu}}{K_{\Psi,max}} = 0.948$$

neues K_{ϕ} :

$$n_{max.neu} := 4.45 \cdot Re_{max.neu}^{-0.1}$$

$$K_{\phi,max.neu} := (1 - \phi)^{n_{max.neu}}$$

$$\frac{K_{\phi,max.neu}}{K_{\phi,max}} = 1.017$$