TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fachrichtung Mathematik • Institut für Algebra • Prof. Dr. Ulrike Baumann

Mathematische Methoden für Informatiker INF-120
Sommersemester 2016

6. Übungsblatt für die Woche 23.05. - 29.05.2016

Begriffe: Ableitung, Ableitungsregeln, Monotonie, Extrema

Ü31 (a) Bestimmen Sie für die reellen Funktionen

$$\text{(i) } f(x) = e^x - x, \qquad \text{(ii) } f(x) = \frac{x^2-4}{x+3} \qquad \text{(iii) } f(x) = 1 - x^2 \ln(2x)$$

jeweils

- die Ableitung f' und den Definitionsbereich $D(f')$,
- alle Intervalle, in denen die Funktion streng monoton ist und
- alle Extrema (Minima und Maxima) der Funktion.

(b) Verwenden Sie die Ableitungen des Sinus und Cosinus, um die Ableitung von $\operatorname{arccot}(x)$ zu berechnen. Wie lautet die Gleichung der Tangente für $\operatorname{arccot}(x)$ an der Stelle $x = 0$?

Ü32 Aus einem Draht der Länge l forme man einen Kreis und ein Quadrat (ohne dass ein Stück des Drahtes übrigbleibt), so dass die Summe der Flächeninhalte möglichst groß bzw. möglichst klein wird. Berechnen Sie die Flächeninhalte des Kreises und des Quadrates.

Ü33 Berechnen Sie die n-te Ableitung folgender Funktionen (für ein beliebiges $n \in \mathbb{N}$):

(i) $f(x) = x \cdot e^{ax}$ ($a \in \mathbb{R}, a \neq 0$ fester Parameter),

(ii) $g(x) = \dfrac{1}{1+x}$.

A H34 Betrachtet wird die reelle Funktion f, die durch $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2+4}$ definiert ist.

(a) Bestimmen Sie den größten Definitionsbereich $D(f)$.

(b) Berechnen Sie die Ableitung von f, und schließen Sie daraus auf alle Extrema von f (mit Angabe, ob Maximum oder Minimum) und die Monotonieintervalle von f (mit Angabe, ob monoton steigend oder fallend).

Hinweise: - Beachten Sie den Definitionsbereich von f!
- Diese Teilaufgabe läßt sich ohne Verwendung der 2. Ableitung lösen, indem Sie die Eigenschaften der 1. Ableitung nutzen!

(c) Stellen Sie die Gleichung der Tangente an f an der Stelle $x = 2$ auf.

A H35 (a) Berechnen Sie die Ableitung der Funktion $f(x) = x^3 + 2x - 1$ anhand der Definition, d.h. anhand der Formel

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

(b) Berechnen Sie die n-te Ableitung (für beliebiges $n \in \mathbb{N}$) für die Funktion $g(x) = \frac{1}{1-2x}$.

H36 Wo sind folgende Funktionen differenzierbar, und wie lautet jeweils ihre Ableitung:

(a) $f(x) = \ln\left(\frac{x^2}{x-2}\right)$,

(b) $f(x) = \arcsin\left((x-1)(x+1)^{-1}\right)$,

(c) $f(x) = x^{\frac{2}{3}} + \sin x \cdot \sqrt{1-x^2}$.