TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

**Fachrichtung Mathematik • Institut für Algebra • Prof. Dr. Ulrike Baumann**

# Mathematische Methoden für Informatiker INF-120
# Sommersemester 2016

8. Übungsblatt für die Woche 06.06. - 12.06.2016

| Begriffe: Regel von Bernoulli-L'Hospital, Integral, Flächeninhaltsberechung, Stammfunktion |
|---|

Ü43 Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(a) $\lim\limits_{x\to 4} \frac{x^2-16}{\sqrt{x}-2}$, (b) $\lim\limits_{x\to 0+0} x(\ln(x))^2$, (c) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x$, (d) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1+x^n}{e^x}$, $n \in \mathbb{N}$,

(e) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)$.

Ü44 (a) Ermitteln Sie den Inhalt des ebenen Bereiches, der durch die Parabel $y^2 = 4x$ und die Gerade $y = 2x - 4$ begrenzt wird.

(b) Ermitteln Sie den Inhalt des ebenen Bereiches, der durch die Kurve $y = \sqrt{x}$ und die Gerade $2y = x$ begrenzt wird.

(c) Bestimmen Sie den Anstieg $a$ einer durch den Punkt $P(-1;1)$ verlaufenden Geraden so, dass der Inhalt $A$ des von dieser Geraden und der Parabel $2y = x^2$ begrenzten Bereiches minimal wird! Wie groß ist $A_{min}$?

Ü45 Zeigen Sie, dass die Funktion $F(x) = 5 - 2\sqrt{5 + \cos x}$ für die Funktion

$$f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{5 + \cos x}}$$

eine Stammfunktion ist. Geben Sie eine weitere Stammfunktion von $f$ an.

H46 Zeigen Sie: Die Funktion $F(x) = 1 + 2x^{\frac{3}{2}} \ln\left(\sqrt{x}\right)$ ist eine Stammfunktion der Funktion

$$f(x) = \sqrt{x}\left(1 + 3\ln\left(\sqrt{x}\right)\right).$$

Bestimmen Sie den Flächeninhalt $A$ zwischen der Funktionskurve von $f$ und der x-Achse im Intervall $[1, 4]$.

H47 Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\tan x}{x}$, (b) $\lim\limits_{x\to 0} x^{-3}\sin(5x^3)$, (c) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^3-2x^2+2x-4}{2x^3-4x^2-x+2}$.

*H48 Verwenden Sie den Mittelwertsatz der Integralrechnung, um den Wert des Integrals

$$I = \int_0^{100} \frac{e^{-x}}{x+100}\mathrm{d}x$$

abzuschätzen. Betrachten Sie dazu das Monotonieverhalten des Integranden. Verbessern Sie die Abschätzung, indem Sie das Integrationsintervall in die Intervalle $[0, 10]$ und $[10, 100]$ teilen.