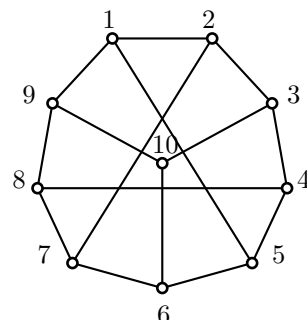


11. Übungsblatt

für die Woche 13.01. - 19.01.2020

*Graphentheorie*

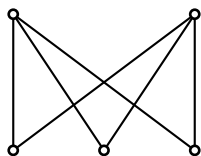
- Ü61 (a) Durch nebenstehendes Diagramm ist ein Graph  $G = (V, E)$  gegeben. Es werden die Knotenmengen  $A = \{2, 3, 4, 5\}$  und  $B = \{6, 7, 8, 9\}$  betrachtet.



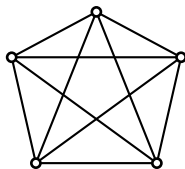
- (1) Bestimmen Sie die maximale Anzahl disjunkter  $A$ - $B$ -Pfade in  $G$  und eine minimale Menge  $X \subseteq V$ , die  $A$  und  $B$  in  $G$  trennt.
- (2) Finden Sie das maximale  $k \in \mathbb{N}$ , so dass  $G$   $k$ -fach zusammenhängend ist.

- (b) Geben Sie einen alternativen Beweis für Satz 61 des Skriptes für den Spezialfall  $k = 2$  mit Hilfe einer vollständigen Induktion über die Anzahl der Ohren einer Ohrendekomposition an.

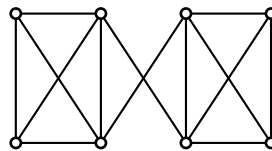
- Ü62 (a) Gibt es in den folgenden Graphen offene oder geschlossene Eulerzüge?



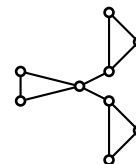
$G_1$



$G_2$



$G_3$



$G_4$

- (b) Bestimmen Sie die Graphen  $G_2$  und  $G_3$  aus (a) das maximale  $k \in \mathbb{N}$ , so dass der Graph  $k$ -fach zusammenhängend ist.
- (c) Zeichnen Sie je ein Diagramm der Kantengraphen für die Graphen  $K_{2,3}$ ,  $C_5$  und  $\overline{C}_4$ .

- Ü63 Zeichnen Sie jeweils, wenn möglich, ein Diagramm eines Graphen  $G = (V, E)$  mit den gegebenen Eigenschaften (Tipp: Es hilft in vielen Fällen das Handschlaglemma.):

- (a)  $|V| = 5$ ,  $|E(\overline{G})| = 4$ , und  $G$  hat mindestens einen Blattknoten;
- (b)  $G$  ist 2-regulär und hat 8 Kanten,
- (c)  $G$  ist 3-regulär und hat 7 Kanten,
- (d)  $G$  ist 4-regulär und hat 12 Kanten.

In welchen Fällen gibt es einen bipartiten Graphen mit den gegebenen Eigenschaften?

H64 A

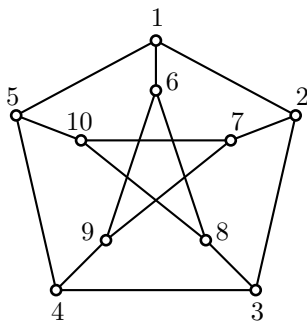
- (a) Zeichnen Sie jeweils ein Diagramm des Kantengraphen des  $K_4$  und des Sterns

$$S_5 = (\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{\{1, 5\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}\}).$$

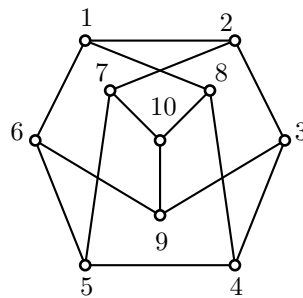
Bestimmen Sie für beide Kantengraphen das maximale  $k \in \mathbb{N}$ , so dass der Kantengraph  $k$ -fach zusammenhängend ist.

- (b) Bestimmen Sie die Anzahl verschiedener Graphen mit Knotenmenge  $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  und 3 Kanten. (Es geht hier um beschriftete Graphen!)

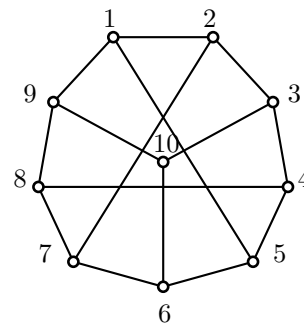
H65 Sind die Graphen  $G_1$ ,  $G_2$  und  $G_3$ , die durch die drei Diagramme gegeben sind, zueinander isomorph? Geben Sie gegebenenfalls einen Isomorphismus an.



$G_1$



$G_2$



$G_3$

H66 Zeigen Sie, dass für einen  $k$ -regulären Graphen sein Kantengraph  $(2k - 2)$ -regulär ist.