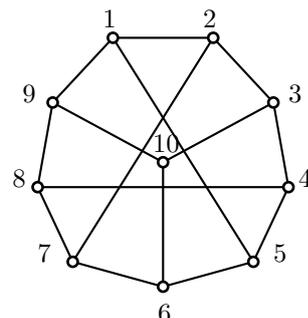


11. Übungsblatt

für die Woche 13.01. - 19.01.2020

Graphentheorie

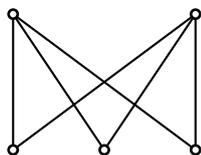
- Ü61 (a) Durch nebenstehendes Diagramm ist ein Graph $G = (V, E)$ gegeben. Es werden die Knotenmengen $A = \{2, 3, 4, 5\}$ und $B = \{6, 7, 8, 9\}$ betrachtet.



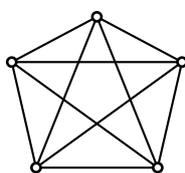
- (1) Bestimmen Sie die maximale Anzahl disjunkter A - B -Pfade in G und eine minimale Menge $X \subseteq V$, die A und B in G trennt.
- (2) Finden Sie das maximale $k \in \mathbb{N}$, so dass G k -fach zusammenhängend ist.

- (b) Geben Sie einen alternativen Beweis für Satz 61 des Skriptes für den Spezialfall $k = 2$ mit Hilfe einer vollständigen Induktion über die Anzahl der Ohren einer Ohrendekomposition an.

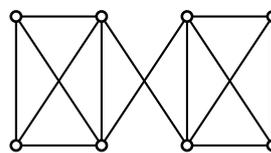
- Ü62 (a) Gibt es in den folgenden Graphen offene oder geschlossene Eulerzüge?



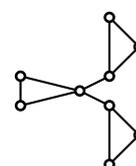
G_1



G_2



G_3



G_4

- (b) Bestimmen Sie die Graphen G_2 und G_3 aus (a) das maximale $k \in \mathbb{N}$, so dass der Graph k -fach zusammenhängend ist.
- (c) Zeichnen Sie je ein Diagramm der Kantengraphen für die Graphen $K_{2,3}$, C_5 und \overline{C}_4 .

- Ü63 Zeichnen Sie jeweils, wenn möglich, ein Diagramm eines Graphen $G = (V, E)$ mit den gegebenen Eigenschaften (Tipp: Es hilft in vielen Fällen das Handschlaglemma.):

- (a) $|V| = 5$, $|E(\overline{G})| = 4$, und G hat mindestens einen Blattknoten;
- (b) G ist 2-regulär und hat 8 Kanten,
- (c) G ist 3-regulär und hat 7 Kanten,
- (d) G ist 4-regulär und hat 12 Kanten.

In welchen Fällen gibt es einen bipartiten Graphen mit den gegebenen Eigenschaften?

H64 A

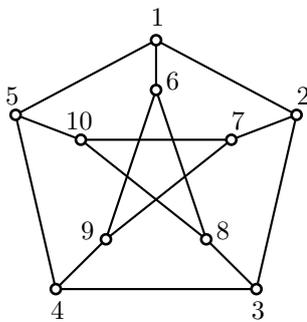
- (a) Zeichnen Sie jeweils ein Diagramm des Kantengraphen des K_4 und des Sterns

$$S_5 = (\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{\{1, 5\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}\}).$$

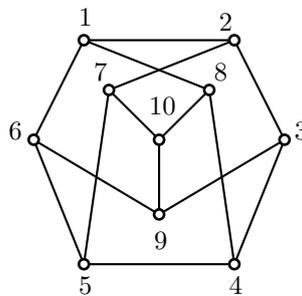
Bestimmen Sie für beide Kantengraphen das maximale $k \in \mathbb{N}$, so dass der Kantengraph k -fach zusammenhängend ist.

- (b) Bestimmen Sie die Anzahl verschiedener Graphen mit Knotenmenge $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ und 3 Kanten. (Es geht hier um beschriftete Graphen!)

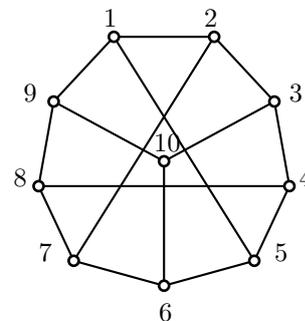
H65 Sind die Graphen G_1 , G_2 und G_3 , die durch die drei Diagramme gegeben sind, zueinander isomorph? Geben Sie gegebenenfalls einen Isomorphismus an.



G_1



G_2



G_3

H66 Zeigen Sie, dass für einen k -regulären Graphen sein Kantengraph $(2k - 2)$ -regulär ist.