Fachrichtung Mathematik • Institut für Algebra • Prof. Bodirsky, Dr. Noack

Einführung in die Mathematik für Informatiker: Diskrete Strukturen INF 110
Wintersemester 2019/20

9. Lösungsblatt

für die Woche 16.12. - 22.12.2019

Graphentheorie

H53 (a) Geben Sie bis auf Isomorphie alle unbenannten zusammenhängenden Graphen mit 4 Knoten jeweils durch ein Diagramm an.

(b) Beweisen Sie, dass es keinen selbstkomplementären Graphen mit 6 Knoten gibt.

Lösung:

(a) Unbenannte zusammenhängende Graphen mit 4 Knoten (Isomorphieklassen):

- $\boxed{|E| = 3:}$ und $\boxed{|E| = 4:}$ je genau 2 Graphen:

- $\boxed{|E| = 5:}$ und $\boxed{|E| = 6:}$ je genau 1 Graph:

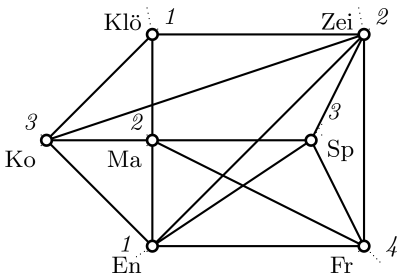
(b) Da der K_6 genau $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ Kanten besitzt, ein selbstkomplementärer Graphen mit 6 Knoten jedoch genau die Hälfte dieser Anzahl Kanten haben muss, ist dies offenbar nicht möglich.

H54 Eine Volkshochschule bietet von Dienstag bis Freitag Kurse für Kochen, Zeichnen, Klöppeln, Mathematik, Englisch, Französisch und Spanisch an. Jeder Kurs wird genau an einem der Tage angeboten und dauert den ganzen Abend. Es gibt drei Lehrer: einen für Mathematik und Kochen, einen für Zeichnen und Klöppeln, und der dritte unterrichtet die Fremdsprachen. Manche Kursteilnehmer wollen zwei Fächer belegen. So gibt es Teilnehmer, die Mathematik mit Klöppeln kombinieren wollen. Weiterhin gibt es bei jeder Sprache Kursteilnehmer, die auch Mathematik oder Zeichnen belegen möchten, und es gibt solche, die neben Kochen auch Klöppeln, Zeichnen oder Englisch lernen wollen. Andere Kombinationen kommen nicht vor.

(a) Beschreiben Sie die Beziehungen anhand eines Graphen mit Knotenmenge V bestehend aus allen Kursfächern. Die Kantenmenge E sei durch alle Paare von Kursen gegeben, die nicht gleichzeitig angeboten werden können. Zeichnen Sie ein Diagramm dieses Graphen.

(b) Gelingt es, die sieben Kurse so an vier Tagen zu unterrichten, dass alle Kursteilnehmer, die zwei Kurse belegen wollen, dies auch können?
Hinweis: Färben Sie die Knoten des Graphen geeignet!

Lösung:
Eine mögliche Färbung mit Zahlen 1,2,3,4



Klö 1
Zei 2
3 Ko
2 Ma
Sp 3
1 En
Fr 4