TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Bereich Mathematik und Naturwissenschaften Fakultät Mathematik, Institut für Algebra

Dr. A. Claußnitzer, Dr. C. Zschalig

Lineare Algebra für Physiker (Modul Phy-MA-LA-BA), Wintersemester 2018/19

1. Übungsblatt für die Übungen vom 8.10.-12.10.2018

Wiederholung: Analytische Geometrie, Lineare Gleichungssysteme

Ziel dieser Übung ist es, dass Sie einige aus der Schule bekannte Konzepte wiederholen. Bitte versuchen Sie, die Aufgaben bereits vor der Übung so weit wie möglich zu lösen.

W1.1 Zeigen Sie, dass die Seitenmittelpunkte eines beliebigen Vierecks im $\mathbb{R}^n$ ($n \in \mathbb{N}$) ein Parallelogramm bilden. Wir setzen voraus, dass die Eckpunkte des Vierecks vier voneinander verschiedene Punkte sind, aber wir setzen nicht voraus, dass die Eckpunkte in einer Ebene liegen.

Hinweis: Ein Viereck ist genau dann ein Parallelogramm, wenn gegenüberliegende Seiten parallel sind. Zwei Seiten bzw. Geraden sind genau dann parallel, wenn ihre Richtungsvektoren Vielfache voneinander sind.

W1.2 Durch $g := \{\binom{x}{y} \mid y = 3x + 1\}$ ist eine Gerade im $\mathbb{R}^2$ gegeben.

(a) Bestimmen Sie den Schnittpunkt mit der Geraden $h := \{\binom{x}{y} \mid y = -x - 3\}$.

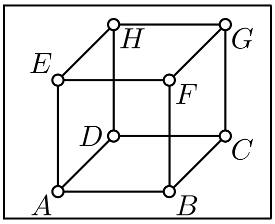
(b) Geben Sie g in Parameterform $\vec{u} + \mathbb{R}\vec{v}$ an.

(c) Berechnen Sie den Abstand des Punktes $\vec{q} = \binom{3}{0}$ zum Schnittpunkt der Geraden g und h.

(d) Berechnen Sie den Abstand des Punktes $\vec{q}$ zu der Geraden g.

Hinweis: Es ist hilfreich, eine Skizze anzufertigen.

W1.3 Berechnen Sie in dem rechts stehenden Würfel mit der Seitenlänge a den Abstand des Punktes G von der Ebene BED. Bestimmen Sie das Volumen des Tetraeders $BEDG$.



W1.4 Zeigen Sie: Drei Punkte $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ ($n \in \mathbb{N}$) liegen genau dann auf einer Gerade, wenn es Zahlen $a, b, c \in \mathbb{R}$ (die nicht alle gleich Null sind) gibt, so dass $au + bv + cw = 0$ und $a + b + c = 0$ gelten.

W1.5 Gegeben seien die folgenden drei Ebenen im $\mathbb{R}^3$: Ebene F_1 ist parallel zur y-z-Ebene und enthält den Punkt $P = (2, 2, 2)^T$. Für F_2 gilt: $F_2 := \{(x, y, z)^T \mid x + y + z = 3\}$. Die Ebene F_3 schließlich ist durch den Normalenvektor $(1, 2, 0)^T$ und den Punkt $(2, 1, 3)^T \in F_3$ definiert. Bestimmen Sie den Schnittpunkt der drei Ebenen. Modellieren Sie vorher das Problem durch ein lineares Gleichungssystem $Ax = b$.

W1.6 Es seien Metall-Legierungen M_1, M_2 und M_3 gegeben, die Kupfer, Silber und Gold in in der Tabelle angegebenen Prozentsätzen enthalten. Kann man diese Legierungen so mischen, dass eine Legierung entsteht, die 40% Kupfer, 50% Silber und 10% Gold enthält? Wenn ja, so geben Sie eine solche Mischung an.

	Kupfer	Silber	Gold
M_1	20	60	20
M_2	70	10	20
M_3	50	50	0