

## Quaternionengruppe $Q_8$

In der Physik „erfundene“ Erweiterung der komplexen Zahlen.

Die *Quaternionengruppe*  $Q_8$  besteht aus den Elementen  $\{1, -1, i, -i, j, -j, k, -k\}$ ; die Gruppenoperation  $\circ$  ist durch die folgenden Gleichungen eindeutig festgelegt:

- (1)  $\forall q \in Q_8 : 1 \circ q = q \circ 1 = q$
- (2)  $\forall q \in Q_8 : -1 \circ q = q \circ -1 = -q$
- (3)  $i \circ i = j \circ j = k \circ k = -1$
- (4)  $i \circ j = j \circ -i = k$
- (5)  $j \circ k = k \circ -j = i$
- (6)  $k \circ i = i \circ -k = j$
- (7)  $\forall q \in Q_8 : -(-q) = q$

$Q_8$	1	$i$	$-1$	$-i$	$j$	$k$	$-j$	$-k$
1	1	$i$	$-1$	$-i$	$j$	$k$	$-j$	$-k$
$i$	$i$	$-1$	$-i$	1	$k$	$-j$	$-k$	$j$
$-1$	$-1$	$-i$	1	$i$	$-j$	$-k$	$j$	$k$
$-i$	$-i$	1	$i$	$-1$	$-k$	$j$	$k$	$-j$
$j$	$j$	$-k$	$-j$	$k$	$-1$	$i$	1	$-i$
$k$	$k$	$j$	$-k$	$-j$	$-i$	$-1$	$i$	1
$-j$	$-j$	$k$	$j$	$-k$	1	$-i$	$-1$	$i$
$-k$	$-k$	$-j$	$k$	$j$	$i$	1	$-i$	$-1$