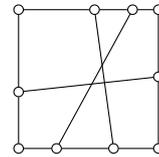
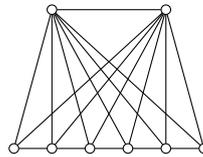
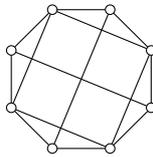
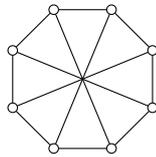




4. Übungsblatt zur Vorlesung
"Algebra für Informationssystemtechniker"

Planare Graphen, Isomorphie

Ü19. Welche der folgenden, durch unbeschriftete Diagramme gegebenen Graphen sind planar? Zeichnen Sie entweder ein ebenes Graphendiagramm, oder geben Sie eine Unterteilung des $K_{3,3}$ oder des K_5 an, die der Graph als Untergraph enthält.



Ü20. Ein *platonischer Körper* (im graphentheoretischen Sinn) ist ein planarer Graph, in dem alle Knoten denselben Grad $r \geq 3$ haben, und alle Flächen in einem ebenen Diagramm dieselbe Anzahl $s \geq 3$ begrenzender Kanten haben.

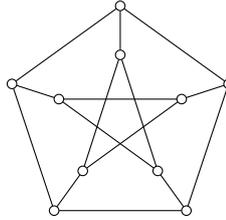
- Finden Sie eine Formel (ähnlich dem Handschlaglemma), die die Kanten- und Flächenanzahl eines nur aus s -Ecken bestehenden planaren Graphen in Beziehung setzt.
- Das *Ikosaeder* ist ein platonischer Körper mit Knotengrad $r = 5$, dessen Flächen allesamt Dreiecke sind. Bestimmen Sie mit Hilfe der Eulerschen Polyederformel, des Handschlaglemmas, und der in (a) gefundenen Formel die Knoten-, Kanten-, und Flächenanzahl des Ikosaeders. Zeichnen Sie ein ebenes Graphendiagramm.
- Finden Sie alle platonischen Körper. Prüfen Sie dazu, analog zu (b), welche Werte von r und s eine positive Kantenanzahl ergeben.

- Ü21. (a) Geben Sie bis auf Isomorphie alle Bäume mit 6 Knoten an.
(b) Geben Sie bis auf Isomorphie alle Bäume mit 7 Knoten an.
(c) Geben Sie bis auf Isomorphie alle Bäume mit 10 Knoten an, in denen jeder Knoten ungeraden Grad hat.

A22. **Hausaufgabe, bitte vor Beginn der 5. Übung unter Angabe von Name, Matrikelnummer und Seminargruppe abgeben.**

Es sei Q_n der n -dimensionale Würfel aus Ü8.

- (a) Untersuchen Sie die Würfel Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 auf Planarität. Zeichnen Sie entweder jeweils ein ebenes Graphendiagramm, oder geben Sie eine Unterteilung des $K_{3,3}$ oder des K_5 an, die der jeweilige Würfel als Untergraph enthält.
- (b) Schlussfolgern Sie, für welche natürlichen Zahlen n der Würfel Q_n planar ist.
- H23. (a) Beweisen Sie, dass jeder zusammenhängende Graph mit n Knoten und $n - 1$ Kanten planar ist.
- (b) Zeigen Sie mit Hilfe der Eulerschen Polyederformel, dass der *Petersen-Graph*, gegeben durch das folgende Graphendiagramm, nicht planar ist.



- H24. Beweisen Sie die Eulersche Polyederformel mit vollständiger Induktion nach der Anzahl der Kanten.