

Algebra für Informationssystemtechniker

Prof. Dr. Ulrike Baumann

Fachrichtung Mathematik

Institut für Algebra

www.math.tu-dresden.de/~baumann

Ulrike.Baumann@tu-dresden.de

18.10.2017

Wintersemester 2017/18

- Mengen und Graphen
- Restklassenringe

Sommersemester 2018

- Halbgruppen und Gruppen
- Ringe und Körper

- Prüfungsvorleistungen
- Modulprüfung: (90 Minuten)

Prüfungszeitraum des Sommersemesters 2018

Nach- und Wiederholungsprüfung:

Prüfungszeitraum des Sommersemesters 2019

Zugelassene Hilfsmittel in Prüfungen

Eigene Bücher und Skripte

keine elektronischen Hilfsmittel

insbesondere kein Taschenrechner

Angelika Steger

Diskrete Strukturen

Band 1: Kombinatorik – Graphentheorie – Algebra

(Springer-Lehrbuch)

Mengen und Graphen (1)

- Potenzmengen
- Ordnungsdiagramme für Mengen (Hasse-Diagramme)
- Beweisprinzip der vollständigen Induktion

Wiederholung – Oft verwendete Symbole (1)

Mengen der

- natürlichen Zahlen $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
 $\mathbb{N}_+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
- ganzen Zahlen $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- rationalen Zahlen $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} \right\}$
- reellen Zahlen \mathbb{R}
- komplexen Zahlen \mathbb{C}

Wiederholung – Oft verwendete Symbole (2)

Symbol	Bedeutung
{	Mengenklammer auf
}	Mengenklammer zu
\in	ist Element von
\notin	ist nicht Element von
$:=$	ist per Definition gleich
$=$	es wird behauptet, dass Gleichheit besteht
\emptyset	die leere Menge
$ M $	die Mächtigkeit der Menge M ; die Anzahl der Elemente von M für endliche Mengen M
$A \cap B$	der Durchschnitt der Mengen A und B
$A \cup B$	die Vereinigung der Mengen A und B
$A \setminus B$	die Differenzmenge A minus B

Potenzmenge $\mathcal{P}(A)$ einer Menge A

- A und B seien Mengen (über derselben Grundgesamtheit).
 A heißt eine (echte) Teilmenge von B , wenn jedes Element von A auch Element von B ist (und $A \neq B$ gilt).

Schreibweise: $A \subseteq B$ (bzw. $A \subset B$)

- A und B seien Mengen (über derselben Grundgesamtheit).
 A und B heißen gleich, wenn $A \subseteq B$ und $B \subseteq A$ gilt.
- Sei A eine Menge (über einer Grundgesamtheit). Die Potenzmenge $\mathcal{P}(A)$ von A ist die Menge aller Teilmengen von A :

$$\mathcal{P}(A) := \{M \mid M \subseteq A\}$$

- Ist A eine n -elementige Menge, dann ist $\mathcal{P}(A)$ eine 2^n -elementige Menge.

Hasse-Diagramm (Ordnungsdiagramm)

Die Potenzmenge einer endlichen Menge A mit der Teilmengenrelation \subseteq lässt sich wie folgt darstellen:

- Zeichne Punkte für die Teilmengen von A in die Zeichenebene, so dass der Punkt für eine Menge stets höher liegt als die Punkte für ihre echten Teilmengen.
Beschrifte mit den Namen der Teilmengen.
- Seien $X, Y \subseteq A$, $X \neq Y$.
Zeichne eine Linie von X nach Y ,
wenn $X \subseteq Y$ gilt und es kein $Z \subseteq A$ mit $X \subset Z \subset Y$ gibt.

Beweise durch vollständige Induktion

- Satz:

Für jedes $n \in \mathbb{N}$ sei eine Aussage $H(n)$ gegeben.

Es gelte:

(1) $H(0)$ ist wahr.

(2) $H(n)$ ist wahr $\Rightarrow H(n+1)$ ist wahr
für beliebiges festes $n \in \mathbb{N}$

Dann ist $H(n)$ wahr für alle $n \in \mathbb{N}$.

- (1) nennt man den Induktionsanfang.
- (2) nennt man den Induktionsschritt.
- In (2) nennt man $H(n)$ die Induktionsvoraussetzung.
- Sinngemäß gilt der Satz auch für $n \geq n_0$.

Anzahl der Teilmengen

- Man kann durch vollständige Induktion beweisen, dass für die Anzahl $\binom{n}{k}$ der k -elementigen Teilmengen einer n -elementigen Menge ($n \geq k$) gilt:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

(wobei $m! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot m$)

- Folgerung:

Sei $n \in \mathbb{N}$. Dann gilt:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$