Google-Rank

Sei $I : P_1, P_2, \ldots, P_n \to \mathbb{R}$ ein Maß für die Wichtigkeit einer Webseite.

- Gilt $I(P_i) > I(P_j)$, dann ist P_i wichtiger als P_j.
- Verweist eine Webseite P_j auf k_j Seiten, dann „vererbt“ sie jeder dieser Seiten das $\frac{1}{k_j}$-fache ihrer Wichtigkeit $I(P_j)$, also $\frac{I(P_j)}{k_j}$.
- Wichtigkeit $I(P_i)$ der Webseite P_i: $\quad I(P_i) = \sum_{j:P_j \to P_i} \frac{I(P_j)}{k_j}$

  (Summe über alle Webseiten P_j, die auf P_i verweisen.)

Sei $A := (a_{ij}) \in \mathbb{R}^n$ mit

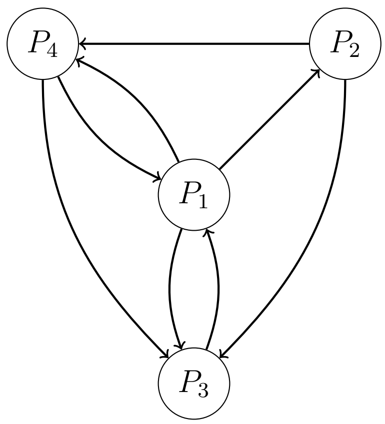
$$a_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{k_j}, & P_j \to P_i \text{ („}P_j \text{ verweist auf } P_i\text{“)} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} .$$

Dann gilt:

$$A \cdot \begin{pmatrix} I(P_1) \\ I(P_2) \\ \vdots \\ I(P_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I(P_1) \\ I(P_2) \\ \vdots \\ I(P_n) \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} I(P_1) \\ I(P_2) \\ \vdots \\ I(P_n) \end{pmatrix}$$

D.h. der Vektor $I := \begin{pmatrix} I(P_1) \\ I(P_2) \\ \vdots \\ I(P_n) \end{pmatrix}$ ist ein Eigenvektor der Matrix A zum Eigenwert 1.

Beispiel:



$$
\begin{array}{lcl}
P_1 & \rightarrow & P_2,\ P_3,\ P_4 \\
P_2 & \rightarrow & P_3,\ P_4 \\
P_3 & \rightarrow & P_1 \\
P_4 & \rightarrow & P_1,\ P_3
\end{array}
$$

$$
A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}
$$

Der Vektor

$$
I = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{3} \\ \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I(P_1) \\ I(P_2) \\ I(P_3) \\ I(P_4) \end{pmatrix}
$$

erfüllt die Gleichung $A \cdot I = 1 \cdot I$.

Daher kann man die Webseiten P_1, P_2, P_3, P_4 wie folgt nach der Wichtigkeit sortieren:

$$
I(P_1) > I(P_3) > I(P_4) > I(P_2)
$$