



3. Kurzlösung zur Vorlesung
"Einführung in die Mathematik für Informatiker – Lineare Algebra"

Matrizen, Lineare Gleichungssysteme

H17. (a) Mit

$$A^3 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

folgt

$$2a + b = 4$$

$$a + b = 1.$$

Die Lösung ist $a = 3$ und $b = -2$.

(b)

$$2a - 7b - c = 53$$

$$4a - 5b - c = 41$$

$$-4a + 3b - c = 25$$

H18. (a) Das lineare Gleichungssystem ist

$$r + g + b = 45$$

$$r - 2g - 2b = 0$$

$$g - b = 3$$

und die Koeffizientenmatrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

In Matrixschreibweise lautet das System:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

(b) Es bezeichne l die Anzahl der Lehm-Einheiten, h die Anzahl der Holz-Einheiten, w die Anzahl der Wolle-Einheiten, g die Anzahl der Getreide-Einheiten, und e die Anzahl der Erz-Einheiten. Weiterhin bezeichne s_1 die Anzahl der Straßen,

s_2 die Anzahl der Siedlungen, s_3 die Anzahl der Städte, sowie s_4 die Anzahl der Entwicklungskarten.

Dann gilt

$$\begin{aligned} s_1 &= l + h, & s_2 &= l + h + w + g \\ s_3 &= 2g + 3e, & s_4 &= w + g + e, \end{aligned}$$

woraus sich das folgende lineare Gleichungssystem in Matrixschreibweise ergibt:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l \\ h \\ w \\ g \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{pmatrix}.$$