Analysis 1

Für eine Teilmenge $A \subseteq \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}$ definieren wir $a + A \coloneqq \{a + x; x \in A\}$, $-A \coloneqq \{-x; x \in A\}$, $a - A \coloneqq a + (-A)$.

9. Entscheiden Sie, ob die folgenden Teilmenge von $\mathbb{R}$ Supremum und/oder Maximum besitzen und bestimmen Sie diese, falls sie existieren.

(a) $[0, 1)$, (c) $\{7\}$, (e) $\{4\} + [2, 3)$, (g) $\{y; \exists x \in \mathbb{R}_{>0} : y = \frac{1}{x}\}$,

(b) $[0, 1]$, (d) $\{4\} \cup [2, 3)$, (f) $\{4\} - [2, 3)$.

10. Let $A \subseteq \mathbb{R}$ be a nonempty subset and let $a \in \mathbb{R}$. Show the following equalities.

(a) $\sup(a + A) = a + \sup A$.

(b) $\inf(-A) = -\sup A$.

(c) $\inf(a + A) = a + \inf A$.

11. Beweisen Sie die Dreiecksungleichung nach unten, d.h., zeigen Sie, dass für alle $a, b \in \mathbb{R}$ gilt

$$||a| - |b|| \leq |a - b|.$$

12. (a) Seien A, B nichtleere Teilmengen von $\mathbb{R}$. Es gelte $a \leq b$ für alle $a \in A$ und alle $b \in B$. Zeigen Sie, dass es ein $s \in \mathbb{R}$ gibt, so dass $a \leq s \leq b$ für alle $a \in A$ und alle $b \in B$ gilt.
Bemerkung: Beachten Sie, dass ohne Verwendung von ($A13$) der Beweis nicht möglich ist.
(b) Folgern Sie Axiom ($A13$) aus der in Teil (a) formulierten Bedingung und den Axiomen ($A1$) bis ($A12$).

Zusatzaufgabe: Es gibt keinen angeordneten Körper, der nur endlich viele Elemente enthält.

Griechische Buchstaben

A	α	Alpha	I	ι	Jota	P	ρ	Rho
B	β	Beta	K	κ	Kappa	Σ	σ	Sigma
Γ	γ	Gamma	Λ	λ	Lambda	T	τ	Tau
Δ	δ	Delta	M	μ	My	Y	υ	Ypsilon
E	ϵ	Epsilon	N	ν	Ny	Φ	φ	Phi
Z	ζ	Zeta	Ξ	ξ	Xi	X	χ	Chi
H	η	Eta	O	o	Omikron	Ψ	ψ	Psi
Θ	θ	Theta	Π	π	Pi	Ω	ω	Omega

Abgabe (nur die Übungsaufgaben 9 bis 11): Montag 22.10.2012 bis 16:30 Uhr, Briefkasten C-Flügel.