

Einführung in die elementare Zahlentheorie

Hinweise:

- Die Übung am 31.10.18 fällt aus (Reformationstag). Stattdessen finden am Freitag, den 02.11.18 ZWEI Übungen statt:
 - 1. DS, WIL A 221
 - 4. DS, WIL C 129 (Achtung: Raum geändert!)
- Auf OPAL stehen Materialien zum Schubfachprinzip und dessen Anwendungen zur Verfügung.

10. Aufgabe:

Ein Schütze schießt auf eine Zielscheibe, die ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge 2cm darstellt. Er schießt 5 mal und trifft die Scheibe bei jedem Versuch. Zeige, dass mindestens 2 Treffer einen maximalen Abstand von 1cm haben.

11. Aufgabe:

In einem Raum seien n Personen ($n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$). Zeige, dass es 2 Personen in diesem Raum gibt, die die gleiche Anzahl Personen im Raum kennen. Hierbei ist „kennen“ als symmetrische Relation vorausgesetzt.

12. Aufgabe:

Ein Schachspieler bereitet sich auf ein Turnier vor, das in 77 Tagen stattfindet. Dafür spielt er jeden Tag mindestens eine Partie, jedoch insgesamt nicht mehr als 132 Partien. Zeige, dass es eine Zeitspanne aufeinander folgender Tage gibt, in der er insgesamt exakt 21 Partien spielt.

13. Aufgabe:

Wir betrachten die Abbildung

$$\begin{aligned} \iota : \mathbb{N} &\rightarrow \mathbb{Z} \\ n &\mapsto [(n, 0)]_{\sim_{\mathbb{Z}}}. \end{aligned}$$

Zeige, dass für alle $n, m \in \mathbb{N}$ gilt:

- $\iota(m + n) = \iota(m) + \iota(n)$,
- $\iota(m \cdot n) = \iota(m) \cdot \iota(n)$,
- $m \leq n \Leftrightarrow \iota(m) \leq \iota(n)$.

14. Aufgabe:

(a) Zeige, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{k=0}^n 2^k = 2^{n+1} - 1.$$

(b) Matthias arbeitet im Juli und August jeden Tag im Garten seines Großvaters, um sich etwas Geld dazu zu verdienen. Für die Bezahlung hat er folgende Möglichkeiten:

- er wird jeden Tag wie folgt bezahlt: nach dem n -ten Tag bekommt er 2^n Cents, oder
- nach jedem Tag bekommt er 10 Euro, oder
- am Ende der 2 Monate bekommt er 1000 Euro.

Welches Modell sollte Matthias wählen, um so viel Geld wie möglich zu bekommen?