Dr. S. Trostorff
M. Baldauf

Einführung in die elementare Zahlentheorie

28. Aufgabe:
Gib die b-adische Darstellung der folgenden Zahlen $x \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ an (die angegebenen Zahlen sind jeweils in der Dezimaldarstellung zu verstehen):

(a) $x = \frac{1}{8}, b = 7$,

(b) $x = \frac{1}{6}, b = 2$; leite hieraus die Darstellung von $\frac{1}{3}$ zur Basis $g = 2$ ab,

(c) $x = \frac{7}{3}$, $b = 4$.

Führe die Probe über die geometrische Reihe durch

29. Aufgabe:
Begründe, dass $(0,999999999999\ldots)_{10} = (1,0000\ldots)_{10}$. Wie lässt sich diese Aussage auf beliebige Basen $b \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ verallgemeinern?

30. Aufgabe:
Sei $(R, \oplus, \circ)$ ein Integritätsbereich. Wir betrachten die Relation $\sim \subseteq R \times R$ gegeben durch

$$a \sim b :\Leftrightarrow a \mid b \wedge b \mid a.$$

Zeige, dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation definiert. Zeige ferner, dass die Operation

$$\begin{gathered} R/_{\sim} \times R/_{\sim} \to R/_{\sim} \\ [a]_{\sim} \odot [b]_{\sim} \mapsto [a \circ b]_{\sim} \end{gathered}$$

wohldefiniert ist.

31. Aufgabe:
Sei $\mathbb{K}$ ein Körper. Weise nach, dass $\mathbb{K}[X]$ mit den in der Vorlesung definierten Operationen ein Integritätsbereich bildet.