Unterrichtsmaterial zum Bereich Rationale Zahlen

- Einsatz zur Diagnose des Lernstands sowie zur (anschließenden) Wiederholung und Wachhaltung der Inhalte

Bestandteile:

1. Diagnosebogen, in drei Bereiche unterteilt:

   1.1. Allgemeines Verständnis des Zahlbereichs

   1.2. Addieren und Subtrahieren rationaler Zahlen

   1.3. Multiplizieren und Dividieren rationaler Zahlen

2. Übungsmaterial auf grundlegendem Niveau mit folgender Unterteilung:

Niveau A
A 1 - Der Zahlbereich der rationalen Zahlen
1.1 Rationale Zahlen in der Umwelt
1.2 Rationale Zahlen auf der Zahlengeraden
1.3 Der Betrag und die entgegengesetzte Zahl
1.4 Rationale Zahlen vergleichen und ordnen
A 2 - Rationale Zahlen addieren und subtrahieren
2.1 Wie gehe ich beim Addieren/Subtrahieren vor?
2.2 Sachaufgaben
2.3 Rechengesetze
A 3 - Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren
3.1 Wie gehe ich beim Multiplizieren/Dividieren vor?
3.2 Rechengesetze

3. Übungsmaterial auf höherem Niveau mit folgender Unterteilung:

Niveau B
B 1 – Der Zahlbereich der rationalen Zahlen
B 2 – Rationale Zahlen addieren und subtrahieren
B 3 – Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren
B 4 – Berechnen von Termen

4. Lernplan (zum Eintragen der Ergebnisse des Diagnosebogens und zur Orientierung der Lernenden im Übungsmaterial – enthält Hinweise zur Aufgabenwahl entsprechend der Ergebnisse des Diagnosebogens)

5. Musterlösung des Diagnosebogens (zur Selbstauswertung des Diagnosebogens durch die Lernenden nutzbar)

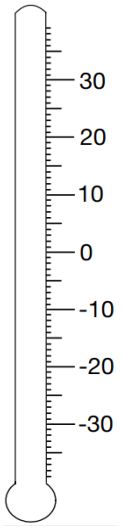
6. Musterlösung der Übungsmaterialien

Name:

1 Der Zahlenbereich der rationalen Zahlen – was weiß ich noch?

Mit diesen Aufgaben testest du dein Wissen zum Zahlenbereich Rationale Zahlen. Die Aufgaben werden nicht bewertet, sondern sind dafür da, herauszufinden, wo du noch üben kannst. Bearbeite sie also gründlich, aber halte dich nicht zu lange an einer Aufgabe auf, wenn du dir unsicher bist. Du kannst das Thema danach in Ruhe wiederholen.

1.1 a) Markiere auf dem Thermometer den Bereich aller negativen Zahlen.



b) Nenne 3 weitere Beispiele, wo negative Zahlen im Alltag vorkommen.

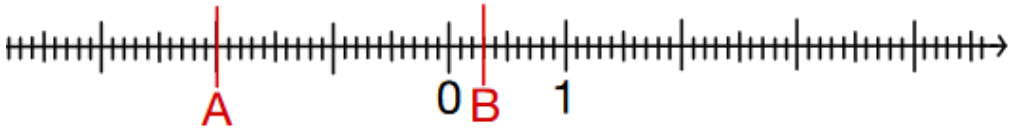
_____

_____

_____

/4

1.2 Lies die markierten Zahlen A, B von der Zahlengeraden ab und trage die Zahlen C, D ein.



A = B = C = $-\frac{7}{10}$ D = -3,1

/4

1.3 a) Kreuze die richtige Antwort an.

Welche Zahl liegt näher an 0?	☐ -3	☐ 4	☐ keine von beiden
Welche Zahl liegt näher an 0?	☐ +2,75	☐ -2,75	☐ keine von beiden
Welche Zahl liegt näher an -2,7?	☐ -2	☐ -3	☐ keine von beiden

b) Gib den Betrag |x| und die entgegengesetzte Zahl der gegebenen Zahlen an.

a) x = 5 Betrag |5|= entgegengesetzte Zahl:

b) x = -2 Betrag |-2|= entgegengesetzte Zahl:

/7

1.4 Ordne die Zahlen der Größe nach, von der kleinsten zur größten Zahl.

a) -22; -37; +23; 15; 8; -7 _____

b) -1,4; -0,8; +1,1; $-\frac{1}{2}$; $+\frac{5}{4}$ _____

/2

Name:

2 Addieren und Subtrahieren von rationalen Zahlen – was weiß ich noch?

Mit diesen Aufgaben testest du dein Wissen. Die Aufgaben werden nicht bewertet, sondern sind dafür da, herauszufinden, wo du noch üben kannst. Bearbeite sie also gründlich, aber halte dich nicht zu lange an einer Aufgabe auf, wenn du dir unsicher bist. Du kannst das Thema danach in Ruhe wiederholen.

2.1 Berechne.

a) (+5) + (-7) =_____

b) -8 + 5 = _____

c) 15 – (_____) = 27

d) $(-\frac{7}{10}) - (-\frac{5}{10})$ = _____

e) -12,6 – 5,2 = _____

f) (_____) – (+11) = -4

/6

2.2 Ordne den Texten den passenden Term zu.

Nachdem Frau Schmidt 10 kg zugenommen hat, beginnt sie eine Diät und nimmt 12 kg ab. Durch die Weihnachtszeit nimmt sie allerdings wieder 3 kg zu und wiegt nun immer noch etwas mehr als vor ihrer ersten Zunahme.	10 + (-12) + (-3) = -5
Der Handwerker fährt vom Technikraum im 10. Untergeschoss mit dem Fahrstuhl 12 Etagen nach oben. Dann fällt ihm ein, dass er 3 Etagen zu weit nach oben gefahren ist und fährt 3 Etagen zurück.	-10 + (+12) – (+3) = -1
Die Temperatur lag am Abend bei 10 Grad über Null. Über Nacht ist sie um 12 Grad gesunken, durch ein Unwetter am Morgen um weitere 3 Grad.	+10 + (-12) + (+3) = +1
	-10 + (-12) + (-3) = -25

/3

2.3 Entscheide, welche der Aussagen wahr oder falsch sind.

	Aussage	wahr	falsch
A	Wenn man zu einer rationalen Zahl eine andere rationale Zahl addiert, ist das Ergebnis immer größer als die Ausgangszahlen. Beispiele: (+3) + (-5) = -2 (-5) + (-10) = -15		
B	**(-8 + 5) + (-2)** hat dasselbe Ergebnis wie **-8 + (5 + (-2))**.		
	In einer Rechenaufgabe mit mehreren Summanden[1] darf man Klammern beliebig setzen oder weglassen.		
C	**(-3) + (+5)** hat dasselbe Ergebnis wie **(+5) + (-3)**.		
	Wenn man zwei rationale Zahlen addiert, kann man ihre Reihenfolge vertauschen.		
D	**(+4) – (+10)** hat dasselbe Ergebnis wie (+**10) – (+4)**.		
	Wenn man zwei rationale Zahlen subtrahiert, kann man ihre Reihenfolge vertauschen.		

/4

[1] 5 + 8 = 13
Summand + Summand = Summe

Name:

3 Multiplizieren und Dividieren von rationalen Zahlen – was weiß ich noch?

Mit diesen Aufgaben testest du dein Wissen. Die Aufgaben werden nicht bewertet, sondern sind dafür da, herauszufinden, wo du noch üben kannst. Bearbeite sie also gründlich, aber halte dich nicht zu lange an einer Aufgabe auf, wenn du dir unsicher bist. Du kannst das Thema danach in Ruhe wiederholen.

3.1 Ergänze die fehlende Zahl.

a) $5 \cdot (-10) =$ _____

b) $-24 : 6 =$ _____

c) (_____) $\cdot (-9) = 81$

d) $(-3) \cdot (-15) =$ _____

e) $(-5) : (-5) =$ _____

f) $48 : ($ _____ $) = -8$

/6

3.2 Entscheide, welche der Aussagen wahr oder falsch sind.

	Aussage	wahr	falsch
1	**(-5 · 7) · (-3)** hat dasselbe Ergebnis wie **-5 · (7 · (-3)).**		
	In einer Rechenaufgabe mit mehreren Faktoren[2] darf man Klammern beliebig setzen oder weglassen.		
2	**(-4) · 15** hat dasselbe Ergebnis wie **15 · (-4)**.		
	Wenn man zwei rationale Zahlen multipliziert, kann man ihre Reihenfolge vertauschen.		
3	**-12 : (-3)** hat dasselbe Ergebnis wie **-3 : (-12)**.		
	Wenn man zwei rationale Zahlen dividiert, kann man ihre Reihenfolge vertauschen.		
4	**32 · 6 : (-8)** hat dasselbe Ergebnis wie **32 : (-8) · 6**.		
	Aufeinanderfolgende Multiplikations- und Divisionsschritte darf man vertauschen.		

/4

[2] 5 · 8 = 40
Faktor · Faktor = Produkt

1.1 Rationale Zahlen in der Umwelt

Man benutzt rationalen Zahlen, wenn man **Zustände** und **Zustandsänderungen** beschreiben will, zum Beispiel:

⇒Temperaturen ⇒Höhen- oder Tiefenangaben ⇒Kontostände

Die Werte beziehen sich immer auf einen **„Vergleichspunkt" – die Zahl 0**.

Ein Wert, z.B. eine Temperatur, kann …höher als der Vergleichspunkt sein → positiv
…niedriger als der Vergleichspunkt sein →negativ.

negative Zahlen: Vorzeichen - **positive Zahlen:** Vorzeichen + (oft weggelassen)

Beispiel: Temperaturen

- Vergleichspunkt: 0°C – Temperatur, bei der Wasser gefriert
- Temperaturen unter 0°C (negativ): Es ist Frost. -2 °C ; -14,4 °C
- Temperaturen über 0°C (positiv): Es ist kein Frost. 25,1 °C; 180 °C

1) Ordne jeder Größe ihren Vergleichspunkt zu.

Höhenangabe
Kontostand
Etagen im Fahrstuhl

0 = Erdgeschoss
0 = weder Guthaben noch Schulden
0 = Meeresspiegel

2) Drücke die Informationen als rationale Zahlen aus.

a) 340 m über dem Meeresspiegel (d.M.):

b) 12 m unter d.M.:

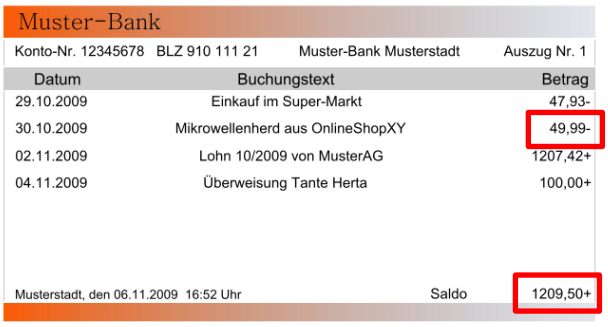
c) 10 °C unter null:

d) 5,2 °C über null:

e) 24,33 € Schulden:

f) 2456,02 € Guthaben:

3) Erkläre, was die rot umrahmten Zahlen in der Situation bedeuten.

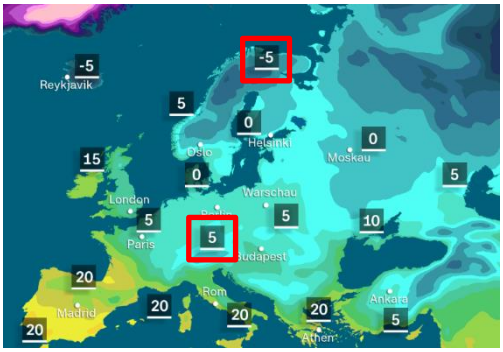


Muster-Bank

Konto-Nr. 12345678 BLZ 910 111 21 Muster-Bank Musterstadt Auszug Nr. 1

Datum	Buchungstext	Betrag
29.10.2009	Einkauf im Super-Markt	47,93-
30.10.2009	Mikrowellenherd aus OnlineShopXY	49,99-
02.11.2009	Lohn 10/2009 von MusterAG	1207,42+
04.11.2009	Überweisung Tante Herta	100,00+

Musterstadt, den 06.11.2009 16:52 Uhr Saldo 1209,50+



-49,99 :

+1209,50 :

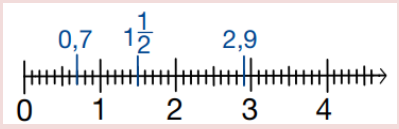
-5 :

5 :

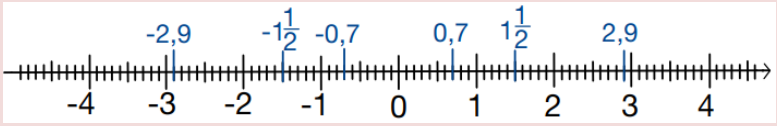
Bildquellen: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kontoauszug.svg (29.11.2024)
https://www.zdf.de/nachrichten-sendungen/wetter (29.11.2024)

1.2 Zahlen auf der Zahlengeraden ablesen und eintragen

Damit man auch negative Zahlen eintragen kann, erweitert man den Zahlenstrahl zur Zahlengeraden. Der Zahlenstrahl wird nach links „gespiegelt“:



Zahlenstrahl

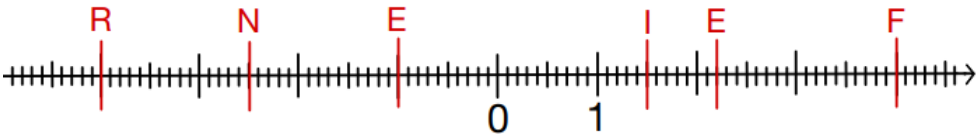


Zahlengerade

1) Ordne die angegebenen Zahlen den Buchstaben an der Zahlengeraden zu. Findest du das Lösungswort?

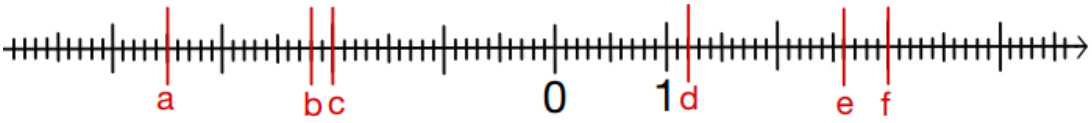
4 -1 -4 1,5 2,2 -2,5

___ ___ ___ ___ ___ ___



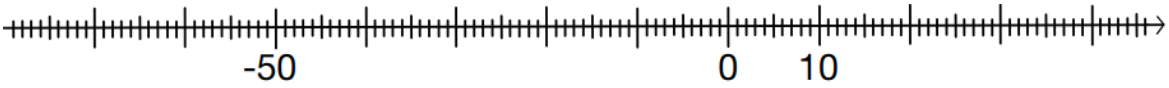
2) Lies die markierten Zahlen von der Zahlengeraden ab.

a= b= c= d= e= f=



3) Trage die Zahlen auf der Zahlengeraden ein.

a= 17 b= -10 c= -35 d= -61 e= -59 f= 20,5



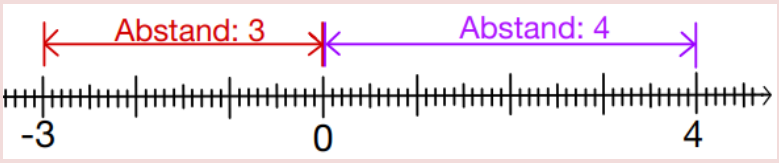
4) Zeichne selbst eine geeignete Zahlengerade und trage die Zahlen ein.

-15; 5; 13; -6; 9; -11; -9

1.3 Der Betrag einer Zahl und die entgegengesetzte Zahl

Der **Betrag** ist der **Abstand einer Zahl von 0**. Daher ist der Betrag immer **positiv**.

Schreibweise: **|-3|** = 3 → „Der Betrag von -3 ist 3."



1) Gib den Betrag der Zahlen an.

a) |-2| = b) |6| = c) |-15| = d) |-57| =

d) |2,5| = e) $|-\frac{1}{3}|$ = f) |-7,4| = g) |0|=

Die **entgegengesetzte Zahl** einer Zahl erhält man, wenn man das Vorzeichen der Zahl ändert.
Beispiel: Zahl: -4 → entgegengesetzte Zahl: 4 Zahl: 6 → entgegenges. Zahl: -6

2) Gib die entgegengesetzte Zahl an.

Zahl	entgegengesetzte Zahl	Zahl	entgegengesetzte Zahl
-2		2,5	
6		$-\frac{1}{3}$	
-15		-7,4	
-57		0	

3) Welche Zahl ist von 0 genauso weit entfernt wie ....

a) 7: b) -4: c) -500: d) -5,23:

4) Welche Zahlen haben den Betrag...

a) 9: b) 3,8: c) $\frac{3}{11}$: d) 0:

5) Entscheide, welche der Aussagen wahr oder falsch sind. Gib bei falschen Aussagen ein Gegenbeispiel an.

Aussage	wahr	falsch	Wenn falsch, Gegenbeispiel:
Die entgegengesetzte Zahl einer rationalen Zahl ist immer negativ.			
Zahl und entgegengesetzte Zahl sind immer verschieden.			
Eine Zahl und ihr Betrag sind immer verschieden.			
Zahl und entgegengesetzte Zahl haben denselben Betrag.			

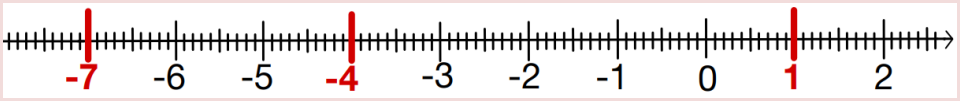
1.4 Rationale Zahlen vergleichen und ordnen

Schreibweise:
-2 < 5 „-2 ist kleiner als 5."

-1 > -10 „-1 ist größer als -10."

Zahlen kann man mithilfe der Zahlengeraden ordnen.
Obwohl die Zahlengerade symmetrisch aufgebaut ist (gespiegelt an der Zahl 0), werden die Zahlen nur in einer Richtung größer:
Eine Zahl ist **größer** als eine andere, wenn sie **weiter rechts** auf der Zahlengeraden liegt.

Beispiel: Temperaturen



-4°C steht **weiter rechts** als -7°C → -4 ist **größer** als -7 → -4°C ist **wärmer** als -7°C

1°C steht **weiter rechts** als -4°C → 1 ist **größer** als -4 → 1°C ist **wärmer** als -4°C

1) Ordne die Januar-Temperaturen der Orte, von der niedrigsten (1) zur höchsten (4).

Dresden: 4,5°C

Grönland: -5,3°C

Oslo: -2°C

Stockholm: 1°C

	Stadt	Temperatur
1		
2		
3		
4		

2) Vergleiche, setze dafür < oder > ein. Du kannst dich an der Zahlengeraden orientieren.

a) 3,5 ☐ 4 b) -3,5 ☐ 4 c) 3,5 ☐ -4 d) -3,5 ☐ -4

e) -7 ☐ 2 f) 2,5 ☐ -2,7 g) -1,9 ☐ -1,7 h) -1,3 ☐ -1,31

3) Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten.

24 ; -8 ; 15 ;-23 ; -4,8 ; 0 ; 5,2 ; $\frac{1}{2}$; -1 ; $-\frac{5}{6}$ _____

4) Ordne den Beschreibungen die passende Zahl zu.

Ich bin etwas größer als -2.	-0,2
Ich liege zwischen -2 und -3.	-1,9
Ich bin kaum kleiner als 0.	-0,5
Ich liege in der Mitte von -2 und 1.	-2,2

5) a) Gib 4 Zahlen an, die kleiner als 0,2 sind.

_____

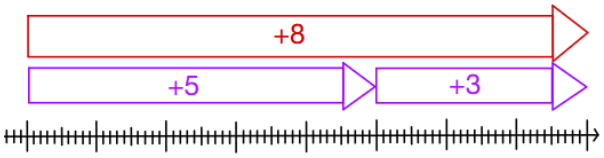
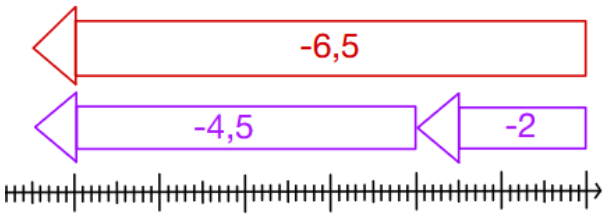
b) Gib 4 Zahlen an, die größer als -15,8 sind.

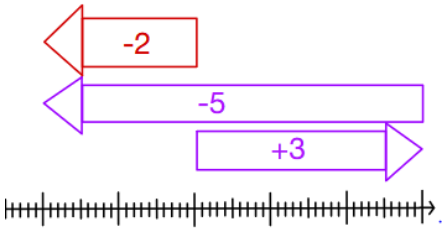
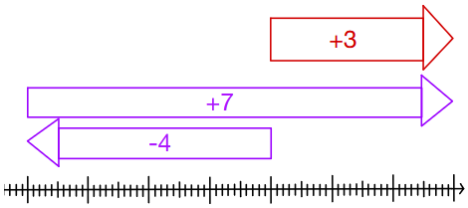
_____

2.1 Wie geht man beim Addieren und Subtrahieren vor?

Teil 1 - Addieren

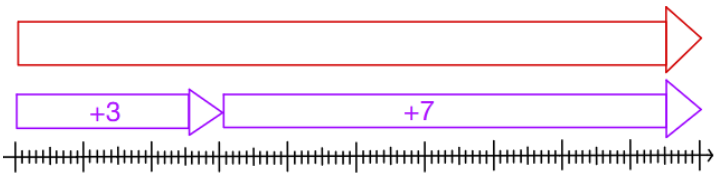
Beispiel: Temperaturänderungen addieren

Bsp. 1: Die Temperatur steigt erst um 5 Grad und später noch um 3 Grad.	**(+5) + (+3) = + (5+3) = +8**	Zahlen mit **gleichem** Vorzeichen: 1) gemeinsames Vorzeichen setzen 2) Beträge der Zahlen addieren
	Gesamt: Anstieg um 8 Grad	
Bsp. 2: Die Temperatur sinkt zunächst um 2 Grad und später um weitere 4,5 Grad.	**(-2) + (-4,5) = - (2+4,5) = -6,5**	
	Gesamt: Sinken um 6,5 Grad	

Bsp. 3: Die Temperatur steigt um 3 Grad und sinkt dann um 5 Grad.	Bsp. 4: Die Temperatur sinkt um 4 Grad und steigt dann um 7 Grad.	Zahlen mit **unterschiedlichen** Vorzeichen: 1) Vorzeichen der Zahl mit dem größeren Betrag setzen 2) Subtrahieren: Größerer Betrag – kleinerer Betrag
		
(+3) + (-5) = - (5-3) = -2	**(-4) + (+7) = + (7-4) = +3**	
Gesamt: Sinken um 2 Grad	Gesamt: Anstieg um 3 Grad	

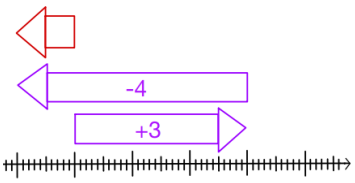
1) Notiere zu allen Zustandsänderungen die passende Additionsaufgabe an und löse sie.

a)



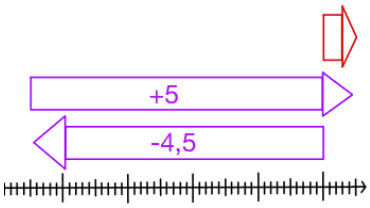
( ) + ( ) = ____

b)



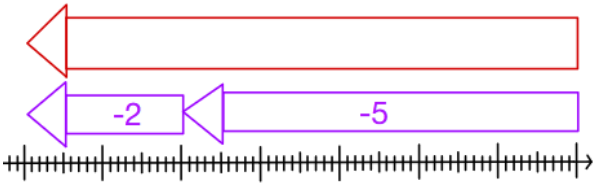
( ) + ( ) = ____

c)



( ) + ( ) = ____

d)



( ) + ( ) = ____

2) Berechne.

a) (+9) + (+7) =
(-9) + (-7) =
(-9) + (+7) =
(+9) + (-7) =

b) (+2) +(+1) =
(+2) + 0 =
(+2) + (-1) =
(+2) + (-2) =

c) (-5) + (-7) =
(-5) +(-2) =
(-5) + (+3) =
(-5) + (+8) =

3) Berechne.

a) (-7) + (+6) =

b) (+8) + (-7) =

c) (-5) + (+12) =

d) (-9) + (-35) =

e) (+14) + (-24) =

f) (-42) + (+29) =

g) (-119) + (-219) =

h) (+65) + (-85) =

i) (+1,7) + (-2,7) =

j) $\left(-\frac{8}{5}\right) + \left(+\frac{3}{5}\right) =$

k) (-10,3) + (-23,6) =

l) $\left(-\frac{4}{9}\right) + \left(-\frac{4}{9}\right) =$

4) Überprüfe Marias Hausaufgabe und berichtige ihre falschen Ergebnisse.

a) $(-15) + (-7) = -22$

b) $(+12) + (-15) = 3$

c) $(-7) + (-9) = +2$

d) $(-6{,}4) + (+6{,}3) = 0{,}1$

e) $\left(+\frac{7}{10}\right) + \left(-\frac{9}{10}\right) = -\frac{2}{10}$

f) $(-9{,}3) + (-0{,}4) = 9{,}7$

5) Setze die Zahlenreihe fort.

a)

35	24	13	2				

b)

-7,5	-6	-4,5	-3				

6) Setze die fehlende Zahl ein.

a) -7 $\xrightarrow{+\ \square}$ +8

b) 4,7 $\xrightarrow{+\ (-5{,}4)}$ $\square$

c) $\square$ $\xrightarrow{+(+14)}$ -24

2.1 Wie geht man beim Addieren und Subtrahieren vor?

Teil 2 - Subtrahieren

Herr Baum hat 85€ auf dem Konto und ihm werden fälschlicherweise 20€ von seinem Stromversorger abgebucht.
→ 85€ + (-20€)

Um seinen Kontostand wieder auszugleichen, gibt es 2 Möglichkeiten:
(1) Die Bank macht die Abbuchung rückgängig
→ 85€ + (-20€) **– (-20€)** = 85€

(2) Der Stromversorger überweist ihm 20€ zurück.
→ 85€ + (-20€) **+ (+20€)** = 85€

In beiden Fällen bekommt er sein Geld zurück. Man erkennt:
Subtrahieren einer Zahl = Addieren der entgegengesetzten Zahl

– (-20€) = + (+20€)

Weitere Beispiele: (-7) – (+5) = (-7) + (-5) = -12 (+15) – (-10) = (+15) + (+10) = 25

Achtung:
2 Bedeutungen des Minuszeichens: Vorzeichen vs. Rechenzeichen

7) Schreibe zu jeder Subtraktionsaufgabe die Additionsaufgabe mit dem gleichen Ergebnis auf und berechne das Ergebnis.

a) (+3) – (+5) = + =

b) (-8) – (-7) = + =

c) (+24) – (-16) = + =

d) (-10) – (+3) = + =

8) Berechne.

a) (+30) – (+10) =
(+30) – 0 =
(+30) – (-10) =
(+30) – (-20) =

b) (-12) – (+7) =
(-12) – (-7) =
(+12) – (+7) =
(+12) –(-7) =

9) Berechne.

a) (+19) – (+15) =

b) (-8) – (-13)=

c) (-5) – (+22) =

d) (+35) – (-42) =

e) (-50) – (-53) =

f) (+15) – (+15,7) =

g) (-3,5) + (-3,7) =

h) (+5,8) – (+7,5) =

i) $\left(-\frac{4}{5}\right) - \left(-\frac{6}{5}\right) =$

Terme vereinfachen – Klammern auflösen

Durch Zahlklammern kann man zwischen Vorzeichen und Rechenzeichen unterscheiden. Zur Vereinfachung eines Terms kann man allerdings einige Zeichen weglassen:

- Klammer und Vorzeichen einer positiven Zahl: (+3) + (+5) → 3 + 5
- Klammer um negative Zahl *am Beginn* des Terms: (-5) + (-3) → -5 + (-3)

Vereinfachte Schreibweise von Rechenaufgaben:

- Gleiche Zeichen → Pluszeichen: -5 **–** (**-**3) → -5 **+** 3
- Unterschiedliche Zeichen → Minuszeichen: -5 **+** (**-**3) und -5 **–** (**+**3) → -5 **–** 3

Achtung: „Minusklammer“: -3 **– (5 – 3)** → -3 **– 5 + 3**
(Minus vor einer Klammer ändert Vorzeichen aller Zahlen in der Klammer)

10) Vereinfache und berechne.

a) (+2) + (+9) =

b) (-2) + (+9) =

c) (+7,5) + (-3,5) =

d) (-7,5) – (+3,5) =

e) (-3,9) – (-6,5) =

f) (+2,7) – (-0,2) =

g) (+8) – ((+4) – (+5)) =

h) (-4,5) – ((+6) + (-2)) =

11) Schreibe ausführlich als reine Additionsaufgabe und berechne.

Beispiel: 5 – 3 – 4 = -5 + (-3) + (-4)

a) -8 – 14 =

b) 6 – 12 =

c) -7 + 5 – 10 =

d) 4 + 9 – 5 – 8 =

e) -7 + 5,5 – 4,5 =

f) 1 – 4 – 6 + 12 =

2.2 Addieren und Subtrahieren in Sachaufgaben

Man kann verschiedene Situationen mithilfe der Addition und Subtraktion rationaler Zahlen lösen:

(1) Anfangszustand + Änderung = Endzustand

Es sind -5 °C. Die Temperatur sinkt um 7 Grad. Es sind jetzt -12 °C. → (-5) + (-7) =-12

(2) Änderung + Änderung = Gesamtänderung

Die Temperatur sinkt zuerst um 5 Grad und später noch einmal um 7 Grad. Insgesamt ist sie um 12 Grad gesunken. → (-5) + (-7) =-12

1) Ordne den Situationen den passenden Term zu.

Es sind 3 Grad. Die Temperatur sinkt um 10 Grad.	(-8) + 10
Luca gibt 8€ aus und bekommt 10€ von Oma.	(+3) + (+10)
Die Temperatur steigt um 3 Grad und dann noch einmal um 10 Grad.	3 + (-10)
Es sind -8°C. Die Temperatur sinkt um 10 Grad.	(-8) + (-10)

2) Formuliere eine passende Rechenaufgabe und löse sie.

a) Auf der Wanderung geht Familie Holz zuerst 280 Höhenmeter bergab und dann 210 Höhenmeter bergauf. Sind sie jetzt höher als am Startpunkt?

b) Ein Konto ist um 120€ überzogen (=im Minus). Dann geht der Lohn in Höhe von 2300€ ein. Wie hoch ist der Kontostand nun?

c) Ein Taucher ist gerade 25 m unter dem Meeresspiegel und taucht weitere 17 m nach unten. Auf welcher Höhe befindet er sich jetzt?

3) Berechne…

a) den Temperaturunterschied (Differenz) zwischen -12,5 °C und +8,3 °C.

b) den Höhenunterschied zw. dem Toten Meer (430 m u.d.M.) und Jerusalem (760 m ü.d.M.).

2.3 Rechengesetze beim Addieren und Subtrahieren

1)

„Wenn man natürliche Zahlen oder gebrochenen Zahlen addiert, wird das Ergebnis größer.
Beispiele: 6 + 12 = 18 3,5 + 1,5 = 5
Wenn man subtrahiert, wird es kleiner.
Beispiele: 15 – 9 = 6 5,7 – 2,4 = 3,3“

Ist das bei rationalen Zahlen auch immer so? Berechne die folgenden Aufgaben und entscheide dann:

5 + (-7) = -5 + (-7) = -5+ (+7) = (+5) + (+7) =

(+3) – (-10) = (-3) – (+10) = (-3) – (-10) = (+3) – (+10) =

Bei den rationalen Zahlen gilt…	stimmt nie	stimmt manchmal	stimmt immer
Beim Addieren ist das Ergebnis größer als die Anfangszahlen.			
Beim Subtrahieren ist das Ergebnis kleiner als die Anfangszahlen.			

In den rationalen Zahlen gelten diese Rechengesetze:

(1) Assoziativgesetz: Beim **Addieren** darf man **Rechenklammern beliebig setzen** oder **weglassen**.

- Beispiel: (-7 + 4) + (-3) = -7 + (4 + (-3)) = -7 + 4 + (-3)

(2) Kommutativgesetz: Beim **Addieren** darf man die **Summanden vertauschen**.

- Beispiel: (-3) + (-5) = (-5) + (-3)

(3) Achtung: Beim Subtrahieren gelten die beiden Regeln nicht. Man darf trotzdem aufeinander folgende Additions- und Subtraktionsschritte vertauschen, *wenn die erste Zahl nicht vertauscht wird*.

- Beispiel: -5 + (-2) – (+5) = -5 – (+5) + (-2)

2) Berechne die Aufgaben vorteilhaft und notiere, welches Rechengesetz du verwendet hast. Wenn du möchtest, notiere einen Zwischenschritt.

Gesetz Nr.

a) -7 + (-16) + ((-3) + (-4)) =

b) 12 – (-3) – (+12) + 5 =

c) 3,7 + (-5,1) + (-3,7) =

3) Überprüfe Emilys Hausaufgabe und berichtige ihre falschen Ergebnisse.

a) $25 - (-8) - (-25) = (-8) - 25 - (-25) = (-8) - 25 + 25 = -8$

b) $12 + 15 + (-12) - (-15) = 12 + (-12) + 15 - (-15) = 30$

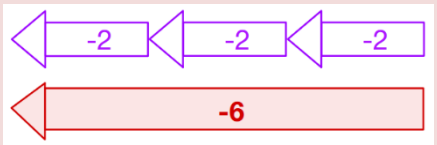
c) $(-7 - (+8)) + 5 = -7 - (8 + 5) = -7 - (+13) = -20$

3.1 Wie geht man beim Multiplizieren und Dividieren vor?

(1) Multiplizieren:

- *Positive Zahl mal negative Zahl*

3 · (-2) = -6



- *Negative Zahl mal negative Zahl*

(-3) · (-2) = 6

3 · (-2) = -6
2 · (-2) = -4
1 · (-2) = -2
0 · (-2) = 0
(-1) · (-2) = **2**
(-2) · (-2) = **4**
(-3) · (-2) = **6**

Vorzeichenregel:
+ · + = +
− · − = +
+ · − = −
− · + = −

---

(2) Dividieren: gleiche Vorzeichenregel wie beim Multiplizieren

Beispiele: -15 : 3 = -5 12 : (-4) =-3 -250 : (-5) = 50

1) Berechne.

a)	b)	c)
(-4) · 2 =	(-8) · (-4) =	(-12) : 4 =
(-4) · 1 =	(-8) · (-2) =	(-12) : 2 =
(-4) · 0 =	(-8) · 0 =	(-12) : (-1) =
(-4) · (-1) =	(-8) · 2 =	(-12) : (-2) =
(-4) · (-2) =	(-8) · 4 =	(-12) : (-4) =

2) Berechne.

a)	b)	c)	d)
1 · 5 =	(-7) · 3 =	48 : 6 =	(-18) : 2 =
(-1) · 5 =	(-7) · (-3) =	(-48) : 6 =	18 : 2 =
1 · (-5) =	7 · (-3) =	48 : (-6) =	(-18) : (-2) =
(-1) · (-5) =	7 · 3 =	(-48) : (-6) =	18 : (-2) =

3) Berechne.

a) (-5) · (-8) =	b) 120 : (-3) =	c) (-72) : 9=
d) -36 : (-6) =	e) 100 · (-100) =	f) (-3) · (-9) · 2 =
g) 4 · (-5) · 6 =	h) 9 · 10 · (-3) =	i) (-50) : 5 : (-2) =

(-3) · (-5) · (-4)
= 15 · (-4) = -60

2 · (-10) · (-7)
= -20 · (-7) = 140

4) Setze die fehlende Zahl ein.

a) 40 $\xrightarrow{\cdot(-9)}$ ☐ b) -7 $\xrightarrow{\cdot(\ \ )}$ -56 c) ☐ $\xrightarrow{\cdot(-8)}$ 64

d) 63 $\xrightarrow{:(-7)}$ ☐ e) 27 $\xrightarrow{:(\ \ )}$ -9 f) ☐ $\xrightarrow{:(-11)}$ -5

3.2 Rechengesetze beim Multiplizieren und Dividieren

Für rationale Zahlen gilt:

(1) Assoziativgesetz: Beim **Multiplizieren** darf man **Rechenklammern beliebig setzen** oder **weglassen**.

- Beispiel: $(-7 \cdot 4) \cdot (-3) = -7 \cdot (4 \cdot (-3)) = -7 \cdot 4 \cdot (-3)$

(2) Kommutativgesetz: Beim **Multiplizieren** darf man die **Faktoren vertauschen**.

- Beispiel: $(-3) \cdot (-5) = (-5) \cdot (-3)$

(3) Achtung: Beim Dividieren gelten die beiden Regeln nicht. Man darf trotzdem aufeinander folgende Multiplikations- und Divisionsschritte vertauschen, *wenn die erste Zahl nicht vertauscht wird*.

- Beispiel: $-5 : (-2) \cdot (+5) = -5 \cdot (+5) : (-2)$

1) Berechne die Aufgaben vorteilhaft und notiere, welches Rechengesetz du verwendet hast. Wenn du möchtest, notiere einen Zwischenschritt.

	Gesetz Nr.
a) $20 \cdot (-13) \cdot 5 =$	
b) $15 : 8 \cdot (-3) \cdot 8 =$	
c) $5 \cdot (-2 \cdot 17) =$	
d) $-2{,}5 : 20 \cdot (-4) =$	
e) $\frac{1}{7} \cdot (-19) \cdot (-7) =$	

2) Überprüfe Emilys Hausaufgabe und berichtige ihre falschen Ergebnisse.

a) $-24 \cdot 25 : 6 = -24 : 6 \cdot 25 = -4 \cdot 25 = -100$

b) $-5 : 100 = 100 : (-5) = -20$

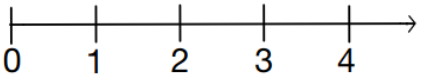
c) $(15 \cdot 0{,}2) \cdot (-5) = 15 \cdot (0{,}2 \cdot (-5)) = 15 \cdot (-1) = -15$

d) $160 : (-5) : 80 = -5 : 160 : 80 = -5 : 2 = -\frac{5}{2}$

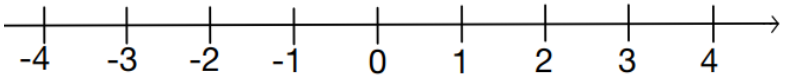
B1 - Der Zahlbereich der rationalen Zahlen

Zahlenbereiche

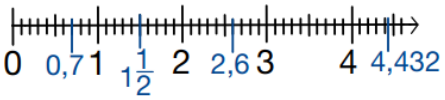
$\mathbb{N}$ - Natürliche Zahlen:



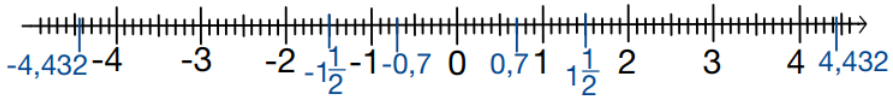
$\mathbb{Z}$ - Ganze Zahlen:



$\mathbb{Q}_+$ - Gebrochene Zahlen:



$\mathbb{Q}$ - Rationale Zahlen:



1) Kreuze alle Zahlenbereiche an, zu denen die Zahl gehört.

	5	-5	0,5	-0,5	$-\frac{7}{6}$	15,2	-12	|-8|	$2,\overline{3}$
$\mathbb{N}$									
$\mathbb{Z}$									
$\mathbb{Q}_+$									
$\mathbb{Q}$									

2) Ordne den Beschreibungen die passenden Zahlen zu.

Die Zahlen gehören zu den ganzen, aber nicht zu den gebrochenen Zahlen.	15; 3; 25000; |-12|
Die Zahlen gehören zu den gebrochenen, aber nicht zu den natürlichen Zahlen.	Dazu gibt es keine passenden Zahlen.
Die Zahlen gehören zu den natürlichen und ganzen Zahlen.	-12; -3; -7; -23
Die Zahlen gehören zu den gebrochenen, aber nicht zu den rationalen Zahlen.	|-3,2|; $\frac{7}{12}$; $1,\overline{6}$; 4,08, |-5,3|

3) Kreuze alle Zahlbereiche an, auf die jeweilige Aussage zutrifft.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}_+$	$\mathbb{Q}$
Jede Zahl hat einen Nachfolger.				
Jede Zahl hat einen Vorgänger.				
Es gibt eine kleinste Zahl.				
Es gibt eine größte Zahl.				
Die entgegengesetzte Zahl liegt auch im Zahlbereich.				
Man kann zwei Zahlen immer addieren.				
Man kann zwei Zahlen immer subtrahieren.				
Man kann zwei Zahlen immer multiplizieren.				
Man kann zwei Zahlen immer dividieren.				

4) Gib zu allen Zahlen die nächstgrößere und nächstkleinere ***ganze*** Zahl an.

	4,7	-4,7	-9	-2,66	$\frac{19}{3}$	$-\frac{12}{7}$	|-2|
Nächstkleinere Zahl							
Nächstgrößere Zahl							

5) Welche Zahl liegt in der Mitte von…?

a) 1 und -3 :

b) -2 und 7 :

c) -5 und -14 :

d) 1,5 und -6,5 :

e) 1,2 und -2,8 :

f) $\frac{3}{9}$ und $-\frac{5}{3}$:

g) -3,9 und -11,5 :

h) 4,7 und -4,8 :

6) Finde die beschriebenen Zahlen heraus und trage sie auf einer passenden Zahlengeraden ein.

a) Ich liege 2,5 Einheiten von -1,5 entfernt, bin aber keine negative Zahl.

b) Mein Betrag ist 3,7 und ich bin 5,7 Einheiten von -2 entfernt.

c) Ich bin die entgegengesetzte Zahl von |-8|.

d) Ich bin die ganze Zahl, die am nächsten an $-\frac{25}{4}$ liegt.

e) Meine entgegengesetzte Zahl hat den Betrag 2,9, ich bin aber kleiner als 2.

f) Ich bin die kleinste ganze Zahl mit einem Betrag, der kleiner als 12 ist.

B2 – Rationale Zahlen addieren und subtrahieren

1) Berechne.

a) 2,6 + (-4,9) =

b) -3,7 – (+2,0) =

c) 1,96 – (-4,07) =

d) -2,08 – (-5,719) =

e) $\frac{4}{5} + \left(-\frac{5}{3}\right) =$

f) $\frac{2}{7} - \left(-\frac{6}{2}\right) =$

g) $\left(-\frac{3}{10}\right) + \left(-\frac{8}{4}\right) =$

h) $\left(-\frac{6}{9}\right) - \left(-\frac{14}{12}\right) =$

Erinnerung:

Brüche addieren/subtrahieren:

1) Brüche auf den gleichen Nenner bringen

2) Zähler addieren/subtrahieren

$$\frac{1}{4} - \frac{2}{3} = \frac{3}{12} - \frac{8}{12} = -\frac{5}{12}$$

Dezimalzahlen addier./subtr.: Stelle für Stelle addieren (von rechts nach links)

12,48
+5,731
1 1
=18,211

2) Bilde Rechenaufgaben mit allen abgebildeten Zahlen. Entscheide für jede Zahl einzeln, ob du sie addierst oder subtrahierst (und unterstreiche dafür das passende Rechenzeichen), sodass…

-15,9	4,7	-12,3	8,25

a) …du das größtmögliche Ergebnis erhältst:

☐ + / - ☐ + / - ☐ + / - ☐ = ☐

b) …du das kleinstmögliche Ergebnis erhältst:

☐ + / - ☐ + / - ☐ + / - ☐ = ☐

c) …du das Ergebnis mit dem kleinstmöglichen Betrag erhältst.

☐ + / - ☐ + / - ☐ + / - ☐ = ☐

3) Um sich auf einen Lauf vorzubereiten, möchte Marie 2 Wochen lang alle 2 Tage 6 km laufen gehen. Sie schafft nicht immer die gleiche Distanz und schreibt deswegen jedes Mal die Abweichung von ihrem Ziel (6 km) auf. Berechne, ob sie nach den 2 Wochen trotzdem jedes Mal durchschnittlich 6 km gelaufen ist.

+0,7 km ; -1,2 km; -0,2 km; +1,8 km; -0,4 km, - 2,5 km; +0,5 km

4) Berechne vorteilhaft mithilfe der Rechengesetze.

a) (-4,3) + (2,96 + 1,3) + 3 – (+2,94) =

b) $\frac{4}{9} + \left(-\frac{3}{4}\right) - \left(\left(-\frac{5}{3}\right) + \frac{2}{8}\right) - \frac{14}{6} =$

B3 – Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren

Erinnerung: Brüche

...multiplizieren:

1) wenn möglich kürzen

2) Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner

$$-\frac{15}{4}\cdot\frac{2}{9}=-\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{3}=-\frac{5}{6}$$

...dividieren:

1) Zähler und Nenner vom Divisor tauschen

2) Brüche multiplizieren

$$\frac{3}{4}:\left(-\frac{2}{7}\right)=\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)=-\frac{21}{8}$$

Erinnerung: Dezimalzahlen

...multiplizieren:

1) Kommata weglassen und Zahlen multiplizieren

2) Nachkommastellen (NKS) der Faktoren zählen

3) Ergebnis hat so viele NKS wie die Faktoren zusammen

Bsp.: 2,5 · 1,02

1) 25 · 121 =2550

2) 2,5 und 1,02 haben 3 NKS

3) Ergebnis: 2,5 · 1,02 = 2,550

...dividieren:

1) Komma in Dividend und Divisor um die gleiche Anzahl an Stellen verschieben, bis der Divisor kein Komma mehr hat

2) (Schriftlich) dividieren, dabei das Komma im Ergebnis setzen, sobald man die NKS beim Rechnen einbezieht

Bsp.: 4,68 : (-0,2)

→46,8 : (-2) = -23,4

1) Berechne.

a) 0,2 · (-0,5) =

b) -0,72 : 0,9 =

c) (-0,15) · (-0,8) =

d) $-\frac{2}{7}\cdot\left(-\frac{14}{8}\right)=$

e) $\left(-\frac{21}{5}\right):14=$

f) $2\frac{5}{3}:\left(-\frac{15}{25}\right)=$

g) 7 : (-2) · $\left(-\frac{1}{7}\right)=$

h) 4 · ((-0,25) · 0,62) =

i) $\frac{1}{4}\cdot(-2{,}7)\cdot\left(-\frac{12}{3}\right)=$

2) Finde zu jeder Zahl 2 Divisionsaufgaben, die die Zahl als Ergebnis haben.

	Rechenaufgabe 1	Rechenaufgabe 2
-4	-32 : 8	48 : (-12)
-8		
-15		
1,5		

	Rechenaufgabe 1	Rechenaufgabe 2
-1		
-0,25		
$-\frac{1}{4}$		
2,89		

3) Wähle einen Faktor aus Bereich 1 und 2 (und umkreise ihn), sodass deren Produkt...

	Bereich 1			Bereich 2		
...am größten ist.	7	-9	-15	24	-12	15
... am kleinsten ist.	-13	15	-2	-9	-11	5

Ergebnis

Potenzieren von negativen Zahlen

Exponent (Hochzahl) **gerade:** $(-2)^4$ = (-2) · (-2) · (-2) · (-2) = 16 → **Potenz positiv**

Exponent (Hochzahl) **ungerade:** $(-2)^3$ = (-2) · (-2) · (-2) = -8 → **Potenz negativ**

Achtung Unterschied: **-2^4** = -(2 · 2 · 2 · 2) = **-16** **$(-2)^4$** = (-2) · (-2) · (-2) · (-2) = **16**

5) Berechne.

a) $(-3)^2$ =

b) -3^2 =

c) $(-5)^3$ =

d) $(-5)^4$ =

e) -7^2 =

f) $(-0{,}5)^2$ =

g) $-\left(\frac{2}{7}\right)^2$ =

h) $\left(-\frac{2}{7}\right)^2$

i) $-0{,}1^2$ =

B4 – Berechnen von Termen

Reihenfolge beim Berechnen von Termen:

1. Klammern (bei mehreren Klammern: von der innersten zur äußersten)
2. Potenzen
3. Punktrechnung
4. Strichrechnung

→ von links nach rechts

Beispiel:

$-5 + (3 + (-7))^2 \cdot (-0{,}5) - 9$
$= -5 + (-4)^2 \cdot (-0{,}5) - 9$
$= -5 + 16 \cdot (-0{,}5) - 9$
$= -5 + (-8) - 9$
$= -13 - 9$
$= -22$

1) Berechne den Wert des Terms.

a) $-5 \cdot (2 + (-7)) =$

b) $(-2)^2 + 7 + (-8) \cdot 4 =$

c) $(2{,}8 + (-4{,}3)) : 3 + 5 =$

d) $-(-12 : (-4) + 5) \cdot (-2{,}5) =$

e) $-9 + \left(-\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3^2}{2}\right) =$

f) $\left((-3{,}7 + (-2{,}3)) : \left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2 =$

Distributivgesetz: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

Beispiel: $-2 \cdot (3 + (-8)) = -2 \cdot (-5) = -10$

$-2 \cdot 3 + (-2) \cdot (-8) = -6 + 16 = 10$

2) Berechne. Nutze das Distributivgesetz, um die Rechnung zu vereinfachen.

a) $(25 + (-1{,}5)) \cdot (-0{,}5) =$

b) $(0{,}9 - 72) : 9 =$

c) $(60 - 0{,}36) : (-3) =$

3) Vereinfache den Term wie im Beispiel und berechne dann.

$135 : \mathit{(-12)} + (-15) : \mathit{(-12)} = ((135 + (-15)) : \mathit{(-12)} = 120 : (-12) = -10$

a) $45 : (-8) - 13 : (-8) =$

b) $2{,}95 \cdot (-13{,}5) + (-5{,}95) \cdot (-13{,}5) =$

c) $\left(+\frac{85}{3}\right) \cdot \left(-\frac{7}{9}\right) + \left(-\frac{40}{3}\right) \cdot \left(-\frac{7}{9}\right) =$

4) Berechne vorteilhaft. Überlege dafür, ob es sinnvoll ist, den Term wie in Aufgabe 2) oder 3) umzuformen.

a) $5{,}8 \cdot (8 + 2) =$

b) $0{,}95 \cdot (-6) + 0{,}95 \cdot 8 =$

c) $\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} =$

d) $0{,}5 \cdot (-2 + 0{,}4) =$

Lernplan: Übungen Rationale Zahlen

So arbeitest du mit dem Lernplan:

- Vergleich deiner „Was weiß ich noch?"-Aufgaben:
  - *0 – 1 Fehler* in einer Aufgabe (z.B. in Aufgabe 1.1): Kreuze in der Tabelle *„Das kann ich schon."* an.
  - *Mehr Fehler*: Kreuze *„Das übe ich nochmal."* an.
- Bearbeite der Reihenfolge nach die Aufgabenblätter von Niveau A, bei denen du „Das übe ich nochmal" angekreuzt hast.
- Vergleiche die Lösungen nach jeder Aufgabe und frage nach, falls du etwas noch nicht verstanden hast.
- Wenn du alle angekreuzten Aufgaben auf Niveau A gelöst hast, kannst du dich (wieder der Reihenfolge nach) mit den Aufgabenblättern auf Niveau B beschäftigen.

Aufgaben	Pkt.	Meine Punkt-zahl	Das kann ich schon. ✓	Das übe ich nochmal.	Erledigt!
Niveau A					
A 1 - Der Zahlbereich der rationalen Zahlen					
1.1 Rationale Zahlen in der Umwelt	4				
1.2 Rationale Zahlen auf der Zahlengeraden	4				
1.3 Der Betrag und die entgegengesetzte Zahl	7				
1.4 Rationale Zahlen vergleichen und ordnen	2				
A 2 - Rationale Zahlen addieren und subtrahieren					
2.1 Wie gehe ich beim Addieren/Subtrahieren vor?	6				
2.2 Sachaufgaben	3				
2.3 Rechengesetze	4				
A 3 - Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren					
3.1 Wie gehe ich beim Multiplizieren/Dividieren vor?	6				
3.2 Rechengesetze	4				

Niveau B		
B 1 – Der Zahlbereich der rationalen Zahlen		
B 2 – Rationale Zahlen addieren und subtrahieren		
B 3 – Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren		
B 4 – Berechnen von Termen		

Lernplan: Übungen Rationale Zahlen

So arbeitest du mit dem Lernplan:

- Vergleich deiner „Was weiß ich noch?"-Aufgaben:
  - *0 – 1 Fehler* in einer Aufgabe (z.B. in Aufgabe 1.1): Kreuze in der Tabelle *„Das kann ich schon."* an.
  - *Mehr Fehler*: Kreuze *„Das übe ich nochmal."* an.
- Bearbeite der Reihenfolge nach die Aufgabenblätter von Niveau A, bei denen du „Das übe ich nochmal" angekreuzt hast.
- Vergleiche die Lösungen nach jeder Aufgabe und frage nach, falls du etwas noch nicht verstanden hast.
- Wenn du alle angekreuzten Aufgaben auf Niveau A gelöst hast, kannst du dich (wieder der Reihenfolge nach) mit den Aufgabenblättern auf Niveau B beschäftigen.

Aufgaben	Pkt.	Meine Punkt-zahl	Das kann ich schon. ✓	Das übe ich nochmal.	Erledigt!
Niveau A					
A 1 - Der Zahlbereich der rationalen Zahlen					
1.1 Rationale Zahlen in der Umwelt	4				
1.2 Rationale Zahlen auf der Zahlengeraden	4				
1.3 Der Betrag und die entgegengesetzte Zahl	7				
1.4 Rationale Zahlen vergleichen und ordnen	2				
A 2 - Rationale Zahlen addieren und subtrahieren					
2.1 Wie gehe ich beim Addieren/Subtrahieren vor?	6				
2.2 Sachaufgaben	3				
2.3 Rechengesetze	4				
A 3 - Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren					
3.1 Wie gehe ich beim Multiplizieren/Dividieren vor?	6				
3.2 Rechengesetze	4				

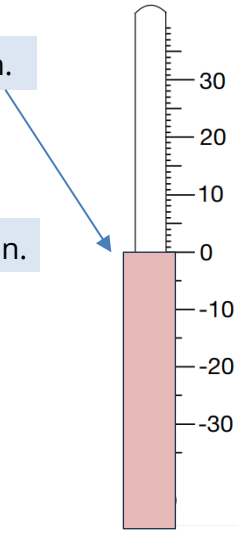
Niveau B		
B 1 – Der Zahlbereich der rationalen Zahlen		
B 2 – Rationale Zahlen addieren und subtrahieren		
B 3 – Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren		
B 4 – Berechnen von Termen		

Name:

1 Der Zahlenbereich der rationalen Zahlen – was weiß ich noch?

Mit diesen Aufgaben testest du dein Wissen zum Zahlenbereich Rationale Zahlen. Die Aufgaben werden nicht bewertet, sondern sind dafür da, herauszufinden, wo du noch üben kannst. Bearbeite sie also gründlich, aber halte dich nicht zu lange an einer Aufgabe auf, wenn du dir unsicher bist. Du kannst das Thema danach in Ruhe wiederholen.

1.1 a) Markiere auf dem Thermometer den Bereich aller negativen Zahlen.

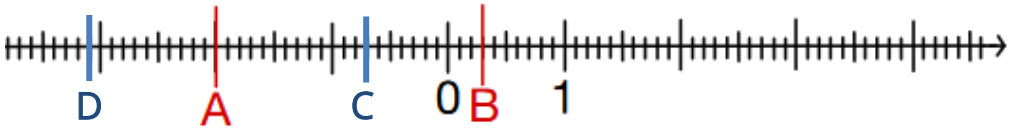


b) Nenne 3 weitere Beispiele, wo negative Zahlen im Alltag vorkommen.

z. B. Kontostände (Schulden)
Höhenangaben (Orte unter dem Meeresspiegel)
Angabe von Etagen (Untergeschosse)

/4

1.2 Lies die markierten Zahlen A, B von der Zahlengeraden ab und trage die Zahlen C, D ein.



A = -2 B = 0,3 C = $-\frac{7}{10}$ D = -3,1

/4

1.3 a) Kreuze die richtige Antwort an.

Welche Zahl liegt näher an 0?	☒ -3	☐ 4	☐ keine von beiden
Welche Zahl liegt näher an 0?	☐ +2,75	☐ -2,75	☒ keine von beiden
Welche Zahl liegt näher an -2,7?	☐ -2	☒ -3	☐ keine von beiden

b) Gib den Betrag |x| und die entgegengesetzte Zahl der gegebenen Zahlen an.

a) x = 5 Betrag |5| = 5 entgegengesetzte Zahl: -5

b) x = -2 Betrag |-2| = 2 entgegengesetzte Zahl: 2

/7

1.4 Ordne die Zahlen der Größe nach, von der kleinsten zur größten Zahl.

a) -22; -37; +23; 15; 8; -7 -37; -22; -7; 8; 15; 23

b) -1,4; -0,8; +1,1; $-\frac{1}{2}$; $+\frac{5}{4}$ -1,4; -0,8; $-\frac{1}{2}$; +1,1; $+\frac{5}{4}$

/2

Name:

2 Addieren und Subtrahieren von rationalen Zahlen – was weiß ich noch?

Mit diesen Aufgaben testest du dein Wissen. Die Aufgaben werden nicht bewertet, sondern sind dafür da, herauszufinden, wo du noch üben kannst. Bearbeite sie also gründlich, aber halte dich nicht zu lange an einer Aufgabe auf, wenn du dir unsicher bist. Du kannst das Thema danach in Ruhe wiederholen.

2.1 Berechne.

a) (+5) + (-7) = -2

b) -8 + 5 = -3

c) 15 – (-12) = 27

d) $(-\frac{7}{10}) - (-\frac{5}{10})$ = $-\frac{2}{10}$ $(=-\frac{1}{5})$

e) -12,6 – 5,2 = -17,8

f) (+7) – (+11) = -4

/6

2.2 Ordne den Texten den passenden Term zu.

Nachdem Frau Schmidt 10 kg zugenommen hat, beginnt sie eine Diät und nimmt 12 kg ab. Durch die Weihnachtszeit nimmt sie allerdings wieder 3 kg zu und wiegt nun immer noch etwas mehr als vor ihrer ersten Zunahme.	10 + (-12) + (-3) = -5
Der Handwerker fährt vom Technikraum im 10. Untergeschoss mit dem Fahrstuhl 12 Etagen nach oben. Dann fällt ihm ein, dass er 3 Etagen zu weit nach oben gefahren ist und fährt 3 Etagen zurück.	-10 + (+12) – (+3) = -1
Die Temperatur lag am Abend bei 10 Grad über Null. Über Nacht ist sie um 12 Grad gesunken, durch ein Unwetter am Morgen um weitere 3 Grad.	+10 + (-12) + (+3) = +1
	-10 + (-12) + (-3) = -25

/3

2.3 Entscheide, welche der Aussagen wahr oder falsch sind.

	Aussage	wahr	falsch	
A	Wenn man zu einer rationalen Zahl eine andere rationale Zahl addiert, ist das Ergebnis immer größer als die Ausgangszahlen. Beispiele: (+3) + (-5) = -2 (-5) + (-10) = -15		X	1 Pkt.
B	**(-8 + 5) + (-2)** hat dasselbe Ergebnis wie **-8 + (5 + (-2))**.	X		1 Pkt.
	In einer Rechenaufgabe mit mehreren Summanden[1] darf man Klammern beliebig setzen oder weglassen.	X		
C	**(-3) + (+5)** hat dasselbe Ergebnis wie **(+5) + (-3)**.	X		1 Pkt.
	Wenn man zwei rationale Zahlen addiert, kann man ihre Reihenfolge vertauschen.	X		
D	**(+4) – (+10)** hat dasselbe Ergebnis wie (+**10) – (+4)**.		X	1 Pkt.
	Wenn man zwei rationale Zahlen subtrahiert, kann man ihre Reihenfolge vertauschen.		X	

/4

[1] 5 + 8 = 13
Summand + Summand= Summe

Name:

3 Multiplizieren und Dividieren von rationalen Zahlen – was weiß ich noch?

Mit diesen Aufgaben testest du dein Wissen. Die Aufgaben werden nicht bewertet, sondern sind dafür da, herauszufinden, wo du noch üben kannst. Bearbeite sie also gründlich, aber halte dich nicht zu lange an einer Aufgabe auf, wenn du dir unsicher bist. Du kannst das Thema danach in Ruhe wiederholen.

3.1 Ergänze die fehlende Zahl.

a) $5 \cdot (-10) =$ **-50**

b) $(-3) \cdot (-15) =$ **45**

c) $-24 : 6 =$ **-4**

d) $(-5) : (-5) =$ **1**

e) (**-9**) $\cdot (-9) = 81$

f) $48 :$ (**-6**) $= -8$

/6

3.2 Entscheide, welche der Aussagen wahr oder falsch sind.

	Aussage	wahr	falsch	
1	**(-5 · 7) · (-3)** hat dasselbe Ergebnis wie **-5 · (7 · (-3))**.	X		1 Pkt.
	In einer Rechenaufgabe mit mehreren Faktoren[2] darf man Klammern beliebig setzen oder weglassen.	X		
2	**(-4) · 15** hat dasselbe Ergebnis wie **15 · (-4)**.	X		1 Pkt.
	Wenn man zwei rationale Zahlen multipliziert, kann man ihre Reihenfolge vertauschen.	X		
3	**-12 : (-3)** hat dasselbe Ergebnis wie **-3 : (-12)**.		X	1 Pkt.
	Wenn man zwei rationale Zahlen dividiert, kann man ihre Reihenfolge vertauschen.		X	
4	**32 · 6 : (-8)** hat dasselbe Ergebnis wie **32 : (-8) · 6**.	X		1 Pkt.
	Aufeinanderfolgende Multiplikations- und Divisionsschritte darf man vertauschen.	X		

/4

[2] 5 · 8 = 40
Faktor · Faktor = Produkt

1.1 Rationale Zahlen in der Umwelt

Man benutzt rationalen Zahlen, wenn man **Zustände** und **Zustandsänderungen** beschreiben will, zum Beispiel:

⇒Temperaturen ⇒Höhen- oder Tiefenangaben ⇒Kontostände

Die Werte beziehen sich immer auf einen **„Vergleichspunkt" – die Zahl 0**.

Ein Wert, z.B. eine Temperatur, kann …höher als der Vergleichspunkt sein → positiv
…niedriger als der Vergleichspunkt sein →negativ.

negative Zahlen: Vorzeichen - **positive Zahlen:** Vorzeichen + (oft weggelassen)

Beispiel: Temperaturen

- Vergleichspunkt: 0°C – Temperatur, bei der Wasser gefriert
- Temperaturen unter 0°C (negativ): Es ist Frost. -2 °C ; -14,4 °C
- Temperaturen über 0°C (positiv): Es ist kein Frost. 25,1 °C; 180 °C

1) Ordne jeder Größe ihren Vergleichspunkt zu.

Höhenangabe	0 = Erdgeschoss
Kontostand	0 = weder Guthaben noch Schulden
Etagen im Fahrstuhl	0 = Meeresspiegel

2) Drücke die Informationen als rationale Zahlen aus.

a) 340 m über dem Meeresspiegel (d.M.): + 340 / 340

b) 12 m unter d.M.: -12

c) 10 °C unter null: -10

d) 5,2 °C über null: +5,2 / 5,2

e) 24,33 € Schulden: -24,33

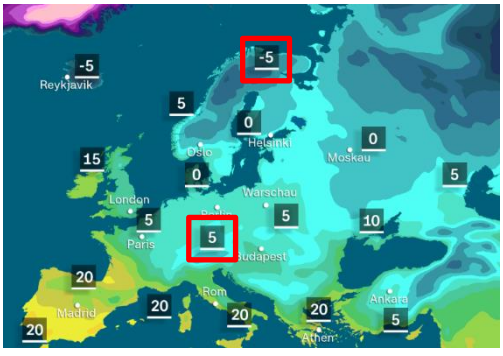
f) 2456,02 € Guthaben: +2456,02 / 2456,02

3) Erkläre, was die rot umrahmten Zahlen in der Situation bedeuten.

Muster-Bank

Konto-Nr. 12345678 BLZ 910 111 21 Muster-Bank Musterstadt Auszug Nr. 1

Datum	Buchungstext	Betrag
29.10.2009	Einkauf im Super-Markt	47,93-
30.10.2009	Mikrowellenherd aus OnlineShopXY	49,99-
02.11.2009	Lohn 10/2009 von MusterAG	1207,42+
04.11.2009	Überweisung Tante Herta	100,00+
Musterstadt, den 06.11.2009 16:52 Uhr	Saldo	1209,50+



-49,99 : 49,99 € wurden abgebucht.

+1209,50 : 1209,50 € wurden gutgeschrieben.

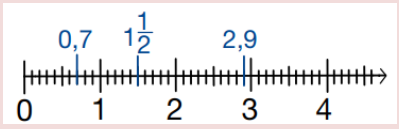
-5 : In Skandinavien sind -5° C / 5 Grad unter Null (unter dem Gefrierpunkt).

5 : In Mitteleuropa sind 5° C / 5 Grad über Null (über dem Gefrierpunkt).

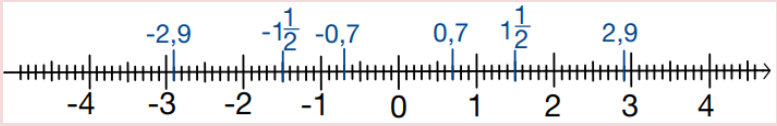
Bildquellen: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kontoauszug.svg (29.11.2024)
https://www.zdf.de/nachrichten-sendungen/wetter (29.11.2024)

1.2 Zahlen auf der Zahlengeraden ablesen und eintragen

Damit man auch negative Zahlen eintragen kann, erweitert man den Zahlenstrahl zur Zahlengeraden. Der Zahlenstrahl wird nach links „gespiegelt“:



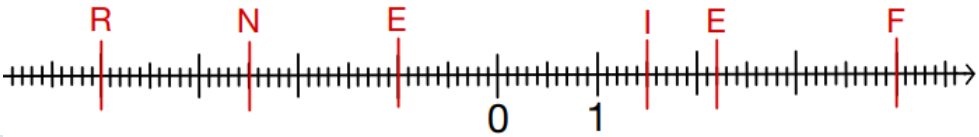
Zahlenstrahl



Zahlengerade

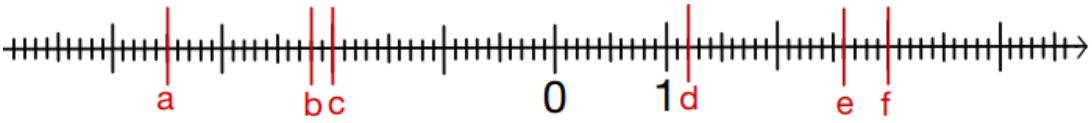
1) Ordne die angegebenen Zahlen den Buchstaben an der Zahlengeraden zu. Findest du das Lösungswort?

4	-1	-4	1,5	2,2	-2,5
F	E	R	I	E	N



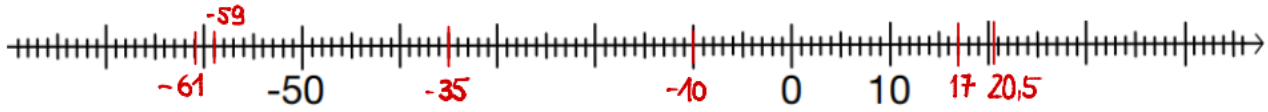
2) Lies die markierten Zahlen von der Zahlengeraden ab.

a= -3,5 b= -2,2 c= -2 d= 1,2 e= 2,6 f= 3,0



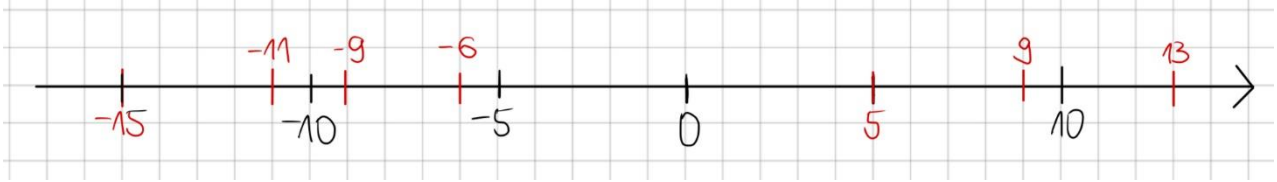
3) Trage die Zahlen auf der Zahlengeraden ein.

a= 17 b= -10 c= -35 d= -61 e= -59 f= 20,5



4) Zeichne selbst eine geeignete Zahlengerade und trage die Zahlen ein.

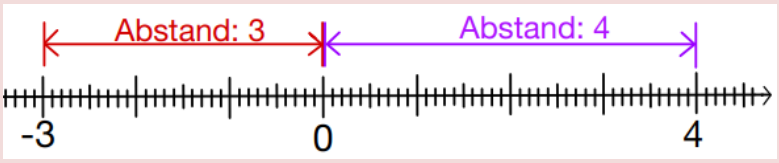
-15; 5; 13; -6; 9; -11; -9



1.3 Der Betrag einer Zahl und die entgegengesetzte Zahl

Der **Betrag** ist der **Abstand einer Zahl von 0**. Daher ist der Betrag immer **positiv**.

Schreibweise: **|-3|** = 3 → „Der Betrag von -3 ist 3."



1) Gib den Betrag der Zahlen an.

a) |-2| = 2 b) |6| = 6 c) |-15| = 15 d) |-57| = 57

d) |2,5| = 2,5 e) $|-\frac{1}{3}| = \frac{1}{3}$ f) |-7,4| = 7,4 g) |0|= 0

Die **entgegengesetzte Zahl** einer Zahl erhält man, wenn man das Vorzeichen der Zahl ändert.
Beispiel: Zahl: -4 → entgegengesetzte Zahl: 4 Zahl: 6 → entgegenges. Zahl: -6

2) Gib die entgegengesetzte Zahl an.

Zahl	entgegengesetzte Zahl	Zahl	entgegengesetzte Zahl
-2	2	2,5	-2,5
6	-6	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
-15	15	-7,4	7,4
-57	57	0	0

3) Welche Zahl ist von 0 genauso weit entfernt wie ....

a) 7: -7 b) -4: 4 c) -500: 500 d) -5,23: 5,23

4) Welche Zahlen haben den Betrag...

a) 9: 9 und -9 b) 3,8: 3,8 und -3,8 c) $\frac{3}{11}$: $\frac{3}{11}$ und $-\frac{3}{11}$ d) 0: 0

5) Entscheide, welche der Aussagen wahr oder falsch sind. Gib bei falschen Aussagen ein Gegenbeispiel an.

Aussage	wahr	falsch	Wenn falsch, Gegenbeispiel:
Die entgegengesetzte Zahl einer rationalen Zahl ist immer negativ.		X	Die entgegengesetzte Zahl zu 2 ist 2 → 2 ist positiv.
Zahl und entgegengesetzte Zahl sind immer verschieden.	X		
Eine Zahl und ihr Betrag sind immer verschieden.		X	Betrag von 5: |5| =5
Zahl und entgegengesetzte Zahl haben denselben Betrag.	X		

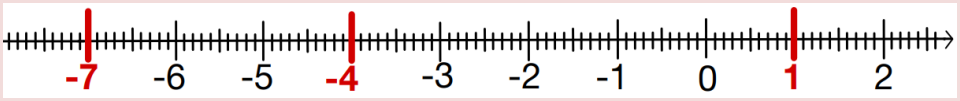
1.4 Rationale Zahlen vergleichen und ordnen

Schreibweise:
-2 < 5 „-2 ist kleiner als 5."

-1 > -10 „-1 ist größer als -10."

Zahlen kann man mithilfe der Zahlengeraden ordnen.
Obwohl die Zahlengerade symmetrisch aufgebaut ist (gespiegelt an der Zahl 0), werden die Zahlen nur in einer Richtung größer:
Eine Zahl ist **größer** als eine andere, wenn sie **weiter rechts** auf der Zahlengeraden liegt.

Beispiel: Temperaturen



-4°C steht **weiter rechts** als -7°C → -4 ist **größer** als -7 → -4°C ist **wärmer** als -7°C

1°C steht **weiter rechts** als -4°C → 1 ist **größer** als -4 → 1°C ist **wärmer** als -4°C

1) Ordne die Januar-Temperaturen der Orte, von der niedrigsten (1) zur höchsten (4).

Dresden: 4,5°C

Grönland: -5,3°C

Oslo: -2°C

Stockholm: 1°C

	Ort	Temperatur
1	Grönland	-5,3°C
2	Oslo	-2°C
3	Stockholm	1°C
4	Dresden	4,5°C

2) Vergleiche, setze dafür < oder > ein. Du kannst dich an der Zahlengeraden orientieren.

a) 3,5 [<] 4 b) -3,5 [<] 4 c) 3,5 [>] -4 d) -3,5 [>] -4

e) -7 [<] 2 f) 2,5 [>] -2,7 g) -1,9 [<] -1,7 h) -1,3 [>] -1,31

3) Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten.

24 ; -8 ; 15 ;-23 ; -4,8 ; 0 ; 5,2 ; $\frac{1}{2}$; -1 ; $-\frac{5}{6}$ → -23; -8; -4,8; -1; $-\frac{5}{6}$; 0; $\frac{1}{2}$; 5,2; 15; 24

4) Ordne den Beschreibungen die passende Zahl zu.

Ich bin etwas größer als -2.	-0,2
Ich liege zwischen -2 und -3.	-1,9
Ich bin kaum kleiner als 0.	-0,5
Ich liege in der Mitte von -2 und 1.	-2,2

5) a) Gib 4 Zahlen an, die kleiner als 0,2 sind.

Zum Beispiel: 0,1; 0,07; 0,143; $\frac{1}{20}$; 0 sowie alle negativen Zahlen

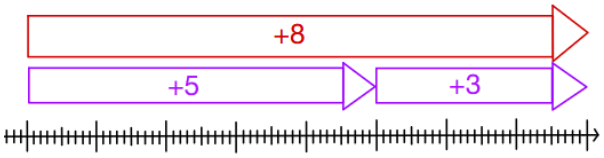
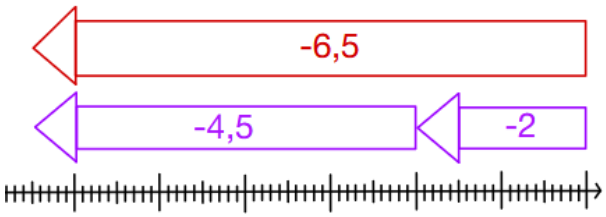
b) Gib 4 Zahlen an, die größer als -15,8 sind.

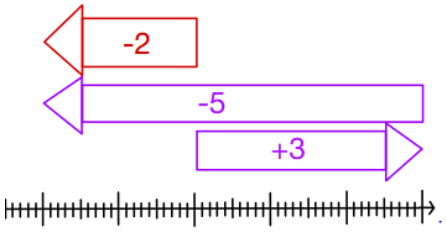
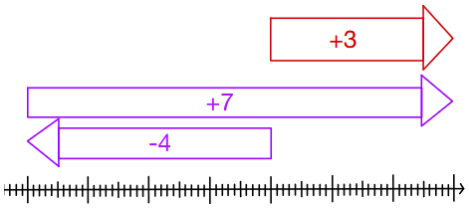
Zum Beispiel: -15,7; -15; -15,3; -7; -2; 0 sowie alle positiven Zahlen (NICHT größer sind zum Beispiel: -15,82; -15,9; -16; -20)

2.1 Wie geht man beim Addieren und Subtrahieren vor?

Teil 1 - Addieren

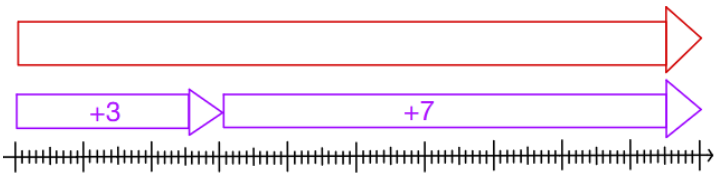
Beispiel: Temperaturänderungen addieren

Bsp. 1: Die Temperatur steigt erst um 5 Grad und später noch um 3 Grad.	**(+5) + (+3) = + (5+3) = +8**	Zahlen mit **gleichem** Vorzeichen: 1) gemeinsames Vorzeichen setzen 2) Beträge der Zahlen addieren
	Gesamt: Anstieg um 8 Grad	
Bsp. 2: Die Temperatur sinkt zunächst um 2 Grad und später um weitere 4,5 Grad.	**(-2) + (-4,5) = - (2+4,5) = -6,5**	
	Gesamt: Sinken um 6,5 Grad	

Bsp. 3: Die Temperatur steigt um 3 Grad und sinkt dann um 5 Grad.	Bsp. 4: Die Temperatur sinkt um 4 Grad und steigt dann um 7 Grad.	Zahlen mit **unterschiedlichen** Vorzeichen: 1) Vorzeichen der Zahl mit dem größeren Betrag setzen 2) Subtrahieren: Größerer Betrag – kleinerer Betrag
		
(+3) + (-5) = - (5-3) = -2	**(-4) + (+7) = + (7-4) = +3**	
Gesamt: Sinken um 2 Grad	Gesamt: Anstieg um 3 Grad	

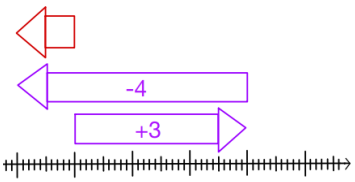
1) Notiere zu allen Zustandsänderungen die passende Additionsaufgabe an und löse sie.

a)



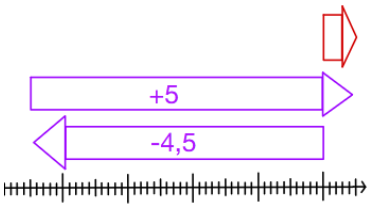
(+3) + (+7) = +10

b)



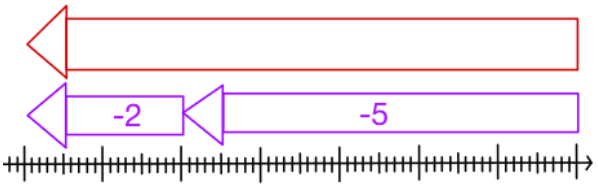
(+3) + (-4) = -1

c)



(-4,5) + (+5) = +0,5

d)



(-5) + (-2) = -7

2) Berechne.

a) (+9) + (+7) = **+16**
(-9) + (-7) = **-16**
(-9) + (+7) = **-2**
(+9) + (-7) = **+2**

b) (+2) +(+1) = **3**
(+2) + 0 = **2**
(+2) + (-1) = **1**
(+2) + (-2) = **0**

c) (-5) + (-7) = **-12**
(-5) +(-2) = **-7**
(-5) + (+3) = **-2**
(-5) + (+8) = **3**

3) Berechne.

a) (-7) + (+6) = **-1**

b) (+8) + (-7) = **+1**

c) (-5) + (+12) = **+7**

d) (-9) + (-35) = **-44**

e) (+14) + (-24) = **-10**

f) (-42) + (+29) = **-13**

g) (-119) + (-219) = **-338**

h) (+65) + (-85) = **-20**

i) (+1,7) + (-2,7) = **-1**

j) $\left(-\frac{8}{5}\right) + \left(+\frac{3}{5}\right) = -\frac{5}{5}$ = **-1**

k) (-10,3) + (-23,6) = **-33,9**

l) $\left(-\frac{4}{9}\right) + \left(-\frac{4}{9}\right) = -\frac{8}{9}$

4) Überprüfe Marias Hausaufgabe und berichtige ihre falschen Ergebnisse.

a) (−15) + (−7) = −22 ✓

b) (+12) + (−15) = 3 f, richtig: −3

c) (−7) + (−9) = +2 f, richtig: −16

d) (−6,4) + (+6,3) = 0,1 f, richtig: −0,1

e) $(+\frac{7}{10}) + (-\frac{9}{10}) = -\frac{2}{10}$ ✓

f) (−9,3) + (−0,4) = 9,7 f, richtig: −9,7

5) Setze die Zahlenreihe fort.

a)

35	24	13	2	**-9**	**-20**	**-31**	**-42**

b)

-7,5	-6	-4,5	-3	**-1,5**	**0**	**1,5**	**3**

6) Setze die fehlende Zahl ein.

a) -7 —**+ (+15)**→ +8

b) 4,7 —+ (-5,4)→ **-0,7**

c) **-38** —+(+14)→ -24

2.1 Wie geht man beim Addieren und Subtrahieren vor?

Teil 2 - Subtrahieren

Herr Baum hat 85€ auf dem Konto und ihm werden fälschlicherweise 20€ von seinem Stromversorger abgebucht.
→ 85€ + (-20€)

Um seinen Kontostand wieder auszugleichen, gibt es 2 Möglichkeiten:
(1) Die Bank macht die Abbuchung rückgängig
→ 85€ + (-20€) **– (-20€)** = 85€

(2) Der Stromversorger überweist ihm 20€ zurück.
→ 85€ + (-20€) **+ (+20€)** = 85€

In beiden Fällen bekommt er sein Geld zurück. Man erkennt:
Subtrahieren einer Zahl = Addieren der entgegengesetzten Zahl
– (-20€) = + (+20€)

Weitere Beispiele: (-7) – (+5) = (-7) + (-5) = -12 (+15) – (-10) = (+15) + (+10) = 25

Achtung:
2 Bedeutungen des Minuszeichens: Vorzeichen vs. Rechenzeichen

7) Schreibe zu jeder Subtraktionsaufgabe die Additionsaufgabe mit dem gleichen Ergebnis auf und berechne das Ergebnis.

a) (+3) – (+5) = (+3) + (-5) = -2

b) (-8) – (-7) = (-8) + (+7) = -1

c) (+24) – (-16) = (+24) + (+16) = +40

d) (-10) – (+3) = (-10) + (-3) = -13

8) Berechne.

a) (+30) – (+10) = +20
(+30) – 0 = +30
(+30) – (-10) = (+30) + (+10) = +40
(+30) – (-20) = (+30) + (+20) = +50

b) (-12) – (+7) = (-12) + (-7) = -19
(-12) – (-7) = (-12) + (+7) = -5
(+12) – (+7) = (+12) + (-7) = +5
(+12) –(-7) = (+12) + (+7) = +19

9) Berechne.

a) (+19) – (+15) = +4

b) (-8) – (-13) = +5

c) (-5) – (+22) = -27

d) (+35) – (-42) = +77

e) (-50) – (-53) = +3

f) (+15) – (+15,7) = -0,7

g) (-3,5) + (-3,7) = -7,2

h) (+5,8) – (+7,5) = -1,7

i) $\left(-\frac{4}{5}\right) - \left(-\frac{6}{5}\right) = +\frac{2}{5}$

Terme vereinfachen – Klammern auflösen

Durch Zahlklammern kann man zwischen Vorzeichen und Rechenzeichen unterscheiden. Zur Vereinfachung eines Terms kann man allerdings einige Zeichen weglassen:

- Klammer und Vorzeichen einer positiven Zahl: (+3) + (+5) → 3 + 5
- Klammer um negative Zahl *am Beginn* des Terms: (-5) + (-3) → -5 + (-3)

Vereinfachte Schreibweise von Rechenaufgaben:

- Gleiche Zeichen → Pluszeichen: -5 **–** (**-**3) → -5 **+** 3
- Unterschiedliche Zeichen → Minuszeichen: -5 **+** (**-**3) und -5 **–** (**+**3) → -5 **–** 3

Achtung: „Minusklammer“: -3 **– (5 – 3)** → -3 **– 5 + 3**
(Minus vor einer Klammer ändert Vorzeichen aller Zahlen in der Klammer)

10) Vereinfache und berechne.

a) (+2) + (+9) = 2 + 9 = 11

b) (-2) + (+9) = -2 + 9 = 7

c) (+7,5) + (-3,5) = 7,5 – 3,5 = 4

d) (-7,5) – (+3,5) = -7,5 – 3,5 = -11

e) (-3,9) – (-6,5) = -3,9 + 6,5 = 2,6

f) (+2,7) – (-0,2) = 2,7 + 0,2 =2,9

g) (+8) – ((+4) – (+5)) = 8 – (4 – 5) = 8 – (-1) = 8 + 1 = 9

h) (-4,5) – ((+6) + (-2)) = -4,5 – (6 – 2) = -4,5 – 4 = -8,5

11) Schreibe ausführlich als reine Additionsaufgabe und berechne.

Beispiel: 5 – 3 – 4 = -5 + (-3) + (-4)

a) -8 – 14 = -8 + (14) = -22

b) 6 – 12 = 6 + (-12) = -6

c) -7 + 5 – 10 = -7 + 5 + (-10) = -12

d) 4 + 9 – 5 – 8 = 4 + 9 + (-5) + (-8) = 0

e) -7 + 5,5 – 4,5 = -7 + 5,5 + (-4,5) = -6

f) 1 – 4 – 6 + 12 =1 + (-4) + (-6) + 12 = 3

2.2 Addieren und Subtrahieren in Sachaufgaben

Man kann verschiedene Situationen mithilfe der Addition und Subtraktion rationaler Zahlen lösen:

(1) Anfangszustand + Änderung = Endzustand

Es sind -5 °C. Die Temperatur sinkt um 7 Grad. Es sind jetzt -12 °C. → (-5) + (-7) =-12

(2) Änderung + Änderung = Gesamtänderung

Die Temperatur sinkt zuerst um 5 Grad und später noch einmal um 7 Grad. Insgesamt ist sie um 12 Grad gesunken. → (-5) + (-7) =-12

1) Ordne den Situationen den passenden Term zu.

Es sind 3 Grad. Die Temperatur sinkt um 10 Grad.	(-8) + 10
Luca gibt 8€ aus und bekommt 10€ von Oma.	(+3) + (+10)
Die Temperatur steigt um 3 Grad und dann noch einmal um 10 Grad.	3 + (-10)
Es sind -8°C. Die Temperatur sinkt um 10 Grad.	(-8) + (-10)

2) Formuliere eine passende Rechenaufgabe und löse sie.

a) Auf der Wanderung geht Familie Holz zuerst 280 Höhenmeter bergab und dann 210 Höhenmeter bergauf. Sind sie jetzt höher als am Startpunkt?

$-280\,m + 210\,m = +70\,m$

Sie sind jetzt 70m höher als am Startpunkt.

b) Ein Konto ist um 120€ überzogen (=im Minus). Dann geht der Lohn in Höhe von 2300€ ein. Wie hoch ist der Kontostand nun?

$-120\,€ + 2300\,€ = +2180\,€$

Auf dem Konto sind nun 2180 €.

c) Ein Taucher ist gerade 25 m unter dem Meeresspiegel und taucht weitere 17 m nach unten. Auf welcher Höhe befindet er sich jetzt?

$-25m + (-17m) = -42m$ (oder: $-25m - 17m = -42m$)

Er ist nun 42m unter dem Meeresspiegel.

3) Berechne...

a) den Temperaturunterschied (Differenz) zwischen -12,5 °C und +8,3 °C.

b) den Höhenunterschied zw. dem Toten Meer (430 m u.d.M.) und Jerusalem (760 m ü.d.M.).

Differenz: größere Zahl - kleinere Zahl

a) $+8{,}3 - (-12{,}5) = 8{,}3 + 12{,}5 = 20{,}8$ ⇒ 20,8 K Temperaturunterschied

b) $+760 - (-430) = 760 + 430 = 1190$ ⇒ 1190m Höhenunterschied

2.3 Rechengesetze beim Addieren und Subtrahieren

1)

> *„Wenn man natürliche Zahlen oder gebrochenen Zahlen addiert, wird das Ergebnis größer.*
> *Beispiele: 6 + 12 = 18 3,5 + 1,5 = 5*
> *Wenn man subtrahiert, wird es kleiner.*
> *Beispiele: 15 – 9 = 6 5,7 – 2,4 = 3,3“*

Ist das bei rationalen Zahlen auch immer so? Berechne die folgenden Aufgaben und entscheide dann:

5 + (-7) = **-2** -5 + (-7) = **-12** -5+ (+7) = **2** (+5) + (+7) = **12**

(+3) – (-10) = **13** (-3) – (+10) = **-13** (-3) – (-10) = **7** (+3) – (+10) = **-7**

Bei den rationalen Zahlen gilt…	stimmt nie	stimmt manchmal	stimmt immer
Beim Addieren ist das Ergebnis größer als die Anfangszahlen.		X	
Beim Subtrahieren ist das Ergebnis kleiner als die Anfangszahlen.		X	

In den rationalen Zahlen gelten diese Rechengesetze:

(1) Assoziativgesetz: Beim **Addieren** darf man **Rechenklammern beliebig setzen** oder **weglassen**.

- Beispiel: (-7 + 4) + (-3) = -7 + (4 + (-3)) = -7 + 4 + (-3)

(2) Kommutativgesetz: Beim **Addieren** darf man die **Summanden vertauschen**.

- Beispiel: (-3) + (-5) = (-5) + (-3)

(3) Achtung: Beim Subtrahieren gelten die beiden Regeln nicht. Man darf trotzdem aufeinander folgende Additions- und Subtraktionsschritte vertauschen, *wenn die erste Zahl nicht vertauscht wird*.

- Beispiel: -5 + (-2) – (+5) = -5 – (+5) + (-2)

2) Berechne die Aufgaben vorteilhaft und notiere, welches Rechengesetz du verwendet hast. Wenn du möchtest, notiere einen Zwischenschritt.

	Gesetz Nr.
a) -7 + (-16) + ((-3) + (-4)) = **-7 + (-3) + (-16) + (-4) = -10 + (-20) = -30**	1, 2
b) 12 – (-3) – (+12) + 5 = **12 – (+12) – (-3) + 5 = –(-3) + 5 = 3 + 5 = 8**	3
c) 3,7 + (-5,1) + (-3,7) = **3,7 + (-3,7) + (-5,1) = -5,1**	2

3) Überprüfe Emilys Hausaufgabe und berichtige ihre falschen Ergebnisse.

a) $25 - (-8) - (-25) = (-8) - 25 - (-25) = (-8) - 25 + 25 = -8$ f (Minuend (erste Zahl) darf nicht verändert werden (Gesetz (3)))

b) $12 + 15 + (-12) - (-15) = 12 + (-12) + 15 - (-15) = 30$ ✓

c) $(-7 - (+8)) + 5 = -7 - (8 + 5) = -7 - (+13) = -20$ f (Klammern in Differenzen (–) dürfen nicht verändert werden)

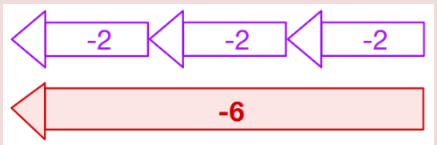
richtig: a) $= 25 - (-25) - (-8) = 25 + 25 + 8 = 58$ c) $= (-15) + 5 = -10$

3.1 Wie geht man beim Multiplizieren und Dividieren vor?

(1) Multiplizieren:

- *Positive Zahl mal negative Zahl*

3 · (-2) = -6



- *Negative Zahl mal negative Zahl*

(-3) · (-2) = 6

3 · (-2) = -6
2 · (-2) = -4
1 · (-2) = -2
0 · (-2) = 0
(-1) · (-2) = **2**
(-2) · (-2) = **4**
(-3) · (-2) = **6**

Vorzeichenregel:
+ · + = +
− · − = +
+ · − = −
− · + = −

---

(2) Dividieren: gleiche Vorzeichenregel wie beim Multiplizieren

Beispiele: -15 : 3 = -5 12 : (-4) =-3 -250 : (-5) = 50

1) Berechne.

a) (-4) · 2 = **-8**
(-4) · 1 = **-4**
(-4) · 0 = **0**
(-4) · (-1) = **4**
(-4) · (-2) = **8**

b) (-8) · (-4) = **32**
(-8) · (-2) = **16**
(-8) · 0 = **0**
(-8) · 2 = **-16**
(-8) · 4 = **-32**

c) (-12) : 4 = **-3**
(-12) : 2 = **-6**
(-12) : (-1) = **12**
(-12) : (-2) = **6**
(-12) : (-4) = **3**

2) Berechne.

a) 1 · 5 = **5**
(-1) · 5 = **-5**
1 · (-5) = **-5**
(-1) · (-5) = **5**

b) (-7) · 3 = **-21**
(-7) · (-3) = **21**
7 · (-3) = **-21**
7 · 3 = **21**

c) 48 : 6 = **8**
(-48) : 6 = **-8**
48 : (-6) = **-8**
(-48) : (-6) = **8**

d) (-18) : 2 = **-9**
18 : 2 = **9**
(-18) : (-2) = **9**
18 : (-2) = **-9**

3) Berechne.

a) (-5) · (-8) = **40**
b) 120 : (-3) = **-40**
c) (-72) : 9= **-8**
d) -36 : (-6) = **6**
e) 100 · (-100) = **-10 000**
f) (-3) · (-9) · 2 = **27 · 2 = 54**
g) 4 · (-5) · 6 = **-20 : 6 =-120**
h) 9 · 10 · (-3) = **90 · (-3) = -270**
i) (-50) : 5 : (-2) = **-10 · (-2) = 5**

(-3) · (-5) · (-4)
= 15 · (-4) = -60

2 · (-10) · (-7)
= -20 · (-7) = 140

4) Setze die fehlende Zahl ein.

a) 40 $\xrightarrow{\cdot(-9)}$ **-360**
b) -7 $\xrightarrow{\cdot(+8)}$ -56
c) **-8** $\xrightarrow{\cdot(-8)}$ 64
d) 63 $\xrightarrow{:(-7)}$ **-9**
e) 27 $\xrightarrow{:(-3)}$ -9
f) **55** $\xrightarrow{:(-11)}$ -5

3.2 Rechengesetze beim Multiplizieren und Dividieren

Für rationale Zahlen gilt:

(1) Assoziativgesetz: Beim **Multiplizieren** darf man **Rechenklammern beliebig setzen** oder **weglassen**.

- Beispiel: $(-7 \cdot 4) \cdot (-3) = -7 \cdot (4 \cdot (-3)) = -7 \cdot 4 \cdot (-3)$

(2) Kommutativgesetz: Beim **Multiplizieren** darf man die **Faktoren vertauschen**.

- Beispiel: $(-3) \cdot (-5) = (-5) \cdot (-3)$

(3) Achtung: Beim Dividieren gelten die beiden Regeln nicht. Man darf trotzdem aufeinander folgende Multiplikations- und Divisionsschritte vertauschen, *wenn die erste Zahl nicht vertauscht wird*.

- Beispiel: $-5 : (-2) \cdot (+5) = -5 \cdot (+5) : (-2)$

1) Berechne die Aufgaben vorteilhaft und notiere, welches Rechengesetz du verwendet hast. Wenn du möchtest, notiere einen Zwischenschritt.

	Gesetz Nr.
a) $20 \cdot (-13) \cdot 5 = 20 \cdot 5 \cdot (-13) = 100 \cdot (-13) = -130$	2
b) $15 : 8 \cdot (-3) \cdot 8 = 15 \cdot (-3) : 8 \cdot 8 = -45 : 8 \cdot 8 = -45 : 1 = -45$	3
c) $5 \cdot (-2 \cdot 17) = 5 \cdot (-2) \cdot 17 = -10 \cdot 17 = -170$	1
d) $-2{,}5 : 20 \cdot (-4) = -2{,}5 \cdot (-4) : 20 = 10 : 20 = \frac{1}{2} = 0{,}5$	3
e) $\frac{1}{7} \cdot (-19) \cdot (-7) = \frac{1}{7} \cdot (-7) \cdot (-19) = -1 \cdot (-19) = 19$	2

2) Überprüfe Emilys Hausaufgabe und berichtige ihre falschen Ergebnisse.

a) $-24 \cdot 25 : 6 = -24 : 6 \cdot 25 = -4 \cdot 25 = -100$ ✓

b) $-5 : 100 = 100 : (-5) = -20$ f (Dividend und Divisor darf man nicht vertauschen)

c) $(15 \cdot 0{,}2) \cdot (-5) = 15 \cdot (0{,}2 \cdot (-5)) = 15 \cdot (-1) = -15$ ✓

d) $160 : (-5) : 80 = -5 : 160 : 80 = -5 : 2 = -\frac{5}{2}$ f Dividend (erste Zahl) darf nicht verändert werden – nur nachfolgende Schritte!

richtig:

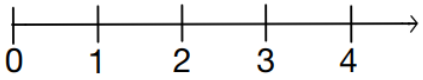
b) $-5 : 100 = \frac{-5}{100} = -\frac{1}{20}$

d) $160 : (-5) : 80 = 160 : 80 : (-5) = 2 : (-5) = -\frac{2}{5}$

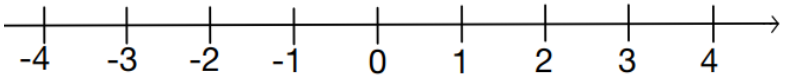
B1 - Der Zahlbereich der rationalen Zahlen

Zahlenbereiche

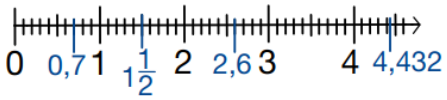
$\mathbb{N}$ - Natürliche Zahlen:



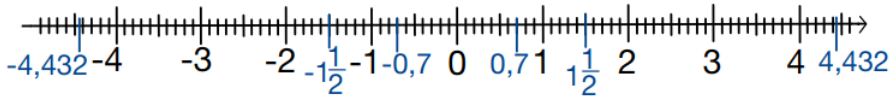
$\mathbb{Z}$ - Ganze Zahlen:



$\mathbb{Q}_+$ - Gebrochene Zahlen:



$\mathbb{Q}$ - Rationale Zahlen:



1) Kreuze alle Zahlenbereiche an, zu denen die Zahl gehört.

	5	-5	0,5	-0,5	$-\frac{7}{6}$	15,2	-12	|-8|	$2,\overline{3}$
$\mathbb{N}$	X							X	
$\mathbb{Z}$	X	X					X	X	
$\mathbb{Q}_+$	X		X			X		X	X
$\mathbb{Q}$	X	X	X	X	X	X	X	X	X

2) Ordne den Beschreibungen die passenden Zahlen zu.

Die Zahlen gehören zu den ganzen, aber nicht zu den gebrochenen Zahlen.	15; 3; 25000; |-12|
Die Zahlen gehören zu den gebrochenen, aber nicht zu den natürlichen Zahlen.	Dazu gibt es keine passenden Zahlen.
Die Zahlen gehören zu den natürlichen und ganzen Zahlen.	-12; -3; -7; -23
Die Zahlen gehören zu den gebrochenen, aber nicht zu den rationalen Zahlen.	|-3,2|; $\frac{7}{12}$; $1,\overline{6}$; 4,08, |-5,3|

3) Kreuze alle Zahlbereiche an, auf die jeweilige Aussage zutrifft.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}_+$	$\mathbb{Q}$
Jede Zahl hat einen Nachfolger.	X	X		
Jede Zahl hat einen Vorgänger.		X		
Es gibt eine kleinste Zahl.	X		X	
Es gibt eine größte Zahl.				
Die entgegengesetzte Zahl liegt auch im Zahlbereich.		X		X
Man kann zwei Zahlen immer addieren.	X	X	X	X
Man kann zwei Zahlen immer subtrahieren.		X		X
Man kann zwei Zahlen immer multiplizieren.	X	X	X	X
Man kann zwei Zahlen immer dividieren.			X	X

4) Gib zu allen Zahlen die nächstgrößere und nächstkleinere ***ganze*** Zahl an.

	4,7	-4,7	-9	-2,66	$\frac{19}{3}$	$-\frac{12}{7}$	|-2|
Nächstkleinere Zahl	4	-5	-10	-3	6	-2	1
Nächstgrößere Zahl	5	-4	-8	-2	7	-1	3

5) Welche Zahl liegt in der Mitte von…?

a) 1 und -3 : -1

b) -2 und 7 : 2,5

c) -5 und -14 : -9,5

d) 1,5 und -6,5 : -2,5

e) 1,2 und -2,8 : -0,8

f) $\frac{3}{9}$ und $-\frac{5}{3}$: $-\frac{6}{9}$

g) -3,9 und -11,5 : -7,7

h) 4,7 und -4,8 : -0,05

6) Finde die beschriebenen Zahlen heraus und trage sie auf einer passenden Zahlengeraden ein.

a) Ich liege 2,5 Einheiten von -1,5 entfernt, bin aber keine negative Zahl. → 1

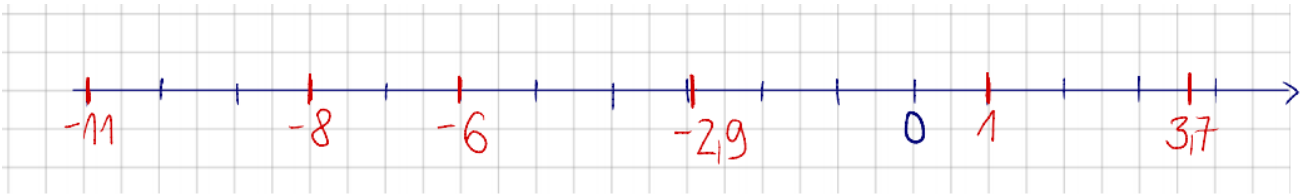
b) Mein Betrag ist 3,7 und ich bin 5,7 Einheiten von -2 entfernt. → 3,7

c) Ich bin die entgegengesetzte Zahl von |-8|. → -8

d) Ich bin die ganze Zahl, die am nächsten an $-\frac{25}{4}$ liegt. → -6

e) Meine entgegengesetzte Zahl hat den Betrag 2,9, ich bin aber kleiner als 2. → -2,9

f) Ich bin die kleinste ganze Zahl mit einem Betrag, der kleiner als 12 ist. → -11



B2 – Rationale Zahlen addieren und subtrahieren

1) Berechne.

a) 2,6 + (-4,9) = **-2,3**

b) -3,7 – (+2,0) = **-5,7**

c) 1,96 – (-4,07) = **6,03**

d) -2,08 – (-5,719) = **3,639**

e) $\frac{4}{5}+\left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{12}{15}-\frac{25}{15}=-\frac{13}{15}$

f) $\frac{2}{7}-\left(-\frac{6}{2}\right) = \frac{4}{14}+\frac{42}{14}=\frac{46}{14}=\frac{23}{7}$

g) $\left(-\frac{3}{10}\right)+\left(-\frac{8}{4}\right) = -\frac{6}{20}+\left(-\frac{40}{20}\right)=-\frac{46}{20}=-\frac{23}{10}$

h) $\left(-\frac{6}{9}\right)-\left(-\frac{14}{12}\right) = -\frac{2}{3}+\frac{7}{6}=-\frac{4}{6}+\frac{7}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

Erinnerung:

Brüche addieren/subtrahieren:

1) Brüche auf den gleichen Nenner bringen

2) Zähler addieren/subtrahieren

$$\frac{1}{4}-\frac{2}{3}=\frac{3}{12}-\frac{8}{12}=-\frac{5}{12}$$

Dezimalzahlen addier./subtr.: Stelle für Stelle addieren (von rechts nach links)

12,48
+5,731
1 1
=18,211

2) Bilde Rechenaufgaben mit allen abgebildeten Zahlen. Entscheide für jede Zahl einzeln, ob du sie addierst oder subtrahierst (und unterstreiche dafür das passende Rechenzeichen), sodass…

-15,9	4,7	-12,3	8,25

a) …du das größtmögliche Ergebnis erhältst:

4,7	+ / –	8,25	+ / –	-15,9	+ / –	-12,3	=	41,15

Verschiedene Reihenfolgen sind möglich, wichtig: positive Zahlen addieren, negative Z. subtrahieren

b) …du das kleinstmögliche Ergebnis erhältst:

-15,9	+ / –	4,7	+ / –	-12,3	+ / –	8,25	=	-41,15

Verschiedene Reihenfolgen sind möglich, wichtig: positive Zahlen subtrahieren, negative Z. addieren

c) …du das Ergebnis mit dem kleinstmöglichen Betrag erhältst.

-15,9	+ / –	4,7	+ / –	-12,3	+ / –	8,25	=	-0,05

Oder: -12,3 – 8,25 – (-15,9) + 4,7 = 0,05

3) Um sich auf einen Lauf vorzubereiten, möchte Marie 2 Wochen lang alle 2 Tage 6 km laufen gehen. Sie schafft nicht immer die gleiche Distanz und schreibt deswegen jedes Mal die Abweichung von ihrem Ziel (6 km) auf. Berechne, ob sie nach den 2 Wochen trotzdem jedes Mal durchschnittlich 6 km gelaufen ist.

+0,7 km; -1,2 km; -0,2 km; +1,8 km; -0,4 km, - 2,5 km; +0,5 km

+0,7 + (-1,2) + (-0,2) + 1,8 + (-0,4) + (-2,5) + 0,5 = -1,3 → -1,3 : 7 ≈ 0,2

Marie ist insgesamt 1,3 km zu wenig gelaufen, d. h. pro Lauf knapp 0,2 km zu wenig.

4) Berechne vorteilhaft mithilfe der Rechengesetze.

a) (-4,3) + (2,96 + 1,3) + 3 – (+2,94) = **-4,3 + 1,3 + 2,96 – 2,94 + 3 = -3 + 0,02 + 3 = 0,02**

b) $\frac{4}{9}+\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(\left(-\frac{5}{3}\right)+\frac{2}{8}\right)-\frac{14}{6} = \frac{4}{9}-\left(-\frac{5}{3}\right)-\frac{14}{6}+\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(+\frac{2}{8}\right)=\frac{4}{9}+\frac{15}{9}-\frac{21}{9}-\frac{6}{8}-\frac{2}{8}=-\frac{2}{9}-\frac{8}{8}=$
$-\frac{2}{9}-1=-\frac{2}{9}-\frac{9}{9}=-\frac{11}{9}$

B3 – Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren

Erinnerung: Brüche

...multiplizieren:

1) wenn möglich kürzen

2) Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner

$$-\frac{15}{4}\cdot\frac{2}{9}=-\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{3}=-\frac{5}{6}$$

...dividieren:

1) Zähler und Nenner vom Divisor tauschen

2) Brüche multiplizieren

$$\frac{3}{4}:\left(-\frac{2}{7}\right)=\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)=-\frac{21}{8}$$

Erinnerung: Dezimalzahlen

...multiplizieren:

1) Kommata weglassen und Zahlen multiplizieren

2) Nachkommastellen (NKS) der Faktoren zählen

3) Ergebnis hat so viele NKS wie die Faktoren zusammen

Bsp.: 2,5 · 1,02

1) 25 · 121 =2550

2) 2,5 und 1,02 haben 3 NKS

3) Ergebnis: 2,5 · 1,02 = 2,550

...dividieren:

1) Komma in Dividend und Divisor um die gleiche Anzahl an Stellen verschieben, bis der Divisor kein Komma mehr hat

2) (Schriftlich) dividieren, dabei das Komma im Ergebnis setzen, sobald man die NKS beim Rechnen einbezieht

Bsp.: 4,68 : (-0,2)

→46,8 : (-2) = -23,4

1) Berechne.

a) 0,2 · (-0,5) = **-0,1**

b) -0,72 : 0,9 = **-0,8**

c) (-0,15) · (-0,8) = **0,12**

d) $-\frac{2}{7}\cdot\left(-\frac{14}{8}\right)=\frac{1}{2}$

e) $\left(-\frac{21}{5}\right):14=-\frac{21}{5}\cdot\frac{1}{14}=-\frac{3}{10}$

f) $2\frac{5}{3}:\left(-\frac{15}{25}\right)=\frac{11}{3}\cdot\left(-\frac{5}{3}\right)=-\frac{55}{9}$

g) 7 : (-2) · $\left(-\frac{1}{7}\right)=-\frac{7}{2}\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)=\frac{1}{2}$

h) 4 · ((-0,25) · 0,62) = **-1 · 0,62 = 0,62**

i) $\frac{1}{4}\cdot(-2{,}7)\cdot\left(-\frac{12}{3}\right)$ = **2,7**

2) Finde zu jeder Zahl 2 Divisionsaufgaben, die die Zahl als Ergebnis haben.

	Rechenaufgabe 1	Rechenaufgabe 2
-4	-32 : 8	48 : (-12)
-8	**z. B. -40 : 5**	**16: (-2)**
-15	**z. B. 150 : (-10)**	**-75 : 5**
1,5	**z. B. 3 : 2**	**-3 : (-2)**

	Rechenaufgabe 1	Rechenaufgabe 2
-1	**z. B. 3 : (-3)**	**-0,2 : 0,2**
-0,25	**z. B. 1 : (-4)**	**-0,5 : 2**
$-\frac{1}{4}$	**z. B. -2 : 8**	**$\frac{3}{4}$: (-3)**
2,89	**z. B. 289 : 100**	**-5,78 : (-2)**

3) Wähle einen Faktor aus Bereich 1 und 2 (und umkreise ihn), sodass deren Produkt...

	Bereich 1			Bereich 2		
...am größten ist.	7	-9	(-15)	24	(-12)	15
... am kleinsten ist.	-13	(15)	-2	-9	(-11)	5

Ergebnis
180
-165

Potenzieren von negativen Zahlen

Exponent (Hochzahl) **gerade:** $(-2)^4$ = (-2) · (-2) · (-2) · (-2) = 16 → **Potenz positiv**

Exponent (Hochzahl) **ungerade:** $(-2)^3$ = (-2) · (-2) · (-2) = -8 → **Potenz negativ**

Achtung Unterschied: **-2^4** = -(2 · 2 · 2 · 2) = **-16** **$(-2)^4$** = (-2) · (-2) · (-2) · (-2) = **16**

5) Berechne.

a) $(-3)^2$ = **9**

b) -3^2 = **-9**

c) $(-5)^3$ = **-125**

d) $(-5)^4$ = **625**

e) -7^2 = **-49**

f) $(-0{,}5)^2$ = **0,25**

g) $-\left(\frac{2}{7}\right)^2=-\frac{4}{49}$

h) $\left(-\frac{2}{7}\right)^2=\frac{4}{49}$

i) $-0{,}1^2$ = **-0,01**

B4 – Berechnen von Termen

Reihenfolge beim Berechnen von Termen:

1. Klammern (bei mehreren Klammern: von der innersten zur äußersten)
2. Potenzen
3. Punktrechnung
4. Strichrechnung
   → von links nach rechts

Beispiel:
$-5 + (3 + (-7))^2 \cdot (-0{,}5) - 9$
$= -5 + (-4)^2 \cdot (-0{,}5) - 9$
$= -5 + 16 \cdot (-0{,}5) - 9$
$= -5 + (-8) - 9$
$= -13 - 9$
$= -22$

1) Berechne den Wert des Terms.

a) $-5 \cdot (2 + (-7)) = -5 \cdot (-5) = 25$

b) $(-2)^2 + 7 + (-8) \cdot 4 = 4 + 7 + (-32) = -21$

c) $(2{,}8 + (-4{,}3)) : 3 + 5 = -1{,}5 : 3 + 5 = -0{,}5 + 5 = 4{,}5$

d) $-(-12 : (-4) + 5) \cdot (-2{,}5) = -(3 + 5) \cdot (-2{,}5) = 20$

e) $-9 + \left(-\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3^2}{2}\right) = -9 + \frac{4}{25} \cdot \left(-\frac{9}{2}\right) = -9 + \left(-\frac{18}{25}\right) = -\frac{225}{25} - \frac{18}{25} = -\frac{243}{25}$

f) $\left((-3{,}7 + (-2{,}3)) : \left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2 = \left(-6 : \left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2 = (-6 \cdot (-2))^2 = 12^2 = 144$

Distributivgesetz: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

Beispiel: $-2 \cdot (3 + (-8)) = -2 \cdot (-5) = 10$
$-2 \cdot 3 + (-2) \cdot (-8) = -6 + 16 = 10$

2) Berechne. Nutze das Distributivgesetz, um die Rechnung zu vereinfachen.

a) $(25 + (-1{,}5)) \cdot (-0{,}5) = 25 \cdot (-0{,}5) + (-1{,}5) \cdot (-0{,}5) = -12{,}5 + 0{,}75 = -11{,}75$

b) $(0{,}9 - 72) : 9 = 0{,}9 : 9 - 72 : 9 = 0{,}1 - 8 = -7{,}9$

c) $(60 - 0{,}36) : (-3) = 60 : (-3) - 0{,}36 : (-3) = -20 + 0{,}12 = -19{,}88$

3) Vereinfache den Term wie im Beispiel und berechne dann.

$135 : \mathit{(-12)} + (-15) : \mathit{(-12)} = ((135 + (-15)) : \mathit{(-12)} = 120 : (-12) = -10$

a) $45 : (-8) - 13 : (-8) = (45 - 13) : (-8) = 32 : (-8) = -4$

b) $2{,}95 \cdot (-13{,}5) + (-5{,}95) \cdot (-13{,}5) = (2{,}95 + (-5{,}95)) \cdot (-13{,}5) = -3 \cdot (-13{,}5) = 40{,}5$

c) $\left(+\frac{85}{3}\right) \cdot \left(-\frac{7}{9}\right) + \left(-\frac{40}{3}\right) \cdot \left(-\frac{7}{9}\right) = \left(\frac{85}{3} + \left(-\frac{40}{3}\right)\right) \cdot \left(-\frac{7}{9}\right) = \frac{45}{3} \cdot \left(-\frac{7}{9}\right) = -\frac{35}{3}$

4) Berechne vorteilhaft. Überlege dafür, ob es sinnvoll ist, den Term wie in Aufgabe 2) oder 3) umzuformen.

a) $5{,}8 \cdot (8 + 2) = 5{,}8 \cdot 10 = 58$

b) $0{,}95 \cdot (-6) + 0{,}95 \cdot 8 = 0{,}95 \cdot (-6 + 8) = 1{,}9$

c) $\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2}{5} + \frac{1}{7}\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{9}{35}\right) = -\frac{3}{35}$

d) $0{,}5 \cdot (-2 + 0{,}4) = 0{,}5 \cdot (-2) + 0{,}5 \cdot 0{,}4 = -1 + 0{,}2 = -0{,}8$