

Handreichung zur Situation mathematischer Vorkurse an sachsen-anhaltischen Hochschulen und Vorschläge zu deren didaktisch-methodischer Ausgestaltung

Andrea Hoffkamp¹, Ulrich Kortenkamp², Susen Seidel³

Zusammenfassung

Im Land Sachsen-Anhalt werden – wie an vielen anderen Universitäten und Hochschulen – mathematische Vor- und Brückenkurse in verschiedenen Studiengängen angeboten. Maßnahmen und Projekte, die dem Studienabbruch in den MINT-Fächern begegnen, werden derzeit in besonderem Maße in Bundes- und Stiftungsprogrammen unterstützt. Im Zuge des demographischen Wandels ist von einer zunehmenden Heterogenität der Studierenden sowohl hinsichtlich der fachlichen Vorkenntnisse als auch der Lernvoraussetzungen auszugehen. Diese Herausforderung spiegelt sich auch in Fragen nach den abgeforderten Grundlagen und der Leistbarkeit von mathematischen Brückenkursen wider. Das seit Mai 2012 agierende sachsen-anhaltische Verbundprojekt „Heterogenität als Qualitätsherausforderung für Studium und Lehre“ möchte damit einhergehende Veränderungen für Lehre und Gestaltung der Rahmenbedingungen landesspezifisch thematisieren und Antworten u.a. in Lehr-Lern-Prozessen finden.

¹ Humboldt-Universität zu Berlin

² Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg

³ Transferstelle „Qualität der Lehre“ am WZW Wissenschaftszentrum Sachsen-Anhalt Wittenberg

Einleitung

Im Rahmen des Verbundprojektes „Heterogenität als Qualitätsherausforderung für Studium und Lehre“¹ in Sachsen-Anhalt trafen sich Hochschullehrende verschiedener sachsen-anhaltischer Hochschulen am 21.01.2013 zu einem Kompetenzzirkel an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg (MLU) unter der Leitung der Autorinnen und Autoren der vorliegenden Handreichung. Die im Zuge des Kompetenzzirkels entstandene Handreichung hat zum Ziel, die sachsen-anhaltischen Bedingungen mathematischer Vorkurse zusammenzufassen und zu analysieren und dies schließlich in ersten Empfehlungen zur Durchführung und Gestaltung von solchen Kursen münden zu lassen. Dabei werden lerntheoretische und aktuelle didaktische Erkenntnisse miteinbezogen und in die derzeitige hochschuldidaktische Landschaft eingebettet.

1. Rahmenbedingungen

1.1 Situation an den Hochschulen aus Sicht der Lehrenden

An den Hochschulen häufen sich die Klagen über bestehende Probleme mit Mathematik bei Studienanfängerinnen und Studienanfängern. Es gibt einen hohen Anteil von mangelhaften

¹Die Verbundpartner erschließen in unterschiedlichen Teilprojekten Wege, um der zunehmenden Heterogenität der Studierenden und der Zugangswege zur Hochschule adäquat zu begegnen. So entwickelt die HS Harz Konzepte zur Heranführung von SchülerInnen an MINT-Fächer. Weitere Informationen zu Zielsetzung, Handlungsprogramm und Verbundpartnern des Gesamtprojektes unter [http://www.wzw-1sa.de/het-1sa/projekt.html](http://www.wzw-lsa.de/het-1sa/projekt.html)

Mathematik-Prüfungen, speziell in den ersten beiden Semestern, was zu hohen Abbruchquoten führt. Dabei wird gerade die Mathematik in Nicht-Mathematik-Studiengängen wie den Ingenieurwissenschaften als verantwortlich für das Scheitern der Studierenden gesehen.

Aus dieser Situation heraus werden bundesweit schon seit vielen Jahrzehnten Vor- und Brückenkurse in Mathematik angeboten. Diese werden teils auch semesterbegleitend durch Tutorien realisiert. In den letzten Jahren werden Online-Kurse vermehrt als eine mögliche Lösung der bestehenden Probleme gesehen. Diese ergänzen die Präsenzlehre (blended learning) oder lösen sie gar ab.

Die Rückmeldungen der Lehrenden an den Hochschulen in Sachsen-Anhalt, die im Vorfeld des Kompetenzzirkels mittels Fragebögen und Gesprächen eingingen, bestätigen dies und geben ein weiter differenziertes Bild auf die Situation. Gruppirt nach verschiedenen Aspekten ergibt sich hierbei folgendes:

Lerngruppe: Die Lerngruppe ist bezüglich der Leistungen in Mathematik extrem inhomogen. Es liegen zum Teil – trotz Abitur als allgemeiner Hochschulzugangsberechtigung – erhebliche Wissenslücken in Mathematik vor, andere Studienanfänger beherrschen hingegen den geforderten Stoff problemlos. Dieser Heterogenität kann man in großen Tutorien und Vorlesungen nicht adäquat begegnen, da eine individuelle Förderung kaum möglich ist.

Arbeitshaltung: Durchgängig wurde die mangelnde Bereitschaft zum Selbststudium bei den Studierenden kritisiert.

Während des Semesters fehlt die kontinuierliche Arbeit der Lernenden, die für die Einübung des vermittelten Stoffes notwendig wäre.

Bild von Mathematik: Mathematik wird von vielen Studierenden als notwendiges Übel hingenommen. Vielfach ist eine Angst oder Abwehrhaltung zu beobachten, die es den Studierenden erschwert, sich auf die fachlichen Inhalte zu konzentrieren. Eine „Kochrezeptorientierung“ führt dazu, dass Kalkül, also das schemahafte Abarbeiten von Rezepten, über Verstehen gesetzt wird. Gleichzeitig wird aber von Dozenten-seite kritisiert, dass grundlegende Fertigkeiten wie Bruchrechnung oder der Umgang mit Funktionen nicht im notwendigen Maße vorhanden sind. Dies wird von den Lehrenden in Sachsen-Anhalt unter anderem mit einer Fixierung auf den Taschenrechner erklärt. Mathematik wird zudem nicht als anwendungsbezogene Wissenschaft gesehen und Studierende können Mathematik nicht zur Problemlösung verwenden.

1.2 Rahmenbedingungen an den Hochschulen

Trotz der anerkannten Notwendigkeit von Brücken- und Vorkursen sind diese kapazitär zumeist nicht eingeplant. Vielfach werden diese Kurse von akademischen Mitarbeitern und/oder Tutoren durchgeführt. Es gibt weder auf Hochschul- noch auf Landesebene ein einheitliches strukturelles und inhaltliches Konzept. Die Durchführung ist subjektiv und individuell durch die Lehrenden geprägt. Hierdurch entsteht eine Lücke zwischen der schulischen Orientierung an Rahmenlehrplänen und der Konzeption von (akkreditierten) Studiengängen an der Hochschule. Die für Brücken- und Vorkurse benötigten Ressourcen außerhalb der Personalmittel werden ebenfalls nicht in der Kapazitätsplanung der Hochschulen berücksichtigt.

Es gibt derzeit keine Kooperationen im Bereich der Brücken- und Vorkurse zwischen den verschiedenen Hochschulen im Land Sachsen-Anhalt.² Daher haben bestehende Kooperationen zwischen Hochschulen und Schulen, wie z.B. die PRIME-Gymnasien³ der MLU, ebenfalls nur begrenzten Einfluss auf die Gestaltung der Kurse an anderen Hochschulen.

Eine Übersicht über die im Wintersemester 2012/13 in Sachsen-Anhalt durchgeführten Brücken- und Vorkurse findet sich in Abschnitt 2.

1.3 Analyse

Das zentrale Problem, welches mit Vor- und Brückenkursen behandelt werden soll, ist die Übergangsproblematik von der Schule in die Hochschule.⁴ Dieser Übergang hat verschiedene Aspekte:

²Eine solche Kooperation wird im Rahmen des Verbundprojektes angebahnt und wurde durch den Kompetenzzirkel initiiert, wobei diese Handreichung die gemeinsame Weiterarbeit hierbei unterstützen soll.

³<http://www.rektor.uni-halle.de/projekte/prime-gymnasien/>

⁴Die Mathematik-Kommission Übergang Schule-Hochschule der MNU, GDM und DMV nimmt zu dieser Problematik ausführlich Stellung. Die Stellungnahmen und weitere Materialien finden sich unter <http://www.mathematik-schule-hochschule.de>.

Aus *fachlicher Sicht* haben die Schulabgänger nicht die von den Hochschulen gewünschten Grundlagen des Faches erworben. Hier ist zu bedenken, dass die inhaltliche Ausgestaltung des Mathematikunterrichtes durch die Schulen nicht beliebig ist, sondern auf der Grundlage der Rahmenlehrpläne erfolgt. Zum anderen fehlt es an Basiskompetenzen (Stoff der Sekundarstufe I, wie zum Beispiel Bruchrechnung, Lösen linearer Gleichungssysteme), die über viele Jahre hinweg geübt werden müssen. Die Motive der derzeit angebotenen Brückenkurse umfassen das „Nacharbeiten“ dieser Lücken. *Es zeigt sich allerdings, dass es vollkommen unrealistisch ist, solche Defizite durch einen maximal 4-wöchigen Kurs auszugleichen.* Die Konzeption von Brückenkursen muss also hinsichtlich ihrer Zielsetzung und Motive überdacht werden.

Aus *didaktisch-methodischer Sicht* wird in Brückenkursen das praktiziert, was von Lehrenden oft als Mangel diagnostiziert wird: Statt eines verständnisorientierten Zugangs zu mathematischen Themen werden Kochrezepte und Kalkül in „Aufgabenbatterien“ eingeübt und verfestigt. Dies scheint angesichts des großen Stoffumfangs nicht anders möglich zu sein. Ein vertieftes Verständnis mit mehreren Zugängen kann nur dann erreicht werden, wenn der zu vermittelnde Stoff reduziert würde.

Aus *gesellschaftlicher Sicht* ist es dringend notwendig, Mathematik positiv zu besetzen und Studierende zu ermutigen, sich mit Mathematik auseinanderzusetzen. Dies ist nur dann möglich, wenn der Bildungswert des Faches erkannt und geschätzt wird, und wenn die Studierenden hohe Selbstwirksamkeitserwartungen haben, d.h., wenn sie sich zutrauen, Mathematik erfolgreich zu betreiben. Das Erkennen des Bildungswertes der Mathematik ist für die Lernenden abhängig von der Ausgestaltung des Lernprozesses. Einerseits kann dieser *output*-orientiert sein und sich an externen Faktoren wie Markt, Beschäftigungsfähigkeit, Standortqualität und technologischer Entwicklung messen lassen. Andererseits kann der Lernprozess *bildungs*-orientiert ausgestaltet werden und sich an Bildungsidealen wie zum Beispiel einem Ideal vernünftiger Selbstbestimmung in Denken und Handeln, an Allgemeinbildungs- und Persönlichkeitsbildungsaspekten ausrichten. Hierdurch entsteht ein Spannungsfeld, welches man in der Ausgestaltung der Brücken- und Vorkurse berücksichtigen muss.

Alle drei Sichtweisen lassen sich vor dem Hintergrund eines „Kontinuums“ zwischen Instruktion und Konstruktion bzw. zwischen Lenkung und Selbstständigkeit (Abb. 1) betrachten. Es gilt, dieses Kontinuum so auszugestalten, dass Instruktion und Konstruktion sich ergänzen können und zueinander hinführen.

Vorläufiges Fazit: Instruktion sollte in einem guten Brückenkurs in den Dienst der Konstruktion gestellt werden. Damit einher geht eine Erziehung zur Selbstständigkeit. Kompetenzorientierte Brückenkurse erleichtern den Übergang dadurch, dass sie an Hand von ausgewählten fachlichen Inhalten mathematische Arbeitsweisen und Methoden der Selbstorganisation *in expliziter Form* vermitteln. Bei der eigenständigen

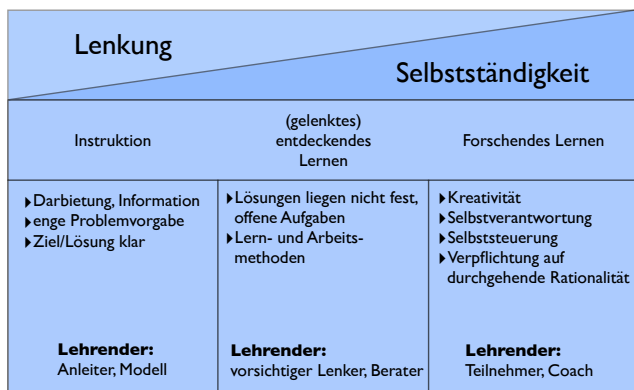


Abbildung 1. Zwischen Lenkung und Selbstständigkeit. Adaptiert nach [Gudjons, 2003]

Beschäftigung mit sinnvoll ausgewählten Aufgaben können diese Arbeitsweisen vertieft und geübt werden.

Ein Brückenkurskonzept muss sich diese Sichtweise zu eigen machen. Es ist nicht möglich, defizitorientiert Stoff nachzuarbeiten. Bisherige Konzepte zeigen, dass eine solche Vorgehensweise die derzeitigen Probleme in der Studiengangphase nicht löst. Hierzu führen viele Faktoren: der zu behandelnde Stoffumfang ist zu groß, die Studierenden sind nicht intrinsisch motiviert, kalkülorientiertes Verhalten führt lediglich zu vermeintlichem Erfolg. Die Studierenden werden nicht in die Lage versetzt, sich selbstständig weiterzubilden und beschäftigen sich daher nicht im notwendigen Umfang mit Mathematik.

Deswegen plädieren wir für ein Konzept, bei dem an ausgewählten, didaktisch reichhaltigen Inhalten exemplarisch vorgegangen wird. Insbesondere muss ein Fokus der Lehre darauf liegen, Studierenden Lern- und Arbeitsmethoden näher zu bringen, mit denen sie sich selbst organisieren können und methodisch effektiv vorgehen. Dadurch werden Studierende in die Lage versetzt, sich auch andere Inhalte selbstständig anzueignen. Es wird also ein Schwerpunkt auf die Tiefe des Lernens gelegt und nicht auf die Breite. Dies ist allein deswegen unumgänglich, weil Studierende, die wenigstens in manchen Feldern eine gewisse Tiefe erreicht haben, dadurch auch Denk- und Arbeitsweisen erworben haben, mit denen sie in die Breite gehen können. Umgekehrt ist dies nicht möglich.

Durch einen solchen *kompetenzorientierten Ansatz* ebnet man den Weg von der Lenkung zur Selbstständigkeit, bzw. von der Instruktion zur eigenständigen Konstruktion.

Online-Angebote können dazu genutzt werden, Stoff, der für Präsenzveranstaltungen wenig produktiv ist, der aber dennoch vermittelt und geübt werden muss, den Studierenden als Selbstlernmaterial anzubieten.⁵

⁵Hierbei verweisen wir auf zwei Best-Practice-Beispiele: Der „Online-Mathematik Brückenkurs“ unter der Federführung von Prof. R. Seiler: <http://www.math.tu-berlin.de/OMB> und das „Virtuelle Eingangstutorium für MINT-Fächer“ an der Universität Paderborn <http://www2.math.uni-paderborn.de/studieninteressierte/vorkurse/vorkurs-mathe.html>.

Hochschule / FB/ Einrichtung	Kursbezeichnung
HS Anhalt	FB Informatik und Sprachen Vorbereitungs- und Kompaktkurs
HS Harz	FB Automatisierung und Informatik Vorbereitungs- und Auffrischkurs
	hochschulweit Fit 4 Abi & Study
HS MD SDL	FB Ingenieurwissenschaften und Industriedesign Late Summer School
	FB Bauwesen Late Summer School
	FB Wasser- und Kreislaufwirtschaft Late Summer School
HoMe	FB Ingenieur- und Naturwissenschaften Mathematik für Bewerber
	FB Wirtschaftswissenschaften Vorkurs Wirtschaftswissenschaften
	Verein für Telekommunikation u. Medien e. V. (VTM) Vorkurs „Mathem. Grundlagen der ET“
MLU	Institut für Mathematik Erstsemesterveranstaltung
OVGU	Fak Mathematik Grundkurs Abiturwissen
	Fak Elektrotechnik Mathematische Grundlagen der Elektrotechnik
	Fak Mathematik Vorkurs für Mathematik, Physik und Lehramt Mathematik
	Fak Maschinenbau Mathematik für Ingenieure
	Fak Informatik FaRaFIN - Mathe- und Programmierkurs für Informatiker

Abbildung 2. Übersicht Mathematische Brückenkurse an Hochschulen im Land Sachsen-Anhalt zum WS 2013/14

2. Übersicht über vorhandene Brückenkursmodelle in Sachsen-Anhalt

An jeder sachsen-anhaltischen Hochschule mit MINT-Ausrichtung werden Brückenkurse an den jeweiligen Fachbereichen angeboten. Das macht insgesamt 13 mathematische Vorkurse an sechs Hochschulen (Übersicht siehe Abb. 2).

Das Angebot wurde anhand folgender Rahmenkriterien skizziert:

Zielgruppe/Fachbezug: Die Mehrheit der Kurse wendet sich ausdrücklich an Studienanfänger und Studienanfängerinnen des jeweiligen Fachbereiches. An der Hochschule Harz werden die Übungsgruppen auch nach Studiengängen unterteilt. Die Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg (OVGU) bietet in ihrem Programm „Mathe@OVGU“ zum Wintersemester 2013/14 zusätzlich zu den fachspezifischen Vorkursen einen übergreifenden Grundkurs Abiturwissen an.⁶

Teilnahme: An allen Standorten ist die Teilnahme an den Brückenkursen ein freiwilliges Zusatzangebot.

Umfang: Die Dauer der Kurse verteilt sich auf den Zeitraum von fünf oder zehn Tagen. Elf der 15 Fachbereiche bzw. Institutionen decken dabei bis zu jeweils 40 Unterrichtsstunden ab. An zwei Fachbereichen beträgt der Umfang 60 bzw. 80 Unterrichtsstunden. Knapp über die Hälfte der Kurse setzt sich zu gleichen Teilen aus Vorlesung und Übungen zusammen. In einigen Kursen überwiegt der Übungsanteil oder besteht zur Gänze aus Übungen.

Einsatz von E-Learning/Blended Learning: E-Learning meint allgemein ein von digitalen Medien unterstütztes Ler-

Eine kriteriengestützte Übersicht zu beiden Angeboten finden Sie in Abbildungen 5 und 6.

⁶<http://www.ovgu.de/Studium/Studierende/Erstsemester/Vorkurse.html#abi>

nen, wobei nach neueren Definitionen die Lernprozesse, und nicht nur die Bereitstellung virtueller Angebot im Mittelpunkt stehen sollen.⁷ Blended Learning bezieht sich dabei auf den Wechsel von Präsenz- und Online-Angeboten. E-Learning bzw. Blended Learning ist von daher auch als ein didaktisches Konzept zu begreifen. E-Learning, das dieser Auffassung entspricht, wird derzeit in den Brückenkursen nicht angeboten. An einzelnen Fachbereichen sind die begleitenden Skripte bzw. Vorlesungsaufzeichnungen online gestellt.

Eingangs- bzw. Ausgangstest: Die Universität Magdeburg führt zum WS 2013/14 im Rahmen des Programms „Mathe@OvGU“ zum WS 2013/14 fachbezogene Studieneingangstests zu Beginn der Einführungsvorlesungen Mathematik im 1. Fachsemester ein. Diese Tests dienen der Abfrage von Vorwissen. Die Testergebnisse sollen als Indikator für die Weiterentwicklung des Beratungs-/ Betreuungsbefehrs herangezogen werden. Zudem wird ein freiwilliger Selbsteinschätzungstest mit Empfehlungsfunktion zur Einordnung in die Vorkurse angeboten. Am FB Informatik wird bereits ein eigener Selbsteinschätzungstest vom Fachschaftsrat FaRaFIN eingesetzt.

Begleitprogramm für Erstsemester: An der Hochschule Magdeburg-Stendal sind die Mathematikvorkurse für die Fachbereiche Ingenieurwissenschaften und Industriedesign sowie Bauwesen und Wasser- und Kreislaufwirtschaft in die zweiwöchige Late Summer School eingebunden, die Erstsemester sowohl fachübergreifend als auch fachbezogen auf das Studium vorbereitet.⁸ Der Fachschaftsrat FaRaFIN der Universität Magdeburg bietet den Vorkursteilnehmenden ein begleitendes Kennenlernprogramm.⁹

Evaluation: Eine schriftliche Evaluation der Vorkurse wird an den Hochschulen Harz und Magdeburg-Stendal sowie an der OvGU durchgeführt.

Finanzierung/Kosten: Die Finanzierung der Brückenkurse erfolgt entweder aus dem Hochschulhaushalt, aus Kursgebühren oder aus Drittmitteln. Die Hälfte der Kurse sind für die Teilnehmenden kostenlos, für sechs Vorkurse bewegen sich die Kursgebühren zwischen 10 und 60 EUR.

3. Vorschläge für die Ausgestaltung von Brückenkursen

Da die Ausgestaltung eines Brückenkurses davon abhängt, welche Ziele mit dem Kurs verfolgt werden sollen, können an dieser Stelle nur Empfehlungen gegeben werden, die für die jeweilige Hochschule auf der Grundlage einer Zielanalyse und unter Berücksichtigung der jeweiligen individuel-

len Rahmenbedingungen ausgestaltet werden müssen. Diese Handreichung soll dabei unterstützen.

3.1 Ziele eines Brückenkurses

Der erste Schritt für eine Hochschule muss die Festlegung von Zielen der Brücken- oder Vorkurse in einem Konsens aller Beteiligten sein. Im Idealfall findet diese Zielfindung in Abstimmung mit den allgemeinbildenden Schulen statt.

Dabei sind verschiedene Dimensionen zu berücksichtigen. Neben der Bestimmung der fachlich-inhaltlichen Ziele, die den Anforderungen der verschiedenen Studiengänge entspringen, müssen auch methodische, gesellschaftliche und pädagogische Ziele formuliert werden. Die eingangs bemängelte fehlende Problemlösekompetenz oder die fehlende Selbständigkeit und Motivation der Studierenden können so im Konzept berücksichtigt werden (siehe das vorläufige Fazit in Abschnitt 1.3).

Die so formulierten Ziele sollten für Studierende und Lehrende transparent sein und zum Beispiel auf der Homepage der Hochschule veröffentlicht werden.

3.2 Didaktisch-Methodische Konzeption

Die Gestaltung des Kurses sollte unter Berücksichtigung didaktischer Prinzipien¹⁰ erfolgen. Als wichtigste Prinzipien für die Hochschule sind im Bereich der Mathematik das *genetische Prinzip*, das *exemplarisches Prinzip*, das *Prinzip der Beziehungshaltigkeit* und das *Prinzip des aktiven Lernens* zu nennen.

Das *genetische Prinzip* spiegelt den Prozesscharakter der aktiv betriebenen Mathematik wider. Eine genetische Darstellung der Mathematik legt die natürlichen erkenntnistheoretischen Prozesse der Erschaffung und Anwendung von Mathematik offen [Wittmann, 1976]. Sie zeichnet sich durch den Anschluss an das Vorverständnis der Adressaten, die Einbettung der Überlegungen in größere Problemkontexte außerhalb und innerhalb der Mathematik, die Zulässigkeit einer informellen Einführung von Begriffen aus dem Kontext heraus, die Hinführung zu strengen Überlegungen über intuitive und heuristische Ansätze und die durchgehende Motivation und Kontinuität aus. Derzeitige Hochschullehre berücksichtigt dieses Prinzip unzureichend, so dass Mathematik häufig als (fertiges) Produkt präsentiert wird und der Prozesscharakter verborgen bleibt. Dies ist insofern problematisch, als dass z.B. die allseits bemängelte Problemlösefähigkeit gerade den Prozesscharakter benötigt, welcher aber in der Lehre nicht vermittelt wird.

Das *exemplarische Prinzip* (Wagenschein) tritt der bereits angesprochenen Stofffülle entgegen, indem „Plattformen“ eingerichtet werden, die es den Lernenden ermöglichen, den gesamten Stoff über die Verdichtung einzelner Inhalte beherrschen

⁷<http://www.uni-potsdam.de/db/wiki/elearning/index.php/E-Learning>

⁸<https://www.hs-magdeburg.de/weiterbildung/angebote/LSS>

⁹http://www.ovgu.de/Studium/Studierende/Erstsemester/Vorkurse.html#kurs_farafin

¹⁰Siehe z.B. Weigand, http://www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de/fileadmin/10040500/dokumente/Texte_zu_Grundfragen/weigand_didaktische_prinzipien.pdf und Ziegenbalg, <http://www.ziegenbalg.ph-karlsruhe.de/materialien-homepage-jzbg/Manuskripte/Fachdidaktische-Facetten-w.pdf>

Hochschule/ FB/ Einrichtung	Kursbezeichnung	Umfang (in Unterrichtsst.)	Kosten	Verhältnis Vorles./ Übung	E-Learning/ Blended Learn.	Eingangs/Selbsteinschätzungst.	mit Begleitprogramm	Evaluation
HS Anhalt	Institut für Medizin und Technik (IMT e.v.)	28 US	55 EUR	20 % VL/ 80 % Ü	Übungsaufgaben verlinkt	nein		nein
	Automatisierung und Informatik	86 US	gebührenfrei	25% VL/ 75 % Ü	Skript verlinkt	nein		schriftlich
HS Harz	hochschulweit	32 US	35 EUR	Je 50 %	nein	nein	ja	schriftlich
	Ingenieurwissenschaften und Industriedesign (IWID)	39 US + 16 US Tutorium nach Bedarf	60 EUR	19 US VL/ 20 US Ü	nein	nein	ja	ja
HS MID	Bauwesen (BW)	39 US	60 EUR	Übungen	nein	nein	ja	ja
	Wasser- und Kreislaufwirt. (WKW)	39 US	60 EUR	23 US VL/ 16 US Ü	nein	nein	ja	ja
HoMe	Ingenieur- und Naturwissenschaften	60 US	60 EUR	Übungen	nein	nein		mündlich
	Wirtschaftswissenschaften	40 Stunden	gebührenfrei	Je 50 %	k.A.	nein		nein
MLU	Verein für Telekommunikation u. Medien e. V. (VTM)	32 US	45 EUR	Je 50 %	Skript verlinkt	nein		nein
	Institut für Mathematik	12 US	gebührenfrei	Je 50 %	nein	nein		schriftlich
OVGU	Mathematik	20 US	gebührenfrei	Je 50 %	ja	ja		schriftlich
	Elektrotechnik	20 US	gebührenfrei	Je 50 %	nein	ja		schriftlich
	Mathematik	20 US	gebührenfrei	Je 50 %	nein	ja		schriftlich
	Maschinenbau	20 US	gebührenfrei	Vorlesung	nein	ja		schriftlich
	Informatik	30 US	10 EUR	Übungen	nein	ja	ja	schriftlich

Abbildung 3. Mathematische Brückenkurse an Hochschulen im Land Sachsen-Anhalt zum WS 2013/14

bar zu machen. Die Auswahl geeigneter, „guter“ Beispiele ermöglicht eine paradigmatische Herangehensweise. „Gute“ Beispiele sind solche, die typische und allgemeine Denkweisen der Mathematik erkennbar und erfahrbar machen.

Das *Prinzip der Beziehungshaltigkeit* entspringt allgemeinen lernpsychologischen Erkenntnissen, die zeigen, dass ein Lernen auf Vorrat ohne Verknüpfung und ohne aktuelle Relevanz nicht erfolgreich ist. Inhalte und Methoden werden besser verstanden und behalten, wenn diese mit bereits Gelerntem in Verbindung gebracht werden können. Freudenthal formuliert dies so:

„Will man zusammenhängende Mathematik unterrichten, so muss man in erster Linie die Zusammenhänge nicht direkt suchen; man muss sie längs der Ansatzpunkt verstehen, wo die Mathematik mit der erlebten Wirklichkeit des Lernenden verknüpft ist. Das — ich meine die Wirklichkeit — ist das Skelett, an das die Mathematik sich festsetzt“. [Freudenthal, 1973, S. 77]

Das *Prinzip des aktiven Lernens* betont die Eigentätigkeit der Studierenden. Derzeitige Innovationen hochschuldidaktischer Ansätze haben allesamt die Erhöhung der aktiven Lernzeit als zentrales Ziel gemein. Es ist lerntheoretisch begründet, dass nur aktiv erworbenes und selbst konstruiertes Wissen auch nachhaltig verfügbar ist.

Diese eng miteinander verwobenen Prinzipien führen zu folgenden Grundanforderungen an die didaktische Ausgestaltung von Brückenkursen: Ein idealer Brückenkurs ist nicht produkt- sondern prozessorientiert. Es kann nicht um die Vermittlung von möglichst viel Stoff gehen, sondern es muss an sorgfältig ausgewählten Beispielen das Allgemeine im Besonderen hervorgehoben und gemeinsam erarbeitet werden. Studierende benötigen genügend Zeit um gemeinsam und selbständig Aufgaben zu bearbeiten. Vorlesungen dienen der Darstellung von typischen Arbeitsweisen, die modellhaft von der Dozentin oder dem Dozenten gezeigt werden. Vorlesungen werden nicht rein rezeptiv gestaltet sondern enthalten immer aktivierende Elemente, wie Fragen, kleine Aufgaben, Rätsel, Rollenspiele, Meinungsumfragen, etc., die die Studierenden einbeziehen.

Lernen auf Vorrat ist für einen Brückenkurs unangebracht, da dies dem Prinzip der Beziehungshaltigkeit widerspricht. Inhalte nur um ihrer selbst willen sind für das Lernen von Mathematik nicht geeignet. Es ist aus lerntheoretischer und neurowissenschaftlicher Sicht sinnlos, etwas zu zeigen, nur „damit man es mal gesehen hat.“ Insbesondere sollten keine neuen Inhalte, die über den Schulstoff hinaus gehen (z.B. komplexe Zahlen oder Induktion) in den Brückenkursen vermittelt werden, sondern die Grundlagen für ein besseres Verständnis dieser Inhalte, wenn diese in den regulären Vorlesungen behandelt werden, gelegt werden. Brückenkurse können keine inhaltliche Lücke schließen, sondern nur an Vorwissen und Erfahrungen der zukünftigen Studierenden anknüpfen und ihnen die notwendigen mathematischen und allgemeinmethodischen Arbeitsweisen vermitteln.

Dieser didaktische Ansatz bricht mit der leider noch oft vorherrschenden Kalkülorientierung, die in der Schule erfahren wurde. Da ein Brückenkurs keine Prüfung, sondern eine Vorbereitung für ein Studium sein soll, ist es für die Lernenden nicht notwendig, sich an Rechenregeln festzuklammern, um zum Studium zugelassen zu werden. Die dennoch notwendige Übung von Fertigkeiten kann beispielsweise in Online-Elemente ausgelagert werden. Die wertvolle Präsenzzeit kann für die tiefgehende und sozial erlebte Erarbeitung von exemplarischen Inhalten genutzt werden.

3.3 Festlegung des Formates

Aus den vorigen Überlegungen ergeben sich unmittelbar Folgerungen für das Format von Brückenkursen: Der Umfang eines Brückenkurses sollte zwei Wochen in Blockform vor Beginn des ersten Semesters nicht unterschreiten. Es wäre wünschenswert, den Kurs durch weiterführende Tutorien im ersten Semester zu ergänzen, diese können aber nicht den eigentlichen Brückenkurs ersetzen. Der Anteil von Übungen muss im Sinne einer aktivierenden Lernweise mindestens 50% betragen. Die Übungsgruppen sollten aus maximal 20-25 Studierenden bestehen.

Die Arbeit in Übungsgruppen besteht in der gemeinsamen Bearbeitung von Aufgaben. Der Hauptteil der Übungszeit sollte für die Arbeit in Kleingruppen von Studierenden an mathematischen Fragestellungen reserviert sein, bei der sie durch studentische Tutoren angeleitet und begleitet werden. Die Heterogenität der Studierendenschaft sollte bereits zu Beginn berücksichtigt werden. Hier können Selbsteinschätzungstests (online wie offline) zur äußeren Differenzierung herangezogen werden. Die Einteilung von Tutorien und Kleingruppen kann auf dieser Basis erfolgen. Dies ist wichtig, damit alle Studierenden in den Übungen gefordert werden.

Die Vorlesungen sollten durch hauptamtliches Personal der Hochschulen durchgeführt werden, auch um die Studierenden schon früh an der Hochschule zu integrieren.

Online-Brückenkurse stellen eine gute Ergänzung des aktiven Lernens im Brückenkurs dar.

3.4 Aufgabenformate

Lernen von Mathematik findet an Aufgaben statt. Daher bedarf es besonderer Sorgfalt bei deren Gestaltung und Auswahl, gerade im Hinblick auf den Weg zur Selbständigkeit. In der mathematikdidaktischen Forschung wird zwischen *Aufgaben für das Lernen* und *Aufgaben für das Leisten* unterschieden [Bruder et al., 2005].

Geschlossene Aufgaben eignen sich für Tests und das Üben und Festigen von Fertigkeiten. Diese können problemlos in Online-Angebote ausgelagert werden. Geschlossene Aufgaben bestehen aus einem klar formulierten Arbeitsauftrag, der auf einem festen Weg zu einem vorher bestimmten Ergebnis führt.

Mathematisches Arbeiten kann besser an *offenen oder leicht geöffneten Aufgaben* gelernt werden. Eine Aufgabe kann dadurch geöffnet werden, dass der Arbeitsauftrag

Wahlmöglichkeiten lässt; es mehrere Lösungswege gibt, die frei gewählt werden können; oder es keine feste Lösung der Aufgabe gibt, sondern mehrere Antworten richtig sein können, wenn sie denn begründet werden.

Insbesondere bieten offene Aufgaben Diskussionsanlässe, erlauben Fehler als Chancen, unterstützen Neugier und Entdecken und sind prozessorientiert. Sie lassen sich im Gegensatz zu geschlossenen Aufgaben schwierig bewerten, was aber den Zielen eines Brückenkurses nicht widersprechen sollte.

Es gibt verschiedene Techniken zur Öffnung von Aufgaben. Die geschlossene Aufgabe „Zeichne die Gerade mit der Gleichung $y = 2x + 2$ in ein Koordinatensystem!“ kann beispielsweise durch die Umkehrung „Zeichne eine Gerade auf ein leeres Blatt Papier. Zeichne dann ein Koordinatensystem so ein, dass die Gerade die Gleichung $y = 2x + 2$ hat!“ geöffnet werden.¹¹

Eine weitere Möglichkeit ist die Aufforderung an die Lernenden, selbst Vermutungen zu äußern und diese dann zu begründen. So kann zum Beispiel nach den möglichen Bedeutungen des Terms $\frac{x+y+|x-y|}{2}$ gefragt werden, anstatt dass gefordert wird, zu beweisen, dass dieser Term das Maximum von x und y als Wert hat (siehe Abb. 4, Aufgabe 2.5).

Die Beziehungshaltigkeit von mathematischen Sachverhalten sollte auch in Aufgaben praktiziert werden. So sollte der Beweis der Ungleichungen vom arithmetischen und geometrischen Mittel immer im Kontext geometrischer Interpretation durchgeführt werden (siehe Abb. 4, Aufgabe 2.3).

Der Grad der Öffnung unterstützt Studierende auch innerhalb eines Themenkomplexes beim Erlernen mathematischer Denkweisen. So kann zum Beispiel der Übergang von speziellen Beispielen hin zu allgemeinen Verfahren innerhalb einer Aufgabe durch eine fortschreitende Öffnung begleitet werden. Ein Beispiel ist die Aufgabe 2.4 in Abb. 4.

4. Fazit

Jegliche Brückenkurskonzeption beginnt mit der *Festlegung der Zielsetzungen*, welche gesellschaftliche, individuelle und bildungstheoretische Aspekte berücksichtigt. Wir empfehlen hierfür die mit dem Kompetenzzirkel begonnene *Kooperation* der sachsen-anhaltischen Hochschulen beizubehalten und weiter auszubauen. *Zusätzlich sollten auch Schulen mit einbezogen werden*, da ein Ziel der Brückenkurse sein muss, an die Schule anzuknüpfen. Deswegen ist ein realistisches Bild dessen, was Schule leistet und leisten kann, für Hochschullehrende unerlässlich. Tatsächliche außerschulische Inhalte (wie z.B. komplexe Zahlen oder vollständige Induktion) sollten im Rahmen von Brückenkursen noch nicht behandelt werden, sondern in das spätere „tatsächliche“ Studium verlagert werden.

Weiterhin empfehlen wir die gemeinsame *Entwicklung eines Aufgabenpools für Sachsen-Anhalt*, wobei für die Gestaltung der Aufgaben die oben genannten Gestaltungskriterien herangezogen werden sollten. Bestehende Online-Angebote

wie der Online-Mathematik Brückenkurs (OMB), siehe Abbildung 5, können auch in Sachsen-Anhalt genutzt werden.

Darüber hinaus sollten Inhalte mit Hilfe eines *exemplarischen Vorgehens* reduziert werden, so dass die Möglichkeit besteht Methoden und Arbeitsweisen explizit zu behandeln und an ausgewählten Inhalten zu trainieren. Nur so legt man den Grundstein für die Fähigkeit der Studierenden sich notwendige Übungen und Fertigkeiten eigenverantwortlich und aus sich heraus motiviert anzueignen.

Der Heterogenität der Studierendenschaft ist in zweifacher Hinsicht zu begegnen: Zum einen durch *äußere Differenzierung mit Hilfe von Selbsteinschätzungstests* und getrennter Übungsgruppen und zum anderen durch *innere Differenzierung über binnendifferenziertes Aufgabenmaterial* und Kleingruppenarbeit.

Zur Weiterentwicklung der Kurse ist zudem eine *begleitende Evaluation* unerlässlich. Hierfür sind verschiedene Formate denkbar. Neben hochschulinterner Evaluation ist auch eine hochschulübergreifende externe Begleitung sinnvoll.

Ein idealer Brückenkurs braucht nicht zuletzt *veränderte Rahmenbedingungen* an den Hochschulen. Hierzu gehören die Anrechnung der Kurse auf das Lehrdeputat, die Verankerung im offiziellen Lehrangebot und die Anrechnung in der Kapazitätsberechnung der Hochschule.

Literatur

- [Bruder et al., 2005] Bruder, R., Büchter, A., and Leuders, T. (2005). Die „gute“ Mathematikaufgabe – ein Thema für die Aus- und Weiterbildung von Lehrerinnen und Lehrern. In *Beiträge zum Mathematikunterricht*, Hildesheim. Franzbecker.
- [Freudenthal, 1973] Freudenthal, H. (1973). *Mathematik als pädagogische Aufgabe*. Klett, Stuttgart.
- [Gudjons, 2003] Gudjons, H. (2003). *Frontalunterricht – neu entdeckt*. Klinkhardt.
- [Weigand, 2003] Weigand, H.-G. (2003). *Didaktische Prinzipien*.
- [Wittmann, 1976] Wittmann, E. C. (1976). *Grundfragen des Mathematikunterrichts*. Vieweg, Braunschweig.

¹¹Nach einer Idee von Wilfried Herget (MLU).

HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
PROF. A. GRIEWANK PH.D.; DR. A. HOFFKAMP;
DIPL.MATH. T.BOSSE; DIPL.MATH. L. JANSEN



Übungsaufgaben zur Vorlesung
ANALYSIS I (WS 12/13)
Serie 2

Abgabe bis 05.11.2012

Aufgabe 2.1: (2 Punkte)

Zeigen Sie mithilfe des Binomischen Lehrsatzes:

$$(1 + \sqrt{3})^n + (1 - \sqrt{3})^n \text{ ist für alle } n \in \mathbb{N} \text{ eine natürliche Zahl.}$$

Aufgabe 2.2: (3 Punkte)

Beweisen Sie folgende Aussage durch vollständige Induktion

$$\forall n \in \mathbb{N} \forall k \in \mathbb{N} : \sum_{m=0}^k \binom{n+m}{n} = \binom{n+k+1}{n+1}$$

und veranschaulichen Sie diesen Zusammenhang im Pascalschen Dreieck.

Aufgabe 2.3: (4 Punkte)

a) Beweisen Sie mit Hilfe der Körper- und Anordnungsaxiome in \mathbb{R} :

$$\forall a, b \in \mathbb{R} : 0 \leq a \leq b \implies a \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq b$$

b) Begründen Sie mit Hilfe dieser Ungleichung, dass von allen Rechtecken mit festgelegtem Umfang U das Quadrat den maximalen Flächeninhalt hat.

Aufgabe 2.4: (4 Punkte)

a) Finden Sie alle $x \in \mathbb{R}$, welche die Ungleichung $|x+2| \leq |x-1|$ erfüllen.

b) Finden Sie alle $x \in \mathbb{R}$, welche die Ungleichung $|2 - |x+1|| \leq 1$ erfüllen.

c) Beschreiben Sie ein Verfahren zur Lösung von Ungleichungen der Form $|ax+b| < c$ für a, b, c und $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2.5: (3 Punkte)

Nennen Sie Ihre Vermutungen über die Bedeutung des Terms $\frac{x+y+|x-y|}{2}$, wobei $x, y \in \mathbb{R}$, und beweisen Sie diese. Zeigen Sie mit ein paar Worten auf, wie Sie zu Ihrer Vermutungen kamen?

Abbildung 4. Übungszettel mit Beispielen zur Aufgabenöffnung

	Online-Mathematik Brückenkurs (OMB)
Anbieter	<ul style="list-style-type: none"> • TU Berlin (Kooperationsprojekt)
Zielgruppe	<ul style="list-style-type: none"> • Studierende der Ingenieurwissenschaften
Ziele	<ul style="list-style-type: none"> • Selbsteinschätzung der Studierenden • Selbstbestimmtes Studium im eigenen Tempo • Massenindividualisierung • Eingangsvoraussetzung für erfolgreiches Studium
Maßnahmen	<ul style="list-style-type: none"> • Blended Learning: Online-Skripte, Prüfungsaufgaben mit automat. Korrektur, Einzel- und Gruppenaufgaben • virtuelle Tutorenbetreuung (täglich, von 10-20 Uhr)
Rahmenbedingungen	<ul style="list-style-type: none"> • freiwillig und für Studierende kostenlos • die Personalkosten für das Tutorium werden auf die teilnehmenden Universitäten umgelegt (vgl. Roegner 2011)
Inhalte	<ul style="list-style-type: none"> • Schulstoff (bis 9. Klasse), Stoff Mittelstufe / gym. Oberstufe (Erweiterungsmodule: 3. Integralrechnung und komplexe Zahlen) • weitere studiengangspezifische Module für die Hochschulen sind geplant
Technische Umsetzung	<ul style="list-style-type: none"> • Anmeldung über eigene Universität möglich • Kurs läuft über die Online-Lernplattform MUMIE • interaktive Visualisierungen mit Audio sind geplant
Eignungstest	<ul style="list-style-type: none"> • Selbsteinschätzungstest für AnfängerInnen • diagnostische Selbsttests am Ende jeden Kapitels
Begleitforschung	<ul style="list-style-type: none"> • WS 09/10: Zusammenhang Studienleistung und Vorbereitung im Kurs „Lineare Algebra für Ingenieure“ (keine belastbaren Ergebnisse, aber Trends: Krumke 2012; Roegner 2011, S. 10)
Referenznutzende dieses Tools (deutschsprachig)	<ul style="list-style-type: none"> • TU Kaiserslautern, RWTH Aachen, TU Braunschweig, Uni Bremen, TU Darmstadt, Goethe-Universität Frankfurt am Main, TU Hamburg-Harburg
Kontakt	<ul style="list-style-type: none"> • Prof. Dr. Ruedi Seiler (TU Berlin) • http://www.math.tu-berlin.de/OMB

Quellen: Schule/Hochschule, DMV-Mitteilungen, Juni 2012 (<http://www.integral-learning.de/wp/wp-content/uploads/2012/11/OMB-eine-Chance.pdf>); Roegner u.a.: Exploratives Lernen an der Schnittstelle Schule/Hochschule – Arbeitstagung: Mathematische Vor- und Brückenkurse, Kassel, Nov. 2011 <http://page.math.tu-berlin.de/~roegner/OMB.pdf>); Impulsreferat im Rahmen des Kompetenzzirkels am 21.01.13; eigene Darstellung

Abbildung 5. Übersicht über den Online-Mathematik-Brückenkurs

Virtuelles Eingangstutorium für MINT (VEMINT)	
Anbieter	<ul style="list-style-type: none"> • Kooperationsprojekt der Universitäten Kassel, Lüneburg, Paderborn und der TU Darmstadt
Zielgruppe	<ul style="list-style-type: none"> • Studienanfänger/Innen (auch mit FH-Reife/beruflicher Qualifizierung)
Ziele	<ul style="list-style-type: none"> • Beseitigung fachlicher Defizite • Selbstständiges Lernen • Erlernen und Üben von Lernstrategien
Maßnahmen	<ul style="list-style-type: none"> • Entwicklung eines vorkursbegleitenden Skripts auf multimedialer Basis
Rahmenbedingungen	<ul style="list-style-type: none"> • An jedem Projektstandort existiert eine spezifische Variante von VEMINT • Materialien für Studierende kostenlos
Inhalte	<ul style="list-style-type: none"> • Rechenregeln (u.a. Ungleichungen, Arithmetik und Logik) • Potenzen (mit ganzzahligen und rationalen Exponenten) • Funktionen (u.a. quadratische und allgemeine Funktionen) • Höhere Funktionen (u.a. Logarithmen und trigonometrische Funktionen) • Analysis (u.a. Differential- und Integralrechnung) • Vektorrechnung (u.a. Vektoren, Geraden und Ebenen)
Technische Umsetzung	<ul style="list-style-type: none"> • Einbindung auf unterschiedliche Lernplattformen möglich (CD; SCORM-Module)
Eignungstest	<ul style="list-style-type: none"> • In Parallelprojekt: Einbindung diagnostischer Vor- und Nachtests über Moodle • Eignungsfeststellungsprüfung für Studienanfänger/Innen ohne allgemeine HZB
Begleitforschung	<ul style="list-style-type: none"> • umfangreiche Publikationsübersicht unter http://www.vemint.de/ueber-das-projekt/publikationen/
Referenznutzende dieses Tools (deutschsprachig)	<ul style="list-style-type: none"> • Universitäten Kassel, Lüneburg, Paderborn, TU Darmstadt
Kontakt	<ul style="list-style-type: none"> • Prof. Dr. Wolfram Koepf (Universität Kassel) • info@vemint.de; http://www.vemint.de

Quellen: www.vemint.de; Impulsreferat im Rahmen des Kompetenzzirkels am 21.01.13; eigene Darstellung

Abbildung 6. Übersicht über das Virtuelle Eingangstutorium für MINT