

TREFFTZ'sches Verfahren

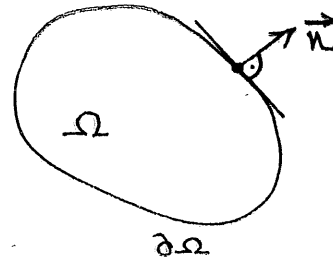
(1926)

Problemstellung

Lineare homogene Randwertaufgabe

z.B. $\Delta u = 0$ in Gebiet $\Omega \subseteq \mathbb{R}^N$

$$u|_{\partial\Omega} = f$$



ANSATZ für die Näherungslösung

$$\hat{u}(x) = \sum_{k=1}^n c_k u_k(x)$$

c_k : gesuchte Skalierungsfaktoren, $u_k(\cdot)$ exakte Lösungen der Dgl.

Minimalprinzip im Sinne einer optimalen Näherung

$$\sum_{j=1}^N \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial x_j} - \frac{\partial u^*}{\partial x_j} \right)^2 dx \longrightarrow \text{Min!}$$

liefert mittels GREEN'scher Formel eine Bedingung, ein lineares Gleichungssystem für die gesuchten c_k -Werte in der die exakte Lösung u^* nicht auftritt:

$$\sum_{k=1}^n \left(\int_{\partial\Omega} \frac{\partial \hat{u}_k}{\partial \vec{n}} \hat{u}_k ds \right) c_k = \int_{\partial\Omega} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \vec{n}} f ds \quad (r=1, \dots, n)$$

Hier werden moderne Ideen und Begriffe, wie

→ Sobolew-Räume (Sobolev Spaces)

→ Randelementemethoden (BEM)

vorweggenommen.