

Ergebnisse zu ausgewählten Aufgaben der 1. Übung am 24. September 2024
Thema: Logik, Mengenlehre

Aufgabe 1

Eine Aussage ist ein sinnvolles sprachliches Gebilde, dem eindeutig ein Wahrheitswert zugeordnet werden kann.

- (a) ist eine Aussage; sie ist wahr
- (b) ist eine Aussage; sie ist falsch
- (c) ist keine Aussage (x ist nicht spezifiziert)
- (d) ist eine Aussage; sie ist wahr

Aufgabe 2

- (a) p ist wahr, q ist wahr, r ist falsch
- (b)
 - \bar{p} : „5 ist eine gerade Zahl.“ \rightarrow falsch
 - $p \wedge q$: „5 ist sowohl ungerade als auch eine Primzahl.“ \rightarrow wahr
 - $p \vee q$: „5 ist ungerade oder eine Primzahl (oder beides).“ \rightarrow wahr
 - $\overline{p \wedge r}$: „5 besitzt nicht die Eigenschaft, sowohl ungerade als auch durch 3 teilbar zu sein.“ \rightarrow wahr
 - $\bar{p} \vee \bar{r}$: „5 ist gerade oder nicht durch 3 teilbar (oder beides).“ \rightarrow wahr

Aufgabe 3

- (a) „Es existiert (mindestens) eine reelle Zahl x , für die gilt: $x^2 = 2$.“ \rightarrow wahr
- (b) „Es existiert (mindestens) eine natürliche Zahl n , für die gilt: $n^2 = 2$.“ \rightarrow falsch
- (c) „Für jede reelle Zahl x gilt $x^2 \geq 0$.“ \rightarrow wahr
- (d) „Für jede reelle Zahl x gilt $x^2 > 0$.“ \rightarrow falsch

Aufgabe 4

- (a) (a1) $x \geq 2$ ist keine notwendige, aber eine hinreichende Bedingung für $x^2 \geq 4$.
(a2) $|x| \geq 2$ ist sowohl eine notwendige als auch eine hinreichende Bedingung für $x^2 \geq 4$.
(a3) $2x^2 > 5$ ist eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung für $x^2 \geq 4$.
- (c) (c1) $f'(x^*) = 0$ ist eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung dafür, dass x^* eine lokale Extremstelle von f ist.
(c2) $f''(x^*) \neq 0$ ist weder eine notwendige noch eine hinreichende Bedingung dafür, dass x^* eine lokale Extremstelle von f ist.
(c3) Dass $f'(x^*) = 0$ und $f''(x^*) \neq 0$ gilt, ist keine notwendige, aber eine hinreichende Bedingung dafür, dass x^* eine lokale Extremstelle von f ist.

Aufgabe 5

(a) $A \cap B = \{2, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$, $A \setminus B = \{1, 3\}$, $B \setminus A = \{6\}$

A und B sind nicht disjunkt. Keine der beiden Mengen ist Teilmenge der anderen.

Aufgabe 6

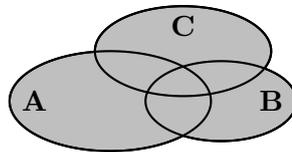
(a) $A = \{1, 3, 5, 15\}$

(c) $C = \{1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$ (C ist die Menge der Quadratzahlen)

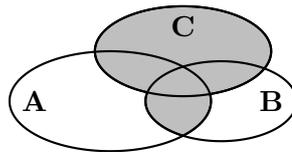
(d) $D = \emptyset$

Aufgabe 8

(a) (a1) $A \cup B \cup C$:



(a3) $(A \cap B) \cup C$:



(b) (b1) $A \cap B \cap C$

(b3) $(A \cup B) \cap C$ (oder auch $(A \cap C) \cup (B \cap C)$)

Aufgabe 9

(a) Veranschaulichung der Mengen A und B :



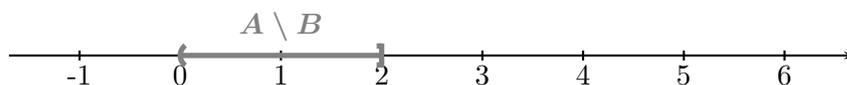
• $A \cap B = (2, 3]$



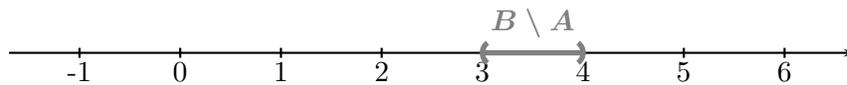
• $A \cup B = (0, 4)$



• $A \setminus B = (0, 2]$



• $B \setminus A = (3, 4)$



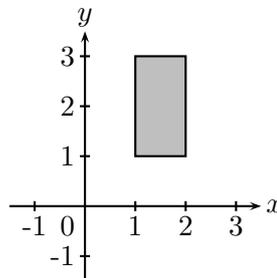
Aufgabe 10

(a) $A = [-1, 2)$ (c) $C = (-\infty, -1] \cup (1, 2] \cup (7, \infty)$ (e) $E = (1, 3)$

Aufgabe 11

(a) $A \times B = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 3\}$

In der folgenden Abbildung ist die Menge $A \times B$ grau gefärbt.



Aufgabe 12

- | | | | |
|-------------|------------|-------------|-------------|
| (a) richtig | (b) falsch | (c) richtig | (d) richtig |
| (e) richtig | (f) falsch | (g) richtig | (h) falsch |