

**Ausgewählte Ergebnisse zur 3. Übung am 26. September 2024**  
**Thema: Lineare Gleichungssysteme, weitere Aufgaben zu Rechenoperationen, zu Termumformungen und zum Lösen und Umstellen von Gleichungen**

**Aufgabe 1**

- (a) genau eine Lösung:  $x = 3, y = -1$

Geometrische Deutung: Die beiden durch die Gleichungen  $x + y = 2$  und  $2x - 3y = 9$  beschriebenen Geraden schneiden sich im Punkt  $(3, -1)$ .

- (b) keine Lösung

Geometrische Deutung: Die beiden durch die Gleichungen  $3x - 6y = 7$  und  $-2x + 4y = -1$  beschriebenen Geraden sind (echt) parallel zueinander.

- (c) unendlich viele Lösungen:  $x = t, y = 2t - 1$  ( $t \in \mathbb{R}$ )

Geometrische Deutung: Die Gleichungen  $2x - y = 1$  und  $-4x + 2y = -2$  beschreiben ein und dieselbe Gerade.

- (d) genau eine Lösung:  $x = -1, y = 3$

Geometrische Deutung: Die beiden durch die Gleichungen  $3x = 4y - 15$  und  $5y = 11 - 4x$  beschriebenen Geraden schneiden sich im Punkt  $(-1, 3)$ .

**Aufgabe 2**

genau eine Lösung:  $x = 1, y = -4, z = -2$

Geometrische Deutung: Die drei durch die Gleichungen  $x - 2y + 2z = 5$ ,  $-x + y - z = -3$  und  $3x + 2y - 3z = 1$  beschriebenen Ebenen schneiden sich im Punkt  $(1, -4, -2)$ .

**Aufgabe 3**

Die Lösungen lassen sich beschreiben durch  $x = 5 - 7t, y = 4 - 5t, z = t$  ( $t \in \mathbb{R}$ ).

Geometrische Deutung: Die durch die Gleichungen  $x - y + 2z = 1$  und  $-2x + 3y + z = 2$  beschriebenen Ebenen schneiden sich in einer Geraden. Eine Parameterdarstellung dieser Geraden lautet

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -7 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

**Aufgabe 4**

- (a) (a1) 91      (a2) 31      (a3) 6

- (b) (b1) Es wird die Summe der ersten  $n$  positiven natürlichen Zahlen berechnet, also die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis  $n$ .

(b2) Es wird die Summe der ersten  $n$  positiven Quadratzahlen berechnet.

(b3) Es wird die Summe der ersten  $n$  (positiven) ungeraden Zahlen berechnet.

(b4) Es wird  $n$  mal die Zahl 1 addiert. (Die Summe ist offenbar gleich  $n$ .)

(c)  $x = \frac{1}{5}$

(d)  $n = 25$

### Aufgabe 5

(a)  $x^8$       (b)  $x^{12}$       (c)  $x^{-1}$

(d)  $x^2$       (e)  $x^{\frac{1}{2}}$       (f)  $x^{\frac{3}{4}}$

(g)  $x^{\frac{3}{2}}$       (h)  $x^{\frac{1}{2}}$       (i)  $x^{\frac{5}{6}}$

### Aufgabe 6

(a) 16      (b)  $\frac{9}{16}$       (c)  $\frac{3}{16}$       (d)  $\frac{9}{4}$       (e) 8      (f) 4

(g) 2      (h)  $\frac{4}{5}$       (i) 1      (j) 1000000      (k) 32      (l) 4

(m)  $\frac{1}{27}$       (n) 16      (o) 125      (p) 3

### Aufgabe 7

(a) wahr

(b) wahr

(c) falsch

(d) falsch

(e) falsch

(f) falsch

### Aufgabe 8

(a) 1      (b) 0      (c) 2      (d)  $\frac{3}{2}$       (e) -1

(f) -1      (g) 3      (h) -1      (i) -3      (j)  $\frac{1}{2}$

(k)  $\frac{5}{3}$       (l)  $\frac{1}{2}$       (m)  $\frac{1}{4}$       (n)  $-\frac{1}{3}$       (o)  $-\frac{3}{4}$

(p) 1      (q) 3      (r)  $\frac{1}{2}$       (s) -5      (t)  $\frac{5}{2}$

### Aufgabe 9

(a) (a1)  $s = t \cdot v, \quad t = \frac{s}{v}$

(a2)  $s = 500 \text{ m}$

(a3)  $t = 43,2 \text{ s}$

(b) (b1)  $a = \frac{2s}{t^2}, \quad t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$

(b2)  $t = 10 \text{ s}$

(c) (c1)  $h = \frac{A}{2\pi r} - r, \quad r = -\frac{h}{2} + \sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{A}{2\pi}}$

(c2)  $h \approx 35,79 \text{ cm}$

(c3)  $r \approx 9,97 \text{ cm}$

(d) (d1)  $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad R_1 = \frac{R R_2}{R_2 - R}$

(d2)  $R_1 = 24 \Omega$

### Aufgabe 10

Mit  $\mathcal{L}$  wird im Folgenden jeweils die Lösungsmenge der Gleichung bezeichnet.

(a)  $\mathcal{L} = \left\{ \frac{8}{9} \right\}$       (b)  $\mathcal{L} = \left\{ \frac{1}{2}, 1 \right\}$       (c)  $\mathcal{L} = \{-4\}$

### Aufgabe 11

Mit  $\mathcal{L}$  wird im Folgenden jeweils die Lösungsmenge der Gleichung bezeichnet.

(a)  $\mathcal{L} = \{7\}$       (b)  $\mathcal{L} = \{0, 2\}$       (c)  $\mathcal{L} = \{9\}$