Prof. Dr. F. Schuricht
Dr. M. Herrich

Brückenkurs Mathematik 2024

Ergebnisse zu ausgewählten Aufgaben der 4. Übung am 27. September 2024
Thema: Reelle Funktionen

Aufgabe 1

(b) Bei den Zuordnungen (b2) und (b3) handelt es sich um Funktionen.

Aufgabe 2

(a) ca. 45°

(b) nach ca. 18 Minuten

(c) 20°

(d) exponentielle Abhängigkeit

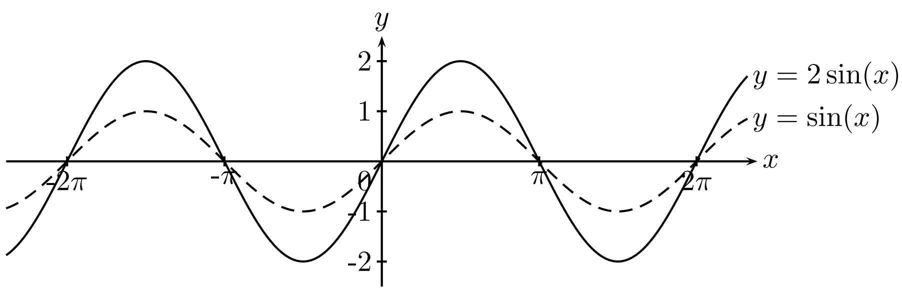
Aufgabe 3

(a) ca. 1,4 bis 1,5 Kilometer

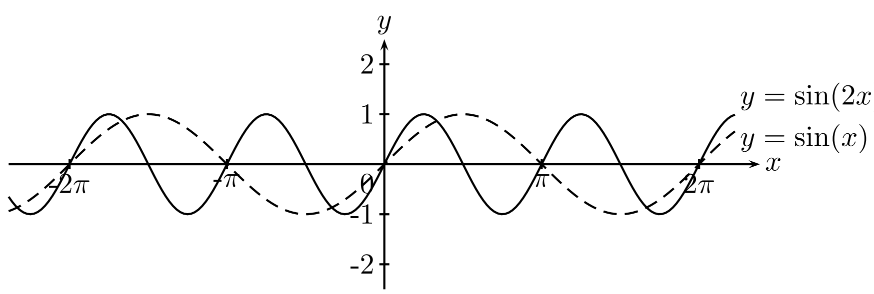
(c) Rennstrecke B

Aufgabe 4

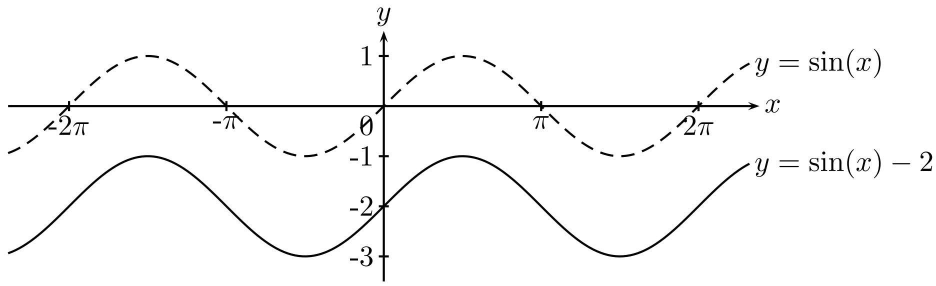
(a) (a1) Graph der durch $y = 2\sin(x)$ gegebenen Funktion:



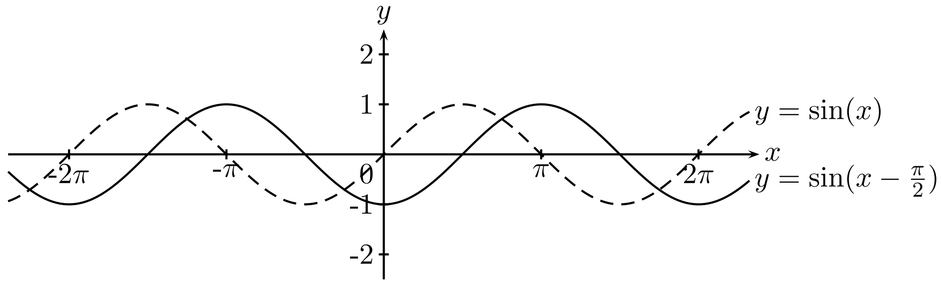
(a2) Graph der durch $y = \sin(2x)$ gegebenen Funktion:



(a3) Graph der durch $y = \sin(x) - 2$ gegebenen Funktion:



(a4) Graph der durch $y = \sin(x - \frac{\pi}{2})$ gegebenen Funktion:

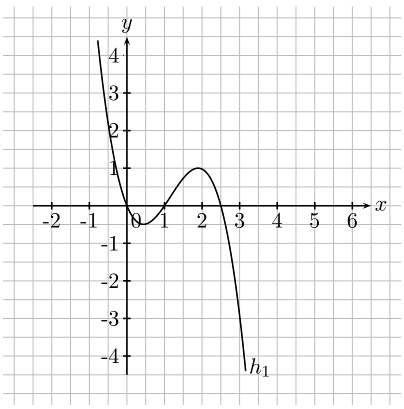


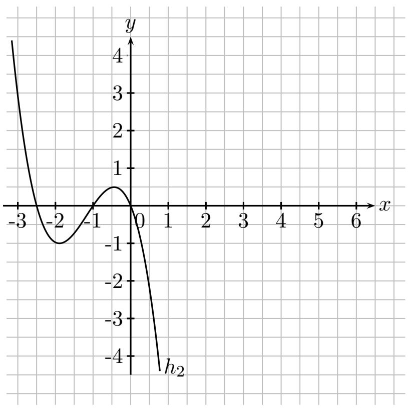
(c)
- $y = -f(x)$: Spiegelung des ursprünglichen Graphen an der x-Achse
- $y = f(-x)$: Spiegelung des ursprünglichen Graphen an der y-Achse

Aufgabe 5

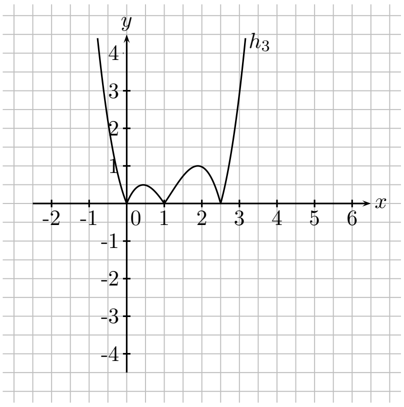
(a) In Abbildung 1 ist g_1 dargestellt.
In Abbildung 2 ist g_8 dargestellt.
In Abbildung 3 ist g_7 dargestellt.
In Abbildung 4 ist g_3 dargestellt.

(c) Die folgenden Abbildungen zeigen die Graphen von h_1 und h_2.





(d) In der folgenden Abbildung ist der Graph von h_3 dargestellt.

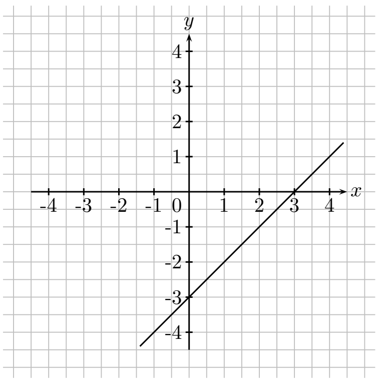


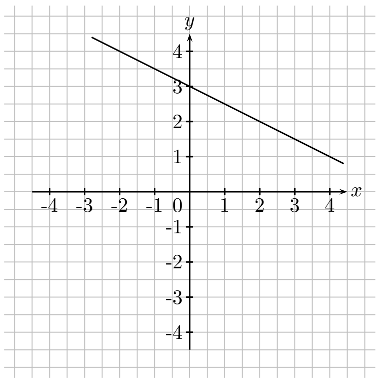
Aufgabe 6

(a)
- m: Anstieg der Gerade; gibt die Änderung des y-Wertes an, wenn man x ausgehend von einem beliebigen Punkt der Gerade um 1 erhöht; im Falle $m > 0$ ist die Gerade (streng) monoton wachsend, im Falle $m < 0$ ist die Gerade (streng) monoton fallend, im Falle $m = 0$ verläuft die Gerade waagerecht
- n: y-Koordinate des Schnittpunktes der Gerade mit der y-Achse

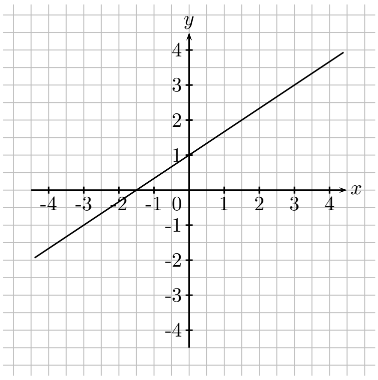
(b)
- Abbildung 1: $f(x) = 2x - 1$
- Abbildung 2: $f(x) = \frac{1}{2}x$
- Abbildung 3: $f(x) = -x + 2$
- Abbildung 4: $f(x) = -\frac{1}{3}x - 2$
- Abbildung 5: $f(x) = 3x - 6$
- Abbildung 6: $f(x) = 2$ (konstante Funktion)

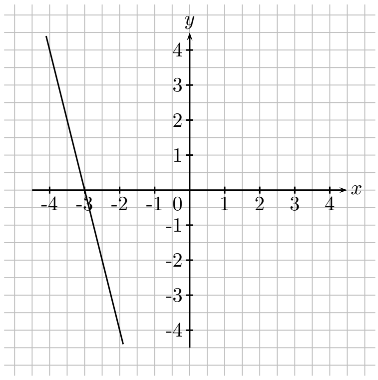
(c) In den folgenden Abbildungen sind die Graphen von f_1 und f_2 dargestellt.





In den folgenden Abbildungen sind die Graphen von f_3 und f_4 dargestellt.





(d) (d1) $f(x) = -x + 3$

(d2) $f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

(d3) $f(x) = \frac{3}{2}x$

(d4) $f(x) = x + 1$

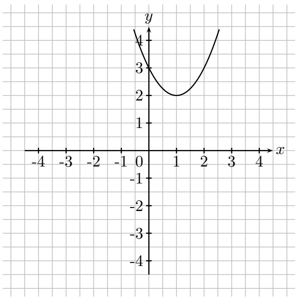
Aufgabe 7

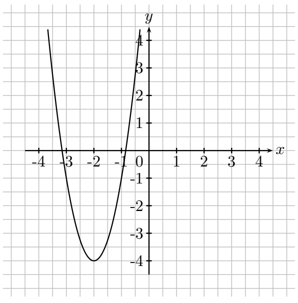
(a)
- a: gibt die Änderung des y-Wertes an, wenn man x ausgehend vom Scheitelpunkt um 1 erhöht; im Falle $a > 0$ ist die Parabel nach oben geöffnet, im Falle $a < 0$ ist die Parabel nach unten geöffnet
- b: x-Koordinate des Scheitelpunktes der Parabel; der Graph ist achsensymmetrisch bzgl. der senkrechten Gerade mit der Gleichung $x = b$
- c: y-Koordinate des Scheitelpunktes der Parabel

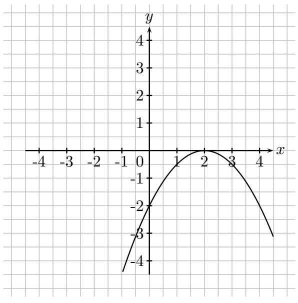
(b)
- Abbildung 1: $f(x) = x^2 - 2$
- Abbildung 2: $f(x) = (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$
- Abbildung 3: $f(x) = (x+1)^2 - 3 = x^2 + 2x - 2$
- Abbildung 4: $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}x^2 - x + 2$
- Abbildung 5: $f(x) = -(x+2)^2 + 1 = -x^2 - 4x - 3$
- Abbildung 6: $f(x) = 2(x-3)^2 - \frac{1}{2} = 2x^2 - 12x + 17{,}5$

(c) $a = \alpha, \quad b = -\frac{\beta}{2\alpha}, \quad c = \gamma - \frac{\beta^2}{4\alpha}$

(d) In den folgenden Abbildungen sind von links nach rechts die Graphen von f_1, f_2, f_3 dargestellt.







Aufgabe 8

(a) (a1) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, Bildbereich: $B_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

(a2) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, Bildbereich: $B_f = (0, \infty)$

(a3) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$, Bildbereich: $B_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

(a4) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\}$, Bildbereich: $B_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

(b) (b1) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = [0, \infty)$, Bildbereich: $B_f = [0, \infty)$

(b2) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = [\frac{1}{2}, \infty)$, Bildbereich: $B_f = [-3, \infty)$

(b3) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = [1, \infty)$, Bildbereich: $B_f = (-\infty, 1]$

(b4) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = \mathbb{R}$, Bildbereich: $B_f = [0, \infty)$

(c) (c1) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = (0, \infty)$, Bildbereich: $B_f = \mathbb{R}$

(c2) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = (-1, \infty)$, Bildbereich: $B_f = \mathbb{R}$

(c3) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = (\frac{3}{2}, \infty)$, Bildbereich: $B_f = \mathbb{R}$

(c4) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, Bildbereich: $B_f = \mathbb{R}$

Aufgabe 10

Die Aussagen (b), (d), (h) und (j) sind wahr, die restlichen Aussagen sind falsch.

Aufgabe 11

(c) Vorschrift von g: $g(x) = \dfrac{1}{3}x - \dfrac{2}{3}$

(d) g ist die Umkehrfunktion zu f (und umgekehrt genauso).

Aufgabe 12

(a) Grenzwert $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ existiert nicht, f ist nicht stetig an der Stelle $x = 1$

(b) Grenzwert $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ existiert und es gilt $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 2$, f ist stetig an der Stelle $x = 1$

(c) Grenzwert $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ existiert nicht, f ist nicht stetig an der Stelle $x = 1$

(d) Grenzwert $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ existiert und es gilt $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 0$, f ist nicht stetig an der Stelle $x = 1$