

Prof. Dr. F. Schuricht  
Dr. M. Herrich

Brückenkurs Mathematik 2021

**Ausgewählte Ergebnisse zur 5. Übung am 1. Oktober 2021**  
**Thema: Differentialrechnung und Anwendungen**

1.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = -\frac{1}{x^2}$
2. (a)  $f'(x) = 20x^3 - 21x^2 + 20$   
(b)  $f'(x) = 4x + \frac{18}{x^4}$   
(c)  $f'(x) = \frac{3}{2}x^{-\frac{1}{2}} + x^{-\frac{3}{2}}$   
(d)  $f'(x) = 2(x+1)e^x$   
(e)  $f'(x) = \frac{-2x^3 + 6x^2 - 2}{(x^3 - 2)^2}$   
(f)  $f'(x) = 3 \cos(3x - 6)$   
(g)  $f'(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$   
(h)  $f'(x) = e^{\sin(x)} \cdot \cos(x)$
5. Abbildung 1 und Abbildung 4
6. (a)  $y = \frac{1}{4}x + 1$   
(b)  $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
10.
  - Nullstellen:  $x_{N,1} = -3$ ,  $x_{N,2} = 0$
  - lokale Extrempunkte: lok. Minimalpunkt  $E_{\min}(0, 0)$ , lok. Maximalpunkt  $E_{\max}(-2, 4)$
  - Wendepunkte:  $W(-1, 2)$
  - Verhalten der Funktion im Unendlichen:  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
  - Gleichung der Tangente an den Graphen von  $f$  an der Stelle  $x = 1$ :  $y = -3x - 1$
11. optimale Abmessungen:  $a = 50$  m,  $b = 40$  m  
maximaler Flächeninhalt:  $A_{\max} = 2000$  m<sup>2</sup>
12.  $b = \frac{2}{3}\sqrt{3}R \approx 1,1547R$ ,  $h = \frac{2}{3}\sqrt{6}R \approx 1,6330R$
13. (a)  $f'(x) = 15x^4 - 12x$   
(b)  $f'(x) = -\frac{3}{x^2} + \frac{3}{2}\sqrt{x}$   
(c)  $f'(x) = -\frac{x \sin(x) + 2 \cos(x)}{x^3}$   
(d)  $f'(x) = 2e^{2x}$   
(e)  $f'(x) = 14x \sin(x) + 7x^2 \cos(x)$   
(f)  $f'(x) = 14x \sin(3x) + 21x^2 \cos(3x)$   
(g)  $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 5}}$

14. Für rechts- und linksseitigen Grenzwert ergeben sich  $\lim_{h \rightarrow 0, h > 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = 1$  bzw.

$\lim_{h \rightarrow 0, h < 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = -1$ . Da sie nicht übereinstimmen, existiert der Gesamtgrenzwert  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$  nicht, womit gezeigt ist, dass die Funktion an der Stelle  $x = 0$  nicht differenzierbar ist.

15. • Abbildung 1: nicht stetig und nicht differenzierbar

• Abbildung 2: stetig, aber nicht differenzierbar

• Abbildung 3: stetig und differenzierbar

• Abbildung 4: nicht stetig und nicht differenzierbar

16. • Nullstelle:  $x_N = 0$

• lokale Extrempunkte: lok. Minimalpunkt  $E_{\min}(-1, -\frac{1}{2})$ , lok. Maximalpunkt  $E_{\max}(1, \frac{1}{2})$

• Verhalten der Funktion im Unendlichen:  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

• Gleichung der Tangente an den Graphen von  $f$  an der Stelle  $x = 0$ :  $y = x$

17. Das ist nach etwa 24,1 Sekunden der Fall.